

Università degli Studi di Ferrara

DOTTORATO DI RICERCA
IN MATEMATICA

In convenzione con
Università degli Studi di Parma
Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia

CICLO XXXI

COORDINATORE Prof. Massimiliano Mella

L'influenza del Flipped Learning sulla Motivazione nell'insegnamento-apprendimento della Matematica

Settore Scientifico Disciplinare MAT/04

Dottoranda
Dott.ssa Elena Lazzari

Tutori
Prof.ssa Maria Teresa Borgato

Prof. Graziano Cecchinato

Anni 2015/2018

Indice

Introduzione 1
1. Flipped Learning 5
1.1. Lo sviluppo storico del flipped learning 6
1.2. Lo stato dell'arte 10
1.3. Il nuovo ciclo di apprendimento 12
1.3.1. Il lancio della sfida 13
1.3.2. La conduzione della sfida 14
1.3.3. Il cooperative learning 15
1.3.4. L'inquiry based learning e il problem based learning 16
1.3.5. La chiusura della sfida 16
1.4. Le caratteristiche del flipped learning 16
1.4.1. La teoria costruttivista dell'apprendimento 16
1.4.2. Il ruolo del docente e della valutazione 17
1.4.3. L'uso della tecnologia 18
1.4.4. I vantaggi del flipped learning 19
1.5. Conclusioni 20
2. Breve rassegna sulla Motivazione ad Apprendere 23
2.1. Cenni storici sul concetto di motivazione 23
2.2. La definizione di motivazione 25
2.3. La motivazione intrinseca 25
2.3.1. La curiosità epistemica 26
2.3.2. La motivazione di effectance 27
2.3.3. La teoria dell'autodeterminazione 28
2.3.4. L'esperienza di flusso 31
2.3.5. L'interesse 31
2.4. La motivazione estrinseca 33
2.4.1. La teoria del rinforzo 33
2.4.2. La motivazione alla riuscita e le emozioni anticipate 35
2.4.3. La motivazione alla riuscita e la teoria attributiva 37
2.5. Gli obiettivi di apprendimento 38
2.5.1. Gli obiettivi di apprendimento come orientamenti 39
2.5.2. Le teorie implicite dell'intelligenza 41
2.5.3. Gli obiettivi sociali 42
2.6. Le percezioni di abilità 43
2.6.1. L'autoefficacia 43
2.6.2. La teoria del valore di sé 44

2.7. Conclusioni 46
3. Affect in Didattica della Matematica 47
3.1. Prime ricerche sull'affect 47
3.2. Da McLeod ad oggi 49
3.3. Motivazione in didattica della matematica 53
3.4. Conclusioni 56
4. Flipped Learning e Motivazione 57
4.1. Curiosità epistemica 57
4.2. Teoria del rinforzo 58
4.3. Motivazione di effectance 58
4.4. Teoria dell'autodeterminazione 59
4.5. Esperienza di flusso 60
4.6. Interesse 60
4.7. Motivazione alla riuscita 61
4.8. Teoria dell'intelligenza 62
4.9. Percezioni di abilità 62
4.10. Obiettivi di apprendimento come orientamenti 62
4.11. Quadro teorico di riferimento e considerazioni iniziali 63
4.12. Conclusioni 66
5. Descrizione della sperimentazione 69
5.1. Unità di apprendimento 69
5.2. Sviluppo dei contenuti 73
5.2.1. Introduzione 73
5.2.2. Parabola 75
5.2.3. Ellisse 82
5.2.4. Circonferenza 87
5.2.5. Iperbole 92
5.2.6. Esercitazioni e problemi 96
5.3. Descrizione del progetto e del campione 101
5.4. Esperienza in classe 102
5.4.1. Introduzione 102
5.4.2. Parabola 103
5.4.3. Ellisse 109
5.4.1. Circonferenza 111
5.4.1. Iperbole 113
5.4.1. Esercitazioni e verifica 115
5.5. Conclusioni 115

6. Analisi statistica 117
6.1. Ipotesi 118
6.2. Materiali e metodi 119
6.2.1. Strumento di indagine 119
6.2.1.1. Definizione dei domini 119
6.2.2. Composizione del campione 121
6.2.3. Metodi 123
6.3. Risultati 124
6.4. Discussione 136
6.5. Conclusioni 141
7. Analisi narrativa 143
7.1. Ipotesi 143
7.2. Materiali e metodi 143
7.2.1. Strumento di indagine 143
7.2.2. Composizione del campione 144
7.2.3. Metodi 145
7.3. Risultati e discussione 146
7.3.1. Aspetti cognitivi e affettivi 148
7.3.2. Opinioni riguardo le caratteristiche del flipped learning 156
7.3.3. Riferimenti alle specificità della matematica e agli indici di cambiamento 165
7.4. Conclusioni 170
Conclusioni 173
Bibliografia 177
Appendice A 191
A.1. Scheda informativa personale 191
A.2. Test dei prerequisiti 193
A.3. Questionario aperto iniziale 197
A.4. Schede di supporto per le attività in classe e a casa 199
A.4.1 Introduzione alle sezioni coniche, attività per casa 199
A.4.2. Introduzione alle sezioni coniche, attività in classe 200
A.4.3. Parabola: stimolo e proprietà del fuoco 201
A.4.4. Parabola: equazione, attività in classe 202
A.4.5. Parabola: equazione, attività per casa 203
A.4.6. Parabola: grafico 204
A.4.7. Parabola: intersezione e segno 205
A.4.8. Parabola: grafico (versione semplificata) 206
A.4.9. Ellisse: stimolo e proprietà ei fuochi 208
A.4.10. Ellisse: equazione 210

A.4.11. Circonferenza: stimolo ed equazione, attività in classe 211
A.4.12. Circonferenza: equazione, attività per casa 213
A.4.13. Iperbole: stimolo e proprietà dei fuochi 214
A.4.14. Iperbole: equazione e grafico 216
Appendice B 219
B.1. Questionario motivazionale in scala Likert 219
B.2. Introduzione all'analisi statistica 223
B.2.1. Statistiche descrittive 223
B.2.2. Analisi di affidabilità 224
B.2.3. Parametricità dei dati 225
B.2.3.1. Normalità dei dati 225
B.2.3.2. Sfericità dei dati 226
B.2.4. Correlazione 226
B.2.5. ANOVA 227
B.2.6. Modelli lineari generalizzati per misure ripetute 228
B.2.6.1 Correzione di Sidak 229
B.2.7. Scala Likert 230
B.3. Output dell'analisi statistica 232
Appendice C 261
C.1. Definizione delle categorie 261
C.2. Tabella dei risultati quantitativi sui testi narrativi 268
C.3. Tabulazione temi e categorizzazione 273
C.3.1. Liceo classico 273
C.3.2 Liceo scientifico 318
C.3.3. Liceo artistico 342
C.3.4 Istituto tecnico 353
C.3.5. Istituto professionale 375
Appendice D 379
D.1. Unità di apprendimento sui sistemi di numerazione 379
D.1.1 Sistemi di numerazione nella storia 379
D.1.2. Numerazione decimale e criteri di divisibilità 383
D.1.3. Sistema di numerazione binario 385
D.1.4. Valutazione 392
D.2. Questionario finale 394

Introduzione

L'educazione è l'arma più potente
che si può usare per cambiare il mondo.

Nelson Mandela

> "La scuola vive un momento di grande trasformazione [...]. È fondamentale promuovere un insegnamento che coinvolga attivamente gli allievi e produca in loro una crescita culturale, etica e civica, facendone dei cittadini in grado di operare scelte e di prendere decisioni consapevoli e con capacità critica".

Queste le parole di Giuseppe Cosentino, ex Direttore generale del Dipartimento di Istruzione MIUR, nella prefazione al documento *Matematica 2003* (p.1). L'Unione Matematica Italiana (UMI) ha stilato questo documento con l'obiettivo di elaborare un curricolo di matematica che definisca le conoscenze fondamentali da acquisire, e l'ideologia che guida l'intero lavoro può essere ben sintetizzata come segue:

> "L'educazione matematica deve contribuire, insieme con tutte le altre discipline, alla formazione culturale del cittadino, in modo da consentirgli di partecipare alla vita sociale con consapevolezza e capacità critica [...]. In particolare, l'insegnamento della matematica deve avviare gradualmente, a partire da campi di esperienza ricchi per l'allievo, all'uso del linguaggio e del ragionamento matematico, come strumenti per l'interpretazione del reale e non deve costituire unicamente un bagaglio astratto di nozioni" (p.1).

Per poter raggiungere gli obiettivi prefissati non ci si può certo limitare alla classica acquisizione di un "insieme di conoscenze", ma bisogna puntare piuttosto allo sviluppo di iniziativa personale, flessibilità, determinazione, al sapersi rapportare a situazioni mutevoli e contesti diversi, all'identificazione di obiettivi e alla flessibilità nel modo di perseguirli, all'imparare a stare e a lavorare con gli altri, alla valutazione dei rischi, alla motivazione, alla gestione delle emozioni e delle situazioni difficili e così via (Delfino et al., 2009), ossia alle competenze. Leggendo anche i più recenti atti normativi, sia nazionali che internazionali, è possibile osservare come il concetto di competenza stia guadagnando una posizione centrate nel dibattito educativo, stimolando un ripensamento riguardo al ruolo e all'identità della scuola. Ci si riferisce in particolare alla sua capacità di aggiornarsi per aderire al cambiamento sociale in atto, all'apporto che può dare alla formazione di cittadini attivi e consapevoli, al suo raccordo con le necessità individuali e sociali: in una parola alla connessione tra scuola e realtà (Castoldi, 2009).
Il metodo d'insegnamento applicato nella maggior parte delle realtà scolastiche è, ancora oggi, l'approccio per contenuti mediato dalla lezione frontale[1], che costituisce però un

[1] Per quanto concerne la realtà italiana, l'indagine condotta tra il 2009 e il 2012 dal Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca (DPR 89/2009, art. 1, http://hubmiur.pubblica.istruzione.it/web/istruzione/prot2085_12, Allegati C e D) ha mostrato come la lezione frontale sia la modalità d'insegnamento maggiormente utilizzata. Per quanto concerne la realtà internazionale,

ostacolo al cambiamento tanto auspicato: oltre a non favorire l'acquisizione di competenze, genera anche una crescente estraniazione e un sempre maggior rifiuto negli studenti (Da Re, 2013). Non c'è da stupirsi pertanto che nei sistemi di istruzione e formazione si stiano moltiplicando iniziative, istituzionali e spontanee, ispirate dall'esigenza di innovare tale modello (Foschi, 2015). In questa direzione, nel corso dell'ultimo decennio, è emerso un metodo innovativo di apprendimento-insegnamento: il flipped learning.
Il flipped learning, detto anche apprendimento capovolto, è una metodologia didattica di stampo costruttivista che sfrutta diverse strategie di active learning, attingendo quando possibile dalle potenzialità delle tecnologie digitali. Nonostante le sue origini molto recenti, la diffusione in Italia, come nel resto del mondo, è stata decisamente rapida grazie al successo avuto tra gli insegnanti e gli studenti (Bergman e Sams, 2016).
Uno degli argomenti centrali di questa tesi è proprio l'apprendimento capovolto. La metodologia ha destato da subito il nostro interesse per le sue particolari caratteristiche che ci sembravano potersi adattare bene all'insegnamento-apprendimento della matematica.

Un'esplorazione significativa, utile per meglio definire la direzione dell'elaborato, è stata una prima esperienza attuata nell'a.s. 2016/17 in una classe prima di liceo scientifico (Lazzari, 2017a). Sono stati appositamente predisposti un'unità di apprendimento sul tema dei sistemi di numerazione (riportata in Appendice D) e un questionario finale (in Appendice D) per indagare le percezioni degli studenti rispetto l'esperienza vissuta. Le domande poste, a risposta sia aperta che chiusa, avevano l'obiettivo di ricercare l'eventuale presenza di benefici già noti agli studiosi del flipped learning. L'aspetto emerso in modo più preponderante è stato quello legato ai fattori affettivi, e in particolare alla componente motivazionale. Una percentuale che varia tra il 76% e il 96% ha dichiarato di aver trovato il laboratorio più divertente[2] delle lezioni tradizionali, gli argomenti affrontati con tali modalità più interessanti e le sensazioni provate sempre positive[3]. Tutta la classe ha infatti dichiarato che avrebbe voluto ripetere l'esperienza e il 72% anche di desiderare un approccio alla matematica sempre in modalità flipped (Lazzari, 2017b). Tale esperienza ci ha permesso di mettere in luce il secondo argomento fulcro di questa tesi: la motivazione ad apprendere.

La motivazione in matematica fa parte del filone di ricerca denominato *affect,* un campo di studi abbastanza giovane. Solo in tempi relativamente recenti si è accettato il fatto che i fattori affettivi, tra cui anche quelli motivazionali, siano rilevanti nell'insegnamento-apprendimento della disciplina (Pellerey, 1993; Zan, 2000). L'idea stessa di competenza sembra essere naturalmente legata alle intenzioni, alle potenzialità e alla volizione del soggetto che apprende. Bruno D'Amore afferma infatti che la competenza non consiste solo nell'uso e nella padronanza delle conoscenze "ma pure [in] un insieme di atteggiamenti che mostrano la disponibilità "affettivamente positiva" a volerne far uso" (D'Amore e Godino, 2003, p.8).

Presa dunque per assodata l'influenza positiva che i fattori motivazionali possono avere sull'apprendimento in matematica (Middleton, 1995), e considerando che la loro valenza positiva è particolarmente carente nell'approccio a questa materia (Middleton e Spanias, 1999), abbiamo scelto di focalizzarci soprattutto su di essi, lasciando comunque spazio ad altri fattori affettivi come convinzioni, atteggiamento ed emozioni.

Seppur la motivazione in matematica sia considerata un fattore relativamente stabile (Hannula, 2012), ci sono evidenze sulle potenzialità che un ambiente educativo ha di influire su di essa (Pellerey, 1993; Wæge, 2012). L'obiettivo di questa tesi è proprio quello di

---

l'indagine condotta nel 2008 dall'OCSE ha messo in evidenza come la pratica didattica tradizionale sia ancora largamente diffusa.

[2] Middleton (1995) afferma che il termine "divertimento" può essere interscambiato con "motivazione intrinseca". Il primo è più colloquiale ed è di più facile comprensione quando si parla con studenti e docenti.

[3] Il 96% degli studenti ha dichiarato di aver trovato le lezioni *flipped* più divertenti rispetto a lezioni tradizionali, il 76% che gli argomenti trattati in questo modo sono stati più interessanti e l'80% di aver provato sempre sensazioni positive.

studiare l'eventuale ascendente che l'utilizzo del flipped learning in matematica potrebbe avere sulla motivazione ad apprendere degli alunni. Per far ciò, in seguito ad un consistente studio teorico, è stata organizzata una sperimentazione della durata indicativa di due mesi in 15 classi terze e quarte di alcune scuole secondarie di secondo grado presso Ferrara e provincia. È stato presentato ai partecipanti un percorso didattico secondo le modalità dell'apprendimento capovolto (sull'argomento delle sezioni coniche) ed è stato raccolto materiale self-report, utilizzando diversi strumenti, per ottenere informazioni da analizzare sulla loro motivazione.

Seppur esistano già alcuni lavori sul legame che intercorre tra la metodologia e la motivazione in matematica (e.g. Heuette, 2017; Katsa et al., 2016), l'argomento è ancora poco studiato e la call di diversi ricercatori (e.g. Sergis et al., 2018) è proprio quella di approfondire questa relazione. Se il flipped learning riuscisse realmente a migliorare la motivazione degli studenti potrebbe essere un utile strumento per l'insegnamento-apprendimento della disciplina.

Per approcciare le questioni appena esposte questa tesi è stata divisa in due parti: una teorica e una sperimentale. La prima ripercorre gli studi preliminari svolti, indispensabili per poter affrontare la seconda, quella sperimentale.

Il primo capitolo sarà interamente dedicato al flipped learning, alla sua descrizione, attuazione, ed effetti benefici per l'apprendimento, prendendo in considerazione anche il suo sviluppo storico e lo stato dell'arte, specialmente quello legato alla didattica della matematica. Presenteremo inoltre un nuovo ciclo di apprendimento che segue le modalità flipped, proposto da un ricercatore di pedagogia sperimentale dell'Università degli Studi di Padova, Graziano Cecchinato (2016), a cui faremo particolare riferimento per la strutturazione della sperimentazione.

I due capitoli successivi saranno rivolti al secondo argomento fulcro del presente elaborato, ossia la motivazione ad apprendere. Lo studio della motivazione in matematica è abbastanza giovane e la teorizzazione originaria del concetto è esterna alla didattica della matematica (Hannula, 2012); per tale ragione abbiamo deciso di proporre nel secondo capitolo una breve rassegna delle più importanti teorie della motivazione ad apprendere. Ciò ci ha permesso una comprensione più profonda degli studi sulla motivazione in didattica della matematica e una maggior consapevolezza nella scelta del quadro teorico di riferimento per la ricerca sperimentale. Nel terzo capitolo, invece, ci siamo dedicati ad un approfondimento sul filone di ricerca denominato affect, caratteristico della didattica della matematica e all'interno del quale si collocano gli studi sulla motivazione. Le ragioni non sono legate semplicemente a una volontà di contestualizzare la nostra indagine all'interno del campo di cui è parte, ma anche alla necessità di conoscere più nel dettaglio alcuni fattori affettivi, quali convinzioni, atteggiamento ed emozioni, utili per l'analisi e l'interpretazione dei dati raccolti dalla sperimentazione.

Nel quarto capitolo si andrà a trattare del legame tra il flipped learning e le teorie della motivazione esposte. L'obiettivo è di determinare la teoria che meglio spiega se e come le caratteristiche di un ambiente flipped possano influenzare la motivazione degli studenti. Concluderemo infatti presentando e argomentando il quadro teorico scelto a seguito delle valutazioni svolte.

Il quinto capitolo è il primo della seconda parte, verrà descritta infatti la struttura della sperimentazione, l'unità di apprendimento sull'argomento delle sezioni coniche e l'esperienza vissuta in classe.

Il sesto capitolo riguarderà l'analisi statistica svolta sui dati raccolti da un questionario chiuso in scala Likert, fatto compilare prima e dopo l'attuazione dell'unità di apprendimento. Lo scopo è di determinare eventuali differenze significative, dovute alla metodologia, sulla motivazione e su altri fattori affettivi ad essa connessi.

Il settimo capitolo, infine, sarà dedicato all'analisi dei testi narrativi (Lieblich et al., 1998), svolta sui temi strutturati consegnati dagli studenti al termine dell'esperienza. L'obiettivo è

quello di comprendere se, come e perché il flipped learning ha influito su determinati aspetti motivazionali e più in generale affettivi.
Per entrambe le analisi si dedicherà spazio alla trattazione dello strumento di indagine e dei metodi utilizzati, oltre naturalmente ai risultati ottenuti e alla loro discussione. Basandoci su questi ultimi proporremo alcune considerazioni e riflessioni finali, provando a trarre le conclusioni della presente tesi.

1. Flipped Learning

Gli studenti sono educati in una catena di montaggio
che rende efficiente la loro educazione standardizzata.
Gli viene richiesto di sedere in file ordinate
ad ascoltare un "esperto" che presenta una disciplina
e di ricordare all'esame le informazioni ricevute.
Eppure in qualche modo, in questo clima,
ci si aspetta che tutti gli studenti ricevano la stessa educazione.

John Bergmann e Aaron Sams

Nel dipinto riportato in Figura 1 possiamo osservare una tipica lezione tenuta presso l'Università di Bologna nel 1350. Nella raffigurazione si possono riconoscere molti degli elementi principali che contraddistinguono la realtà scolastica attuale: la cattedra dietro al quale siede l'insegnante, gli studenti con i loro libri di testo, attenti nelle prime file e distratti nelle ultime. Si tratta naturalmente di un'allegoria che risulta però essere molto rappresentativa del mancato cambiamento delle dinamiche scolastiche rispetto a quasi ottocento anni fa, nonostante lo sviluppo della tecnologia, della ricerca pedagogica, della sperimentazione didattica e il contributo di generazioni di docenti.



Figura 1 Dipinto di Laurentious de Votolina, seconda metà del 14° secolo

Ciò che ha permesso alla lezione frontale di arrivare fino a noi, attraverso i secoli, è probabilmente la "tecnologia" su cui si basa: il libro. Il termine stesso *lectio* (lezione) deriva

da *legeree* (leggere), infatti ai tempi del dipinto la lezione consisteva semplicemente nella lettura ad alta voce del libro, che era un oggetto raro e costoso. Per tale ragione spesso si riduceva ad una dettatura agli allievi, che avevano il compito di riprodurre il libro, contribuendo così a "conservare la conoscenza", la vera funzione della istituzione educativa del tempo.
Naturalmente oggi l'istruzione non avviene più mediante la lettera di testi, ma tramite l'esposizione dei suoi contenuti da parte del docente, veicolata dalla sua interpretazione, rinforzata dalle sue strategie comunicative che ne favoriscono la comprensione. All'origine di questa trasformazione troviamo l'avvento della stampa a caratteri mobili, che dal '500 porta ad una profonda trasformazione.
Nell'arco di due secoli la didattica centrata sul libro sposta il suo focus sul docente, anche se il testo scritto rimane alla base dei processi culturali e scientifici. Quindi l'evoluzione della tecnologia dominante nello sviluppo culturale e scientifico (scrittura-libro-stampa) ha modellato a proprio uso e consumo le pratiche educative, ridefinendo le strategie di apprendimento.
Da diversi anni siamo ormai entrati in una nuova fase di profonda trasformazione delle tecnologie intellettuali e quindi delle modalità di accesso e produzione della conoscenza: l'era digitale. I saperi non sono più fissi e definiti come nel testo stampato, ma fluidi e in divenire, non sono più prodotti solo da professionisti, ma vi partecipiamo tutti, non sono più difficili da reperire, ma disponibili sempre e ovunque grazie a modalità grafiche intuitive e accattivanti.
I cosiddetti nativi digitali, immersi dalla nascita in un ambiente come quello appena descritto, vivono la realtà scolastica come estranea al proprio modo di apprendere. Nell'esperienza quotidiana imparano per interesse, in modo contestuale, per tentativi e in collaborazione con i propri pari. Nella scuola tradizionale studiano per dovere, in modo astratto, ed in un clima molto diverso da quello naturale (Cecchinato, 2014). La didattica tradizionale[4] risulta essere standardizzata e non sembra potersi adattare alle necessità e ai tempi dei singoli, frenando i più brillanti e lasciando indietro quelli più in difficoltà. Il suo obiettivo sembra essere quello di classificare gli studenti, piuttosto che fornire feedback utili alla loro formazione, usando una valutazione associata ad un numero sterile e privo di informazione, creando un clima competitivo piuttosto di uno collaborativo e d'aiuto reciproco. Essendo questo lo scopo, spesso le attività puntano alla memorizzazione dei contenuti e all'esercitazione meccanica invece che alla reale comprensione e allo sviluppo di competenze. Le lezioni risultano così essere spesso passive e noiose, facendo venir meno lo spontaneo desiderio di apprendere che caratteristica ogni essere umano.
Emerge quindi in modo preponderante la necessità di nuovi approcci didattici che modifichino un'impostazione scolastica ancora oggi molto diffusa, spostando il suo focus dal docente allo studente. Un esempio potrebbe essere il flipper learning, più volte denominata come semplice moda, ma che come vedremo nel seguito va ben oltre a una banale tendenza del momento.

1.1. Lo sviluppo storico del flipped learning

Nella comunità di ricerca non vi è una visione condivisa sul nome del pioniere che per primo sperimentò il flipped learning, anche perché non è una metodologia ben definita, ma piuttosto un approccio che comprende varie strategie didattiche già esistenti e studiate da decenni (Talbert, 2017).

[4] Ci riferiamo al modello tradizionale intendendo quell'approccio puramente trasmissivo che precede l'influenza avuta delle teorie e ricerche didattiche negli ultimi decenni, modificando, seppur in minima parte, la pratica didattica.

Il primo nome citato, per lo meno dal punto di vista storico, è quello di Alison King (1993). Essa sostiene l'importanza di sfruttare il tempo in classe per approfondire gli argomenti piuttosto che per trasmettere i contenuti. Per attuare questo cambiamento l'autrice suggerisce l'utilizzo di strategie didattiche attive e un nuovo ruolo del docente che si trasforma da *sage on the stage* (saggio sul palcoscenico) a *guide on the side* (guida affianco dello studente). Queste sono caratteristiche fondamentali anche della versione odierna del flipped learning, manca però uno studio del lavoro che gli studenti dovrebbero svolgere a casa.
Si occupa maggiormente di questo aspetto Eric Mazur, professore universitario di fisica, che nel 1997 pubblica il libro "Peer Instruction: A User's Manual", nel quale descrive un metodo basato sull'apprendimento tra pari per insegnare la fisica coinvolgendo attivamente gli studenti. Il suo metodo prevede che questi ultimi si preparino prima a casa sui contenuti della lezione, leggendo i materiali predisposti dall'insegnante. In classe il tempo a disposizione viene usato per discutere e approfondire la tematica elaborata fuori dall'aula, interagendo sia con i pari che con il docente.
Anche Barbara Walvood e Virginia Anderson (1998) mettono in rilievo le potenzialità di un lavoro anticipatorio a casa. Esse presentano un modello in cui gli studenti possono acquisire alcune informazioni prima della lezione, durante la quale hanno invece la possibilità di concentrarsi sulla parte più attiva dell'apprendimento, quella di sintesi, analisi, problem solving, ecc. Le autrici hanno anche mostrato l'ampia applicabilità del loro metodo mediante la descrizione di casi di insegnamento in storia, fisica e biologia.
Simile la proposta di Maureen Lage, Glenn Platt e Micheal Treglia (2000), che hanno applicato la loro *inverting classroom* in un corso introduttivo all'economia. La sperimentazione di un nuovo metodo è stata la loro risposta alla percezione di inadeguatezza dell'approccio tradizionale rispetto ad alcuni stili di apprendimento di studenti che frequentavano i loro corsi. L'idea di base è quella di fornire a questi ultimi una varietà di strumenti per potersi approcciare a tutte le informazioni necessarie all'attività didattica prima della lezione in classe. Ciò avveniva mediante libro di testo, video conferenze, presentazioni PowerPoint, Pdf stampabili, ecc.
Un altro nome importante è quello di Wesley Baker, che nel 2000 presenta al *International Conference on College Teaching and Learning* la sua *classroom flip*. L'autore inserisce il lavoro anticipatorio fuori dall'aula in un ambiente on-line in cui seguire i corsi, confrontarsi con i pari e svolgere quiz per incentivare la partecipazione degli alunni. Il tempo in classe viene così liberato e può essere dedicato al chiarimento di eventuali dubbi, all'approfondimento degli argomenti attraverso ricerche personali, ma soprattutto all'applicazione delle conoscenze acquisite in compiti appositamente creati oppure in attività creative collaborando in piccoli gruppi.
Coloro che vengono considerati i veri "ideatori" del flipped learning, così come lo conosciamo oggi, sono però John Bergmann e Aaron Sams, docenti di chimica della Woodland park High School in Colorado. I due cominciarono il loro percorso nel 2006, quando per far fronte ad alcune problematiche della loro scuola (comuni alla maggior parte), come il frequente assenteismo e la mancanza di tempo in classe, decisero di registrare e pubblicare on-line alcune video-lezioni. Gli studenti dovevano visionarle a casa prima di arrivare in classe, e lì si dedicava tempo alla risoluzione di dubbi e all'approfondimento dell'argomento mediante varie attività. Da qui in poi la così detta *flipped classroom*, o classe capovolta, prende piede e nel 2012 i due docenti pubblicano il loro libro *Flip Your Classroom: Reach Every Student in Every Class Every Day*. In pochi anni il fenomeno flipped si diffuse a macchia d'olio, espandendosi negli Stati Uniti, in Canada e in Europa (Bergmann e Sams, 2016). A tal proposito Tullio De Mauro (2016) spiega come il punto di forza di questa metodologia, che ha favorito un così ampio consenso tra gli insegnanti, risieda nel suo originarsi *dal basso*, nel partire dalle esigenze di chi vive in prima persona la scuola: per questo motivo non viene percepita dai docenti come uno dei tanti tentativi

d'introduzione forzata di tecnologie digitali, al contrario, contribuisce a dare concretezza e fattibilità all'azione di insegnamento. Anche in Italia, infatti, uno dei primi testi pubblicati è stato quello di due insegnanti di scuola secondaria di secondo grado, Maurizio Maglioni e Fabio Biscaro (2014).
Nella classe capovolta il ribaltamento che avviene, da cui la metodologia prende il suo nome, coinvolge i due momenti e i due luoghi dell'apprendimento: la trasmissione dei contenuti fatta dal docente in classe, che viene anticipata a casa, e lo studio, la riflessione e l'approfondimento individuale, che si sposta all'interno dell'aula. Sebbene questa possibilità permetta un superamento della didattica standardizzata, favorendo un insegnamento personalizzato grazie alla possibilità di agire in autonomia sulle video-lezioni in base ai propri tempi (Cecchinato, 2016), si può notare come l'educazione sia ancora di tipo trasmissivo.
Le linee guida che i ricercatori suggeriscono oggi sono però ben diverse: consigliando infatti di prediligere metodologie di stampo costruttivista per favorire un apprendimento significativo e duraturo. Si sente dunque la necessità di modificare la proposta di Bergmann e Sams, ristrutturandola in modo tale da soddisfare i canoni richiesti dagli esperti. Nasce quindi il *flipped learning*, o apprendimento capovolto, che punta ad una didattica induttiva che ripercorra il processo scientifico partendo dall'osservazione o dallo studio di casi, passando dalla formulazione di ipotesi e concludendosi con la derivazione di leggi e principi. È solo dopo questa fase che diviene sensata e utile una esposizione ai contenuti, anche nelle forme tradizionali (Cecchinato, 2016). In tal caso il ribaltamento che avviene riguarda il processo didattico, che non inizia con l'esposizione di contenuti da parte dell'insegnante ma con la partecipazione attiva degli studenti che agiscono per costruire la propria conoscenza. Si conclude poi con la ristrutturazione delle conoscenze da parte dell'insegnante e non con l'applicazione passiva delle informazioni da parte degli allievi. Risulta quindi evidente come in questa evoluzione del modello si abbandoni l'impostazione didattica di tipo trasmissivo per adottarne una ispirata ai principi del costruttivismo (Cecchinato e Papa, 2016a).
Per evitare il moltiplicarsi di interpretazioni scorrete, come quella più diffusa che riduce la metodologia al motto "Lezioni a casa e compiti a scuola", il direttivo e i responsabili del Flipped Learning Network, di cui gli stessi Bergmann e Sams fanno parte, ha formulato la definizione ufficiale di apprendimento capovolto. Esso è visto come

> "un approccio pedagogico in cui l'istruzione diretta si sposta dallo spazio di apprendimento di gruppo allo spazio di apprendimento individuale, e il risultante spazio di gruppo è trasformato in un apprendimento dinamico, interattivo dove l'educatore guida gli studenti mentre loro applicano i concetti e s'impegnano creativamente nella materia"[5] (FLN, 2014).

Gli esperti evidenziano qui anche la differenza tra le due terminologie, flipped learning e flipped classroom, che non possono essere usate come sinonimi in quanto la prima implica la seconda, ma non viceversa. Affinché possa essere chiamato apprendimento capovolto deve soddisfare i seguenti quattro pilastri (Figura 2).

- *L'ambiente flessibile*: gli spazi di lavoro devono essere modificati radicalmente rispetto alla tradizionale impostazione dell'aula, così da permettere agli studenti di interagire tra loro, di lavorare in gruppo o individualmente.
- *La cultura dell'apprendimento*: l'approccio didattico deve essere centrato sullo studente, non più sul docente, e il tempo in classe deve essere dedicato all'esplorazione, all'approfondimento e alla creazione di opportunità di apprendimento.
- *Il contenuto intenzionale*: gli insegnanti devono preparare materiale specifico che gli alunni dovrebbero esplorare per conto proprio, per massimizzare il tempo in aula con

[5] Tr. It, Vastarella, 2016, p. 118

l'obiettivo di sfruttare strategie didattiche attive e centrate sullo studente, adatte al livello scolastico e alla materia.

- *L'educatore professionale*: il docente ha il compito di osservare continuamente gli allievi offrendo loro risposte pertinenti al bisogno, valutando il loro lavoro e tollerando un "caos controllato" all'interno dell'aula. Si deve inoltre impegnare nella riflessione sulla sua pratica, confrontandosi anche con colleghi o esperti e accettando le critiche costruttive.

Il flipped learning quindi va ben oltre lo slogan semplicistico con il quale viene divulgato; sta a indicare la contestualizzazione dei processi di insegnamento-apprendimento in ambienti che ricorrono a strategie pedagogico-didattiche consolidate e alle potenzialità offerte dalle tecnologie, modificando completamente il classico contesto educativo.
Risulta evidente dunque come l'apprendimento capovolto si poggi su teorie didattiche e sfrutti strategie educative conosciute e sostenute dalla ricerca in questo campo da diversi anni, la cui efficacia è stata ampiamente dimostrata **(**Bergmann e Sams, 2013; Bishop e Verleger, 2013**).** Il merito che va riconosciuto al metodo flipped è di averle strutturate in un modello dinamico e integrate con le nuove tecnologie, permettendone una diffusione e un attecchimento nella scuola come mai era accaduto in precedenza.



Figura 2 Immagine rappresentativa dei quattro pilastri del flipped learning (http://flippedlearning.org/wp-content/uploads/2016/07/Extension-of-FLipped-Learning-LIt-Review-June-2014.pdf)

Sebbene le origini dell'apprendimento capovolto non siano legate all'insegnamento-apprendimento della matematica, la metodologia sembra essere particolarmente adatta per l'approccio a questa materia, considerando anche la sua impostazione induttiva, scelta proprio per giungere all'acquisizione dei contenuti mediante il processo scientifico che caratterizza la disciplina: studio di casi, formulazione e verifica di ipotesi, derivazione di leggi e principi.
Vastarella (2016), ad esempio, evidenzia alcuni collegamenti interessanti tra il flipped learning e la tradizione della ricerca in didattica della matematica. In primo luogo tratta il lavoro di Guy Brousseau (1986), mostrando come sia possibile osservare "che il modello di Apprendimento Capovolto rappresenti una specifica messa in campo concreta di una particolare istanziazione della teoria delle situazioni e non decisamente di una teoria assolutamente e totalmente nuova" (p. 124). Si riferisce in particolare alla situazione a-didattica in cui l'ambiente è fattore di contraddizioni, difficoltà, disequilibri, e lo studente si mette in gioco per rispondere a queste ultime, accrescendo e dando prova del suo apprendimento.
Un secondo riferimento viene fatto al laboratorio di matematica, richiamando ricercatori come Célestine Freinet (1896-1966) e John Dewey (1859-1952) e il loro concetto di esperienza. In questo contesto vorremo nominare anche altri matematici che diedero un importante contributo: John Perry (1850-1920), Eliakim Hastings Moore (1862-1932), Emile Borel (1871-1956) e Felix Klein (1849-1925). Naturalmente ciò che intendiamo oggi con laboratorio di matematica non corrisponde esattamente a quel che proponevano agli inizi

degli anni Novanta, il concetto ha subito l'influenza della ricerca in questo campo, dei quadri teorici relativi alle modalità di insegnamento, dello sviluppo e della diffusione tecnologica. Chiappini e Reggiani (2003) propongono infatti una nuova definizione del concetto visto come "quello spazio fenomenologico dell'insegnamento apprendimento della matematica che si struttura attraverso l'uso di specifici strumenti tecnologici e di articolati processi di negoziazione e in cui la conoscenza matematica viene assoggettata a un nuovo ordine rappresentativo, operativo e sociale per essere riconfigurata in oggetto di investigazione e poter essere quindi più efficacemente insegnata e appresa" (Chiappini, 2007, p.9).
Infine, trattando del terzo pilastro sul contenuto intenzionale, Vastarella richiama il concetto di trasposizione didattica di Chevallard (1985), inteso come lavoro di adattamento e trasformazione del sapere in oggetto di insegnamento. Questo processo dipende strettamente dal luogo in cui avviene, dal pubblico a cui è indirizzato e dalle finalità didattiche che ci si pone. Si potrebbe paragonare a un vero e proprio atto creativo che deve tenere conto di una molteplicità di aspetti come le singolarità dell'allievo e la situazione reale in cui si trova a operare (D'Amore e Sbaragli, 2011).
Alla luce delle ultime considerazioni fatte sembra che il flipped learning segua diversi principi fondamentali che stanno alla base della didattica della matematica; ciò può far pensare che tale metodologia, nata senza essere legata a una particolare disciplina scolastica, possa essere particolarmente adatta per l'insegnamento-apprendimento della matematica.

1.2. Lo stato dell'arte

Il metodo flipped, come anticipato nel paragrafo precedente, ebbe un enorme successo in tempi molto brevi, trovando ampio consenso tra i docenti e all'interno della scuola. La dimostrazione viene data dal Flipped Learning Network e dalla società Sophia (2014): essi mettono in evidenza come i docenti che riconoscono il flipped learning quale metodologia didattica aumentano dal 73% al 96% tra il 2012 e il 2014, e gli insegnanti che la utilizzano accrescono dal 48% al 78%. Nello stesso periodo gli iscritti alla pagina del sito ufficiale aumentano da 2500 a 20000.
Nonostante il fermento all'interno delle istituzioni scolastiche, solo recentemente la comunità scientifica ha cominciato ad occuparsi di questo approccio in modo considerevole. Le ricerche si concentrano soprattutto a livello secondario o terziario e le discipline che toccano sono molto varie: economia, pedagogia, psicologia, ingegneria, biologia, lingue straniere, matematica e molte altre. Ad esempio, ricercando l'espressione flipped classroom nella banca dati ERIC si trovano 522 articoli in lingua inglese dal 2014 ad oggi e solo 38 prima di tale data. Similmente, inserendo il termine flipped learning si trovano 608 articoli dal 2014 ad oggi e solo 41 prima di tale data. Inoltre si può osservare come la presenza della matematica sia molto forte, è la disciplina oggetto di analisi in 73 articoli, per quanto riguarda la classe capovolta, e di 85 per l'apprendimento capovolto (circa il 13% del totale in entrambi i casi). Diversi sono i risultati messi in luce da queste ricerche, per lo più finalizzate alla rilevazione delle percezioni soggettive degli studenti rispetto alla metodologia, utilizzando spesso un disegno di ricerca basato su un singolo campione di studenti (Bishop e Verleger, 2013). Vi è invece una carenza di lavori che utilizzano indicatori oggettivi per dimostrare l'efficacia dell'approccio sull'apprendimento e spesso si prediligono studi di caso o a gruppo singolo piuttosto che confronti con classi di controllo (Raffaghelli, 2017). Il problema maggiore però risulta essere la differenziazione esistente tra gli approcci flipped descritti nei singoli studi, che rendono difficile la comparazione (Nizet et al., 2016), e la tendenza a utilizzare i termini flipped learning e flipped classroom come sinonimi.
Malgrado queste limitazioni si possono trovare risultati di grande interesse. Sembra infatti che tra quelle ricerche che si sono concentrate sulle percezioni degli allievi riguardo l'approccio flipped, ce ne siano diverse che hanno rivelato un aumento della motivazione,

dell'impegno, del coinvolgimento e dell'autoefficacia (Carotenuto e Sbaragli, 2018). Questi risultati emergono anche da ricerche specifiche in ambito matematico, ad esempio tra le più recenti nominiamo Cronhjort (2017) e Muir (2017), che evidenziano un aumento dell'impegno profuso dagli studenti, Xin et al. (2014) e Ogden (2015), che riscontrano un incremento del loro coinvolgimento attivo, Bhagat et al. (2016), Katsa et al. (2016), Graziano e Hall (2017), che notano una crescita della motivazione degli allievi, e Heuette (2017) che osserva un miglioramento nella loro autostima.
Esistono inoltre, anche se in numero limitato, ricerche che si focalizzano sull'apprendimento degli studenti; restando nel settore di nostro interesse, la matematica, possiamo citare il lavoro di Wasserman et al. (2017). Gli autori, mediante una comparazione con una classe di controllo, riescono a concludere che la flipped learning non ha influenza sui processi risolutivi di problemi procedurali, ma permette di avere un moderato guadagno su quelli relativi a problemi concettuali.
Non mancano naturalmente studi che rilevano anche elementi di criticità dell'approccio per studenti e docenti. Ad esempio una review dei lavori di ricerca in didattica della matematica sulla flipped classroom (Lo et al., 2017) evidenzia alcune delle sfide più frequenti che studenti e docenti devono affrontare: la non familiarità con il nuovo approccio, l'impreparazione degli alunni sul lavoro da svolgere prima della lezione, l'impossibilità di fare domande durante le video-lezioni a casa e il carico di lavoro iniziale per l'insegnante. Questi aspetti sono confermati da altre ricerche di carattere più generale, come quella di Stayer (2012) dal quale emerge la sensazione degli allievi di essere abbandonati a se stessi durante il lavoro a casa, sentendo la mancanza di una figura di riferimento, o ancora quella di Mangan (2013) che mostra come studenti abituati a un apprendimento basato sulla memorizzazione di nozioni e a una presenza passiva in aula non accolgono positivamente il fatto di essere coinvolti attivamente.
Diversi anche i ricercatori italiani in didattica della matematica che si sono occupati della metodologia flipped in questi ultimi anni. Tra i più attivi nell'ambito nominiamo Sergio Vastarella, che oltre alla traduzione italiana del testo di Bergman e Sams (2012), *Flip your classroom: Reach every student in every class every day*, ha svolto numerose ricerche sperimentali in scuole primarie di diverse zone di Italia (2014). Volendo essere più specifici, la metodologia adottata è stata quella degli *Episodi di Apprendimento Situato* (EAS)[6], modello educativo che ha tratto liberamente spunto dal quello del flipped learning.
Un altro contributo è quello di Brachetti, Capone e Tortoriello (2017) che sperimentano un approccio didattico *blended* integrando lezioni frontali con il flipped learning e altre metodologie didattiche attive. Gli studenti oggetto della sperimentazione sono gli iscritti al corso di matematica del primo anno di Ingegneria Chimica dell'Università di Salerno, e sono stati confrontati con i frequentati del corso dell'anno precedente. Seppur le conclusioni tratte non siano state analizzate statisticamente, è stato evidenziato un netto miglioramento nelle performance della classe sperimentale e un aumento considerevole della predisposizione nei confronti della disciplina.
Un approccio blended viene scelto anche da Brunetto e Kontorovich (2017). L'obiettivo del loro lavoro è quello di elaborare un *collaborative framework* per docenti ed educatori interessati a strutturare lezioni di matematica centrate sullo studente mediante l'integrazione di video didattici. Per esemplificare il quadro teorico gli autori hanno proposto alcune

[6] Gli EAS sono un metodo di insegnamento che trae vantaggio dall'utilizzo delle tecnologie digitali. Le unità di apprendimento sono in grado di interessare gli studenti attraverso tre step differenti: la fase preparatoria (in cui vengono create situazioni stimolanti e promuovere framework concettuali), la fase operatoria (che consiste nel produrre e condividere un artefatto) e la fase riassuntiva (in cui si fissano i contenuti correggendo le misconcezioni e valutando gli elaborati) (Rivoltella, 2013).

esperienze svolte in contesti universitari sfruttando una fusione tra i *Massive Open Online Courses* (MOOC)[7] e la flipped classroom.
La ricerca più recente è quella condotta da Carotenuto e Sbaragli (2018) presso la Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana (SUPSI) di Locarno. Il corso oggetto della sperimentazione è quello di geometria e didattica della geometria indirizzato a futuri insegnati, ed è stato progettato integrando l'approccio flipped classroom con la progettazione a ritroso[8]. Lo studio, riguardante le impressioni degli studenti rispetto la metodologia, ha evidenziato una percezione di maggior efficacia, in particolare nell'acquisizione dei contenuti e nel coinvolgimento personale, ma anche una facilitazione dell'autonomia e un aumento di motivazione ed interesse. Tra gli aspetti negativi emerge soltanto una critica al lavoro da svolgere prima delle lezioni, ritenute talvolta eccessive in termini di tempo.
Uscendo dal campo della didattica della matematica facciamo riferimento anche al lavoro di un altro ricercatore italiano, Graziano Cecchinato (2014, 2016). Egli presenta un ciclo di apprendimento che rientra pienamente nell'impostazione del flipper learning[9], inserendo un ulteriore fattore: il concetto di sfida. Dedicheremo il prossimo paragrafo allo studio di questa proposta.

1.3. Il nuovo ciclo di apprendimento

"In molti paesi una sacra trinità ha presieduto da secoli alla vita della scuola: 1) silente ascolto in classe della lezione dell'insegnante che tra cattedra e lavagna racconta quel che nel libro è già scritto; 2) a casa studio (del libro) ed esercizi di applicazione dello studio; 3) di nuovo in classe, interrogazioni alla cattedra per verificare lo studio del libro". Con queste parole Tullio De Mauro (2012)[10] descrive il classico schema lezione frontale-studio individuale-verifica finale, che contraddistingue gli ambienti didattici.
Il nuovo ciclo di apprendimento proposto da Cecchinato (2016) e Cecchinato e Papa (2016a) ruota interamente intorno al concetto di *sfida*, che ha l'obiettivo di interessare e coinvolgere gli studenti nel proprio processo di apprendimento. L'idea è paragonabile a quella del *challenge-based learning,* che fa leva proprio sugli aspetti emotivi prodotti dal coinvolgimento degli studenti in sfide che li appassionino, che li mettono alla prova e che gli consentono di dimostrare il proprio valore (O'Mahony et al., 2012).
Troviamo ulteriori conferme nel pensiero di Brousseau (1986), secondo cui per uno studente non è possibile costruire una conoscenza significativa senza un reale interesse e un coinvolgimento in essa. Perciò la costruzione di concetti deve essere motivata e stimolata, inserendola in contesti legati alla quotidianità dei giovani (D'Amore e Sbaragli, 2011).
Un tentativo simile, ma meno strutturato, era già stato fatto anche da Sams e Bergmann (2013). I due docenti propongono un uso dei filmati non necessariamente legato alle video-lezioni, ma anche più semplicemente alla proposta di problemi a cui gli studenti devono trovare una soluzione in base a ciò che vedono.[11] Oppure video che mostrano un particolare fenomeno su cui gli alunni devono interrogarsi, portando in classe almeno una domanda a

[7] I MOOC sono corsi di formazione gratuiti a distanza, mediante piattaforme on-line, indirizzati ad un alto numero di utenti provenienti da diverse aree geografiche.
[8] La progettazione a ritroso consiste in una particolare modalità di creazione di un'unità di apprendimento. Il punto di partenza è sempre quello di definire le competenze che si vuol far sviluppare agli studenti e le prove necessarie affinché ciò avvenga, questioni che solitamente vengono poste alla fine nella prassi didattica (Castoldi, 2017).
[9] Graziano Cecchinato chiama l'approccio proposto flipped classroom, ma analizzando le caratteristiche della metodologia da lui descritte (che rispondono perfettamente ai quattro pilastri dell'apprendimento capovolto) riteniamo questa possa essere riconosciuta come flipped learning secondo la definizione che abbiamo scelto.
[10] https://www.internazionale.it/opinione/tullio-de-mauro/2012/11/22/la-scuola-capovolta
[11] Gli autori fanno riferimento, ad esempio, alle registrazioni di un docente che propone problemi di matematica contestualizzati nella quotidianità, visualizzabili al seguente link: http://www.techsavvyed.net/archives/category/mathematics .

cui non sanno dare risposta da soli.[12] Su questi video il docente, una volta in classe, può assegnare un'attività, un problema reale, pratiche applicative, facendo lavorare gli allievi da soli o in piccoli gruppi, avendo così la possibilità di affiancare ogni studente e aiutarlo in modo personalizzato.
Come anticipato la proposta qui analizzata è più strutturata; si tratta di un nuovo ciclo di apprendimento-insegnamento, che rientra pienamente nei canoni del flipped learning, ed è diviso in tre fasi: il lancio della sfida, la conduzione della sfida e la chiusura della sfida. Analizziamo nel dettaglio i singoli momenti.

1.3.1. Il lancio della sfida

La prima fase di attivazione, il *lancio della sfida*, è fondamentale essendo il momento in cui bisogna attirare l'attenzione degli studenti attivando il loro desiderio di apprendere. Per il docente questo significa dover problematizzare un tema, trasformare i contenuti dalla forma enunciativa a quella ipotetica, lasciando agli studenti il compito di cercare, proporre e verificare la soluzione. Ciò può avvenire mediante la proposta di problemi in contesti quotidiani, dibattiti provocatori, analisi di situazioni reali, ricerche personali, o qualcosa che provochi un conflitto cognitivo[13]. La speranza è quella di suscitare direttamente (con una domanda formulata dal docente) o indirettamente (mediante interrogativi che sorgono spontanei dagli studenti) l'esigenza di cercare una spiegazione, fornire un'interpretazione o esprimere la propria opinione.
Inoltre in questa occasione è possibile chiarire il contesto, richiamare prerequisiti, offrire piste per indagini e approfondimenti, fornendo però informazioni non esaurienti. Il docente avrà la possibilità di predisporre anche materiale di natura espositiva, che richieda una fruizione tradizionale.
Gli approcci a questa fase possono essere vari (video, testo, immagini, file multimediali) e possono essere attuati a casa, prima della lezione, o in aula. Nel primo caso è consigliabile verificare l'effettivo svolgimento e la reale comprensione del materiale, chiedendo agli studenti, in presenza o attraverso canali di comunicazione on-line, di proporre alcune considerazioni personali, dubbi o curiosità[14]. In tal modo si viene a creare uno spazio di discussione caratteristico della metodologia. È importante comunque considerare la natura dell'attività, affinché non rientri nelle classiche pratiche di studio attraverso l'esercizio o la ripetizione, e il carico di lavoro, evitando di renderlo eccessivamente pesante e rischiare quindi di perdere la partecipazione degli studenti. Per tali ragioni sono stati definiti alcuni criteri di carattere generale che la sfida deve possedere:

- calibrare la difficoltà della sfida rispetto le capacità degli studenti, così da farli lavorare in quella che Vygotsky (1978) chiama zona di sviluppo prossimale, ossia

  > "the distance between the actual developmental level as determined by independent problem solving and the level of potential development as determined through problem solving under adult guidance or in collaboration with more capable peers" (p.86).

  Il livello di sviluppo potenziale rappresenta quella zona non ancora completamente sotto il controllo dell'individuo, ma a cui può avere accesso attraverso richieste che

[12] Cecchinato e Papa (2016a) propongono alcune di queste pratiche di apprendimento meno strutturate riferendosi al lavoro di Dan Mayer, che realizza video dedicati all'apprendimento della matematica con approcci induttivi: http://www.101qs.com/
[13] In didattica della matematica si è soliti distinguere l'esercizio dal problema. Il primo consiste in un'attività non creativa in cui viene richiesto di applicare competenze già acquisite, il secondo invece implica anche la messa in gioco dell'inventiva per ideare e utilizzare strategie mai sperimentate prima (D'Amore et al., 2004).
[14] Un momento definito da Rivoltella (2013) come *framework concettuale*.

superano di poco la zona di sviluppo effettivo e che possono essere soddisfatte con il sostegno dei pari o del docente.
Un'attuazione adeguata di questa strategia permette agli studenti di apprendere e interiorizzare le nuove conoscenze relative alla zona di sviluppo prossimale e di interfacciarsi con nuovi problemi relativi alla zona di sviluppo potenziale. Così facendo si estende gradualmente la zona di sviluppo potenziale degli studenti, evitando la creazione di lacune.

- consentire una partenza immediata per favorire l'autonomia e la responsabilità, riducendo al minimo la consegna di materiale di studio preparatori e privilegiando una ricerca attiva.
- creare collegamenti con conoscenze pregresse acquisite dentro e fuori la scuola, sia per agire sugli aspetti motivazionali che per mettere in evidenza eventuali misconcetti. Questo produce un apprendimento più significativo e duraturo in quanto le nuove conoscenze si innestano in quelle già possedute, favorendo il cambiamento concettuale.
- condividere obiettivi didattici, la definizione dei tempi e la valutazione per rendere più efficiente il loro lavoro in autonomia.
- usare quando possibile risorse digitali per favorire stili comunicativi più sintonici agli studenti e stimolare un maggior coinvolgimento.

1.3.2. La conduzione della sfida

La seconda fase di produzione, la *conduzione della sfida*, ha come scopo quello di sviluppare una mentalità scientifica mostrando quanto sia sterile un'assimilazione acritica delle conoscenze. Gli allievi dovrebbero essere spinti a operare come "piccoli ricercatori" che, guidati dall'insegnante, ripercorrono i processi che hanno portato a ottenere le conoscenze che si vogliono far loro acquisire. Si tratta quindi di far svolgere attività di scoperta e riflessione, applicando strategie cognitive e procedure di indagine specifiche della materia, producendo anche materiale, testuale o multimediale, più o meno articolato in base all'attività proposta, che potrebbe essere utile nella fase successiva.
Per favorire questo processo è necessario predisporre un ambiente didattico in grado di facilitare la ricerca di informazioni, la riflessione, il confronto, la sperimentazione, ecc. Le strategie didattiche a cui poter far ricorso sono quindi quelle di *active learning*. Queste ultime sono numerose, alcune delle più consigliate durante la seconda fase sono ad esempio il *peer collaboration*, l'*inquiry based learning*, il *problem based learning*, la *peer instruction*[15], la *think pair share*[16] e la *guided reciprocal peer questioning*[17]. La scelta può dipendere dal

[15] La peer instruction è stata proposta da Mazur (1997), e i suoi principi richiamo quelli della flipped clasroom. Gli studenti dopo aver studiato del materiale a casa devono fornire un feedback sulla loro comprensione mediante canali digitali. In aula vengono proposte, una alla volta, alcune domande concettuali a risposta chiusa per verificare l'effettivo apprendimento degli studenti, che devono rispondere con un apposito telecomando che permette al docente di avere un riscontro immediato. In base alla percentuale di risposte corrette si procede in diverse modalità: se <30% vi è una revisione del concetto, se >70% si propone una rapida spiegazione a beneficio dei pochi che non hanno risposto correttamente, se comprese tra il 30 e 70% si creano gruppi di discussione eterogenei in base alla soluzione data e in seguito al confronto si ripropone la stessa domanda, iterando il processo descritto.
[16] La think pair share, proposta da King (1993) per aumentare il coinvolgimento degli studenti e la riflessione sui contenuti, consiste in tre fasi: una breve lezione frontale focalizzata su uno specifico argomento, un momento di riflessione individuale e uno di confronto a coppie. La generazione di idee può essere stimolata chiedendo di produrre esempi, controesempi, mappe concettuali, ipotesi applicative, ecc.
[17] Il guided reciprocal peer questioning si sviluppa in modo simile al think pair share, la differenza è che la richiesta fatta ai singoli studenti è quella di produrre due o tre domande stimolanti sui contenuti in esame da proporre all'interno del proprio gruppo. L'obiettivo è nuovamente quello di promuovere il ragionamento e l'elaborazione personale (Millis e Cottell, 1998).

sapere da apprendere, dalle attività da svolgere, dalle competenze da sviluppare, dai prodotti da elaborare, dagli stili d'apprendimento degli allievi o dagli strumenti a disposizione (Lebrun, 2016).
Abbiamo scelto di discutere più nel dettaglio alcune delle strategie didattiche appena elencate, il peer collaboration, l'inquiry based learning e il problem based learning, avendo una tradizione nella didattica della matematica maggiormente consolidata rispetto ad altre[18].

1.3.3. Il cooperative learning

Con il termine cooperative learning si coprono una varietà di approcci di apprendimento che hanno come caratteristica comune quella di avere una suddivisione della classe in gruppi, visti non come una semplice somma dei membri che lo compongono, ma piuttosto come una totalità dinamica con un obiettivo comune. Quella appena descritta è in realtà una caratteristica condivisa da tutte le tre modalità cooperative che compongono il più ampio filone della peer education, ossia: la peer tutoring, il cooperative learning e la peer collaboration, la differenza tra le tre modalità risiede nella tipologia di composizione del gruppo (Damon e Phelps, 1989).
La prima modalità considera coppie di studenti con livelli competenze, rispetto una certa materia, molto diversi. Lo status dei due componenti non è uguale, la loro relazione educativa assomiglia a quella che intercorre generalmente tra insegnante e studente, per questo viene considerato particolarmente adatto per le attività di recupero.
La peer collaboration invece prevede l'unione di studenti con lo stesso livello di competenze disciplinari affinché attraverso il sostegno reciproco riescano ad approcciarsi a problemi che altrimenti, se soli, non sarebbero stati in grado di risolvere.
Il cooperative learning, il più conosciuto, considera gruppi di massimo cinque studenti eterogenei rispetto il livello di competenza nella materia. Seppur spesso i membri svolgono ruoli differenti, essi hanno tutti lo stesso status. Tale modalità sembra la più adatta in un contesto flipped perché favorirebbe l'integrazione, diminuendo così il rischio di effetti negativi sull'autostima e sulla motivazione (Cecchinato e Papa, 2016a).
Le caratteristiche che sono state riconosciute come identificative della peer education, e in particolare anche del cooperative learning, sono l'interdipendenza positiva, l'assegnazione dei ruoli, lo sviluppo di abilità sociali, la valutazione non solo individuale e il ruolo del docente.
L'*interdipendenza positiva* è la relazione che si viene a creare tra i pari all'interno del gruppo che condividono il medesimo obiettivo (la probabilità che ha ogni individuo di raggiungere il proprio scopo dipende dalla probabilità che hanno gli altri membri di raggiungere il loro) e che stimola la crescita e lo sviluppo del singolo (Deutsch, 1949). L'*assegnazione dei ruoli* permette di coinvolgere tutti i partecipanti all'attività responsabilizzando ognuno di loro. L'integrazione delle due caratteristiche appena descritte potrebbe essere ricondotta allo slogan "tutti per uno, uno per tutti", che per essere sostenuto necessita anche di una valutazione altrettanto integrata, prendendo in esame i risultati ottenuti sia dai singoli membri che dall'intero gruppo. Non solo, la valutazione non deve limitarsi ai contenuti e alle competenze disciplinari, ma deve allargarsi anche a quelle socio-relazionali, determinanti in un lavoro di questo tipo (Cecchinato e Papa, 2016a). La conseguenza è un cambiamento anche del ruolo del docente, che diventa organizzatore, guida e supervisore dell'attività di gruppo.

[18] Inoltre sono le strategie scelte per lo sviluppo della conduzione della sfida dell'unità di apprendimento proposta nel Capitolo 5.

1.3.4. L'inquiry based learning e il problem based learning

L'inquiry based learning consiste nella proposta di attività che mirano a riprodurre i processi attraverso cui i ricercatori scientifici lavorano quotidianamente. Sebbene la metodologia possegga numerosi approcci differenti, è stato identificato un processo guida comune a tutti: gli studenti si pongono domande a orientamento scientifico a cui provano a dare risposta basandosi sulle evidenze di un fenomeno osservato, su esse devono basarsi anche per dare spiegazioni e giustificazioni, facendo riferimento a saperi scientifici (Barrow, 2006). L'obiettivo è quindi quello di acquisire conoscenza da osservazioni dirette usando processi deduttivi, non sono dunque necessari particolari prerequisiti. Il docente in un ambiente come quello appena descritto ha il ruolo di guida, è il leader della "piccola comunità di ricerca" che è la classe.
Il problem based learning consiste in una variazione dell'inquiry based learning, andando anche oltre. Il docente, che ricopre il ruolo di facilitatore dei processi di comprensione, promuove un apprendimento più profondo proponendo quesiti e problemi. L'obiettivo è infatti massimizzare l'apprendimento attraverso l'investigazione, l'illustrazione e la risoluzione di problemi significativi e reali. In tal caso abilità e conoscenze pregresse sono richieste, anzi, l'integrazione di queste ultime con il nuovo sapere da acquisire è una parte fondamentale del processo (Oguz-Unver e Arabacioglu, 2014).

1.3.5. La chiusura della sfida

L'ultima fase di elaborazione, la *chiusura della sfida,* consiste in un processo collettivo di riflessione e confronto su quanto appreso, guidato dall'insegnante, che coinvolge l'intera classe. L'obiettivo non è solo di chiarire, rendere espliciti e consolidare i contenuti, ma anche di costruire e sviluppare competenze, riflettendo sui processi e sulle strategie attuate. Per far ciò il docente dovrà stimolare e moderare la discussione tra gli alunni, valorizzare i percorsi più produttivi, ma anche facilitare i processi di astrazione, di generalizzazione e di formalizzazione; si tratta dunque di un vero e proprio *debriefing* (Rivoltella, 2013). Il momento qui descritto si struttura solitamente in tre punti essenziali: la definizione delle regole del dibattito, che possono essere stabilite una volta per tutte e hanno l'obiettivo di creare un clima favorevole alla libera espressione dell'intera classe, l'esposizione di cosa è stato fatto da parte dei gruppi o dei singoli, che potrebbe essere paragonato ad una relazione sui procedimenti attuati e i risultati ottenuti, ed infine la conclusione riflessiva con i possibili sviluppi futuri, proponendo domande specifiche per stimolare tali processi.
La chiusura della sfida può essere prolungata al di fuori dell'aula prevedendo attività di consolidamento, proponendo ulteriori ricerche e pratiche applicative.

1.4. Le caratteristiche del flipped learning

Analizziamo alcune caratteristiche distintive del flipped learning soffermandoci anche sui vantaggi che, dalla letteratura, la metodologia sembra comportare.

1.4.1. La teoria costruttivista dell'apprendimento

Il costruttivismo è una teoria psicologica che ha come principio di base la convinzione che la conoscenza sia il risultato di un processo di costruzione di significato che avviene grazie a una rielaborazione dell'esperienza. Il sapere non viene concepito come qualcosa che esiste ed ha una propria autonomia al di fuori dell'individuo, non c'è una verità assoluta che può essere appresa. In questo contesto l'ambiente circostante non è più visto come luogo che fornisce nozioni precostituite da imparare, ma come un "laboratorio" in cui tali concetti possono essere costruiti. L'apprendimento è considerato un processo individuale e di conseguenza la conoscenza è soggettiva e dipende dal soggetto. Risulta dunque molto difficile, se non impossibile, riuscire a trasmettere a qualcun'altro le proprie conoscenze,

poiché il significato che si attribuisce a un certo concetto è intriso di esperienze personali. Ciò che avviene è piuttosto un accordo tra due interlocutori riguardo quali aree di significati di un determinato concetto siano condivisibili in base alle esperienze comuni. Ed è proprio a causa di questo patto che si crea la convinzione che le parole indichino oggetti del mondo reale e non siano invece soltanto elementi culturali astratti.
Dall'esposizione dei principi fondamentali del costruttivismo emerge in modo preponderante anche il suo duplice aspetto: quello individuale e quello sociale (Bara, 1990). Cominciamo analizzando l'aspetto individuale trattando dello psicologo e pedagogista svizzero Jean Piaget (1896-1980), oggi considerato il padre del costruttivismo cognitivo. Secondo l'autore ogni individuo sviluppa la conoscenza in maniera autonoma, indipendentemente dall'aspetto sociale e dall'ambiente circostante, elementi considerati sufficienti ma non necessari per la creazione del sapere (costruzione intra-inter). La conoscenza è vista come la manifestazione di un adattamento più elevato che caratterizza un organismo complesso e che ha come obiettivo la creazione di strutture visibili. Si potrebbe dire che quando la mente crea se stessa costruisce il mondo.
Lev Semenovic Vygotskij (1896-1934) sviluppa una teoria che si discosta dal pensiero di Piaget, entrandone parzialmente in contrapposizione. Lo psicologo russo è l'ispiratore del costruttivismo socio-culturale; egli sostiene che la socialità e l'ambiente circostante sono necessari ma non sufficienti per il processo di costruzione della conoscenza (costruzione inter-intra). Secondo Vygotskij l'apprendimento inizia all'esterno dell'individuo e si sviluppa verso l'interno. In questo senso, riuscire ad interagire con l'ambiente esterno e a collaborare con i pari è fondamentale affinché l'individuo riesca a pensare e a determinare il proprio comportamento per poter interiorizzare tali processi. Poiché l'apprendimento sociale viene prima della rielaborazione personale, lo sviluppo intellettuale è guidato e determinato dal contesto collettivo, così come dagli elementi culturali legati allo spazio e al tempo.
Il flipped learning trae ispirazione in particolare da questo secondo aspetto sociale della teoria costruttivista.

1.4.2. Il ruolo del docente e della valutazione

In un contesto come quello appena descritto non c'è più bisogno che il docente ricopra il ruolo di divulgatore delle conoscenze, serve invece agli studenti un compagno di ricerca, un facilitatore dei processi di apprendimento, una guida su cui fare affidamento. Questa trasformazione è stata ben sintetizzata da King (1993), uno dei precursori del flipped learning, che evidenzia la necessità di un passaggio dell'insegnante da *sage on the stage* (il saggio sul palcoscenico) a *guide on the side* (guida a fianco dello studente). Quest'ultimo ha così modo di assistere gli alunni nella fase più delicata, la costruzione delle conoscenze, fungendo da facilitatore e favorendo le loro inclinazioni, capacità, talenti e interessi. Ciò permette di dare particolari attenzioni agli allievi in difficoltà e maggiori stimoli a quelli più brillanti, rendendo attuabile una personalizzazione della didattica; si può inoltre creare una relazione educativa più profonda e gratificante con ognuno di loro rispetto quella che si sarebbe potuta avere dalla cattedra rivolgendosi indistintamente a tutta la classe (Bergmann e Sams, 2016). Può essere utile trasmettere agli studenti un senso di cura, mostrando apprezzamento per i loro sforzi e comprensione per i loro sentimenti, cercando di infondere un senso di crescente efficacia durante lo svolgimento dell'attività.
Il nuovo ruolo non sminuisce affatto il lavoro del docente, come l'immagine divulgativa della metodologia potrebbe far pensare, ma al contrario valorizza la sua funzione professionale e relazionale. Inoltre sempre a lui resta il compito di progettare il percorso didattico, predisponendo il materiale e le sfide per la fase preparatoria, le attività da svolgere in classe, e le modalità di valutazione. Proprio di questo ultimo aspetto tratteremo nel seguito.

Le caratteristiche principali della nuova valutazione sono tre, essa è formativa, integrata nel percorso didattico e partecipata, al contrario di quella tradizionale che invece è sommativa, finale e unilaterale.
L'obiettivo principale di tale pratica dovrebbe essere quello di fornire informazioni sul percorso didattico che lo studente sta svolgendo, per permettergli un tempestivo cambio di rotta. La valutazione tradizionale è generalmente sommativa e finale, deve rispondere agli obblighi istituzionali e sembra essere classificatoria. Spesso appare agli studenti come incomprensibile, ingiusta, "calata dall'alto", a volte risulta essere tardiva, arrivando anche a distanza di settimane rispetto la verifica, quando ormai si è passati all'argomento successivo e non è più efficacie. È evidente quanto sia necessario un cambiamento di tale aspetto, integrando la valutazione *dell'*apprendimento con quella *per* l'apprendimento.
Il flipped learning promuove una valutazione formativa e integrata all'interno del percorso didattico. I feedback dovrebbero essere individuali e comunicati sotto forma di consiglio, piuttosto che di giudizio, esplicitando gli elementi per comprendere cosa ha funzionato, cosa non è andato bene e cosa fare per migliorare. La restituzione può essere espressa sia in formato scritto che verbale, e la liberà che ha il docente grazie al suo nuovo ruolo non può che incrementare le occasioni per attuarla, rendendola meno episodica e più tempestiva. La volontà è quella di non analizzare solo i prodotti, ma anche e soprattutto i processi, non limitandosi più a un mero accertamento di conoscenze, ma dando attenzione anche a "quanto il soggetto sa utilizzare il proprio sapere per agire nel contesto di realtà in cui si trova a vivere" (Castoldi, 2009, p.27), per questo motivo viene chiamata valutazione autentica. Ci si sta riferendo alla verifica delle competenze, un altro punto cardine del flipped learning, il cui obiettivo non si limita all'acquisizione di conoscenze e abilità, ma punta allo sviluppo delle *life skills*.
Si consiglia inoltre di negoziare i criteri valutativi con la classe, ciò permetterebbe una condivisione di responsabilità tra insegnante e allievo, rendendo l'apprendimento più consapevole, autoregolato e motivato. Naturalmente non si intende dire che il docente debba rinunciare alla responsabilità di fare scelte didattiche e valutative, a lui spetta sempre l'ultima parola, si vuol invece far riflettere gli alunni sul proprio agire (Cecchinato e Papa, 2016a).
Per facilitare lo svolgersi di questo complesso processo si possono sfruttare, ad esempio, delle apposite rubriche valutative, ossia strumenti con cui si attribuiscono punti su scale in base ad un elenco di dimensioni fondamentali di quell'attività (Castoldi, 2009).

1.4.3. L'uso della tecnologia

La definizione di apprendimento capovolto proposta dal FLN (2014) è abbastanza generica e non fa in nessun modo riferimento all'utilizzo di strumenti tecnologici. Naturalmente tale mancanza non è una svista, ma piuttosto un chiaro segnale di discostamento da versioni divulgative della metodologia che si riducono al solo utilizzo di video-lezioni o altri strumenti digitali (Sams e Bergmann, 2013). Ciò nonostante non si può negare che avvalersi della tecnologia all'interno della didattica sia una risorsa importante, che può essere sfruttata a casa, nella fase che precede la lezione, ma anche in classe, semplificando aspetti organizzativi, potenziando i processi didattici e favorendo il coinvolgimento degli studenti.
Grazie al feeling che i nativi digitali hanno con gli la tecnologia, utilizzare tali strumenti produttivamente nei processi didattici rende gli allievi più partecipi e interessanti, che come anticipato è condizione necessaria per un apprendimento significativo. In particolare, permettergli di utilizzare i loro dispositivi in classe per le attività predisposte può generare un "ponte" tra aula e mondo esterno, solitamente percepiti come due luoghi separati e distanti, favorendo anche il superamento di una visione della scuola come ambiente artificiale ed esterno alla propria quotidianità.
Inoltre le tecnologie digitali offrono funzionalità che sarebbero state impensabili fino a non molti anni fa: effettuare ricerche rapide attingendo da numerosi fonti, realizzare

collaborativamente testi e artefatti multimediali, documentare in tempo reale i processi, esporre e pubblicare i prodotti creati in classe, esplorare digitalmente zone geografiche non raggiungibili, simulare principi fisici, visualizzare e verificare congetture matematica, ecc. Questi sono contributi che possono realmente facilitare e rendere stimolante la didattica, posizionando la scuola ad uno livello di avanzamento tecnologico pari a quello della società in cui gli studenti vivono.
L'utilizzo di dispositivi digitali facilita anche l'organizzazione delle fasi del processo di apprendimento. Infatti il momento che precede la lezione viene agevolato se si dispone di appropriati canali di comunicazione e di un accesso alla rete per fruire i materiali appositamente creati dal docente. Inoltre gli studenti possono confrontarsi tra loro e con l'insegnante in tempo reale anche da casa. Allo stesso modo ciò può essere utile nella fase successiva a quella d'aula, dopo la ristrutturazione delle conoscenze, durante i processi di riflessione e consolidamento. La tecnologia può essere presente anche durante le attività in presenza, rendendo più produttive anche le interazioni faccia a faccia (Cecchinato e Papa, 2016a).

1.4.4. I vantaggi del flipped learning

Da studi teorici e sperimentali sono emersi diversi benefici a cui l'apprendimento capovolto può condurre. Alcuni di questi sono già stati anticipati nella sezione riguardante lo stato dell'arte in cui abbiamo riportato numerosi risultati di ricerche sperimentali, altri durante la presentazione teorica della metodologia, ma vediamoli nel seguito in modo più approfondito.
Una delle scelte che caratterizza il flipped learning è l'adozione di un insegnamento condotto in forma ipotetica. Tale approccio è stato studiato approfonditamente da Jerome Bruner (1915-2016), evidenziando nel suo saggio del 1961 alcuni benefici cognitivi ed intellettuali, che saranno dunque comuni anche all'apprendimento capovolto. Elenchiamo i principali nel seguito:

- il potenziamento delle capacità logiche; esso deriva dall'abitudine a ragionare per ipotesi in quanto sollecita gli studenti ad attribuire un significato alle informazioni che stanno analizzando, a notare regolarità, correlazioni, collegamenti, a comprendere il valore di ciò che si studia e a utilizzare le conoscenze acquisite per impararne di nuove.
- il passaggio da motivazione estrinseca a intrinseca; infatti dando la possibilità all'alunno di accostarsi all'apprendimento come qualcosa da "esplorare" piuttosto che da "recepire", in modo che si senta più propenso a lavorare in autonomia stimolato dalla sola autoricompensa che risiede nella scoperta stessa. Ciò implica un conseguente sviluppo di autonomia e responsabilità. In particolare nel flipped learning, con il nuovo ruolo del docente e la nuova funzione della valutazione, quest'ultimo aspetto è ulteriormente rinforzato. L'insegnante, mettendosi al fianco degli studenti, rende lo spazio più libero e concede ad ogni alunno un grado maggiore di autogestione, promuovendo lo spirito di iniziativa e l'intraprendenza. In aggiunta la valutazione condivisa coinvolge gli studenti nelle decisioni che riguardano il loro processo educativo, responsabilizzandoli ulteriormente.
- lo sviluppo di capacità euristiche; esso deriva dalle attività di problem solving attraverso il quale si sviluppa l'apprendimento per "scoperta". Infatti per padroneggiare l'arte dell'esplorazione il miglior compito da svolgere è proprio quello di risolvere problemi. Una conseguenza dello sviluppo di questa competenza è il potenziamento della memoria. Il processo di memorizzazione viene paragonato a quello di organizzazione delle informazioni archiviate; l'atto del ricordare corrisponderà allora alla soluzione di un problema di recupero dati, che grazie alle capacità euristiche non sarà difficile risolvere.

L'utilizzo strategie di active learning durante i momenti di classe implica inoltre un maggior coinvolgimento degli alunni, che può essere incrementato ulteriormente se vengono integrati strumenti digitali nella pratica didattica. Inoltre, in dipendenza della particolare strategia di apprendimento attivo che si sceglie di attuare, possono esserci ulteriori benefici specifici che caratterizzano la stessa, evidenziati da anni di ricerche sul campo.
Per esempio, è stato osservato che le strategie di apprendimento tra pari migliorano i risultati di apprendimento, potenziano le capacità riflessive e argomentative, incrementano il benessere psico-fisico degli studenti, aumentalo il livello di autostima e il senso di autoefficacia (Slavin, 1996).
Il problem based learning invece sembra che stimoli la motivazione intrinseca, migliori l'integrazione tra le discipline di base e applicate, produca un apprendimento a lungo termine, incrementi le capacità di ricercare informazioni e risolvere problemi. (Oguz-Unver e Arabacioglu, 2014).
Altri vantaggi che può portare il flipped learning sono (Cecchinato e Papa, 2016a):

- la personalizzazione della didattica; essa non è attuabile solo grazie alla libertà, nei tempi e nei luoghi, lasciata agli studenti per approcciarsi al materiale assegnato per casa (Bergmann e Sams, 2016), ma è soprattutto legato all'abbandono della lezione frontale in favore di attività di active learning che possono essere differenziate a seconda del livello di ogni studente (o gruppo di studenti) e seguite dal docente, libero di abbandonare la sua postazione dietro la cattedra. Se un'individualizzazione del curricolo non fosse possibile, il suo nuovo ruolo gli permetterà comunque di personalizzare il processo di apprendimento, per lo meno per quanto riguarda gli approcci didattici.
- la riduzione del clima competitivo; ciò avviene grazie alla valutazione formativa e alle attività coinvolgenti che spostano il focus dal voto all'apprendimento. Se il rilievo che viene dato al voto calasse, lo studente non si sentirebbe più stimolato a mettersi a confronto con i propri pari, ma piuttosto ad aiutarsi a vicenda per raggiungere gli obiettivi comuni prefissati. In tal modo dovrebbe essere favorito un ambiente cooperativo e collaborativo, supportato ulteriormente dall'utilizzo della peer education.
- lo sviluppo di competenze, oltre che di conoscenze e abilità; esso è favorito dall'utilizzo dell'active learning e dai così detti compiti autentici, che richiedono agli studenti la messa in campo di competenze specifiche della materia, ma anche trasversali e per la vita (senso critico, consapevolezza, capacità relazionali, capacità comunicative). Anche la tipologia di valutazione scelta è di sostegno in questo, restituendo feedback sui processi, sulle strategie messe in atto e facendo riflette sul percorso svolto in una sorta di meta analisi.
- costruzione di un "ponte" tra scuola e realtà; ciò avviene attraverso l'integrazione di strumenti tecnologici all'interno della didattica, permettendo un superamento della discontinuità tra i due ambienti. Questa connessione può essere ulteriormente rinforzata se si opta per la proposta di attività con riferimenti alla quotidianità degli studenti.

1.5. Conclusioni

In questo capitolo abbiamo analizzato il flipped learning da vari punti di vista, cominciando dallo studio del suo sviluppo storico, per comprenderne le origini e prendere consapevolezza delle evoluzioni che ha subito fino ad oggi. Nato per rispondere a una sensazione di insoddisfazione che accomunava docenti e studenti nel mondo della scuola (e.g. Lage et al., 2000), la metodologia in esame subisce numerose mutazioni nel giro di pochi anni (classe invertita-classe capovolta-apprendimento capovolto), che ha portato a diversi errori di

interpretazione ed equivoci (Nizet et al., 2016). Nonostante sia stata data una definizione ufficiale dal FLN nel 2014, il velo di indeterminazione non abbandona questo termine, il che comporta anche una difficoltà nella comparazione delle ricerche esistenti. È stato fatto un tentativo, presentando alcune delle ricerche più citate (e.g. Bishop e Verleger, 2013) e facendo particolare riferimento a quelle legate all'ambito della didattica della matematica (e.g. Wasserman et al. 2017), anche in Italia (e.g. Carotenuto e Sbaragli, 2018; Vastarella, 2014).

Abbiamo quindi individuato alcune caratteristiche identificative comuni a diversi approcci che rientrano pienamente nella definizione a cui facciamo riferimento. Si tratta di un tipo di didattica che trae ispirazione dal costruttivismo, che pone al centro dell'apprendimento lo studente piuttosto che l'insegnante, il quale di conseguenza cambia ruolo diventando facilitatore e guida. Anche la valutazione si trasforma, rafforza la sua valenza formativa, dando maggior attenzione ai processi e puntando a uno sviluppo delle competenze. Il tutto può essere reso più semplice e stimolante avvalendosi della tecnologia digitale, elemento quotidiano per i nativi digitali che oggi popolano le scuole (Sams e Bergmann, 2013).

Siamo riusciti inoltre a determinare diversi benefici a cui l'apprendimento capovolto può portare, grazie alle caratteristiche sopra elencate e all'impiego di strategie didattiche attive. Alcune delle più rilevanti sono: un miglioramento delle capacità cognitive (logiche, di memoria, di problem solving), la possibilità di personalizzare l'apprendimento, l'aumento di autonomia e responsabilità, la creazione di un "ponte" tra il mondo della scuola e quello reale, il passaggio da una motivazione estrinseca a una intrinseca, il maggior coinvolgimento degli alunni, l'aumento del livello di autostima e autoefficacia, e la creazione di un clima non competitivo.

In questa tesi abbiamo scelto di fare particolare riferimento al ciclo di apprendimento proposto da Cecchinato e Papa (2016b), che integra il flipped learning con il challenge-based learning per far leva proprio su quegli aspetti motivazionali che potrebbero stimolare lo studente ad approcciarsi al percorso di apprendimento.

2. Breve rassegna sulla Motivazione ad Apprendere

Gli ostacoli non mi fermano.
Ogni ostacolo si sottomette alla rigida determinazione.
Chi guarda alle stelle non cambia idea.

Leonardo da Vinci

Nella scuola può capitare di vedere studenti che imparano con facilità e piacere raggiungendo ottimi risultati, ma anche alunni con carriere più stentate, che incontrano spesso difficoltà e non affrontano l'apprendimento come un'esperienza appagante. De Beni e Moè (2000) hanno identificato quattro componenti distinte da cui questa differenza potrebbe derivare: le abilità innate, le strategie di apprendimento utilizzate, le capacità metacognitive e la motivazione, la componente di maggior interesse per questa tesi.
Le abilità innate sono le capacità presenti fin dalla nascita, che permettono l'acquisizione di apprendimenti complessi, le strategie sono le procedure (consapevoli e controllabili) con lo specifico obiettivo di attuare l'apprendimento, gli aspetti metacognitivi sono quelli che sovraintendono, dirigono e organizzano i fattori relativi alla selezione e utilizzo di strategie e ragioni adeguate alla persistenza e raggiungimento dell'obiettivo. Dare una definizione univoca di motivazione non è invece così semplice; tale aspetto sarà infatti il primo ad essere affrontato insieme ad un breve *excursus* storico del concetto.
Lo studio della motivazione ad apprendere è di fondamentale importanza nello studio della matematica (Middleton e Spanias, 1999), ma anche delle altre discipline, per via della sua influenza positiva sul rendimento scolastico (Murphy e Alexander, 2000; Pintrick 2000); questa però tende a diminuire con l'avanzare del grado scolare (Boscolo, 2003; Harter, 1992; Mason e Arcani, 2001; Middleton e Spanias, 1999). Per chi lavora nel mondo della scuola quella di motivare gli studenti è una delle sfide quotidiane più sentite, essa si trova al centro delle preoccupazioni di docenti, psicologi e pedagogisti (Beluce e De Oliveira, 2015). Di conseguenza è fondamentale conoscere le teorie che studiano i fattori motivazionali per poter effettuare diagnosi tempestive delle difficoltà e progettare interventi di recupero coerenti.

2.1. Cenni storici sul concetto di motivazione

Gli studi sulla motivazione nascono inizialmente all'interno di teorie psicologiche generali, come la psicoanalisi[19] e il comportamentismo[20], con lo scopo di interpretare e comprendere

[19] La psicoanalisi è una disciplina fondata da Sigmund Freud (1856-1939), che ha per oggetto lo studio e il trattamento terapeutico di disturbi di tipo psicologico nel quadro di una teoria dinamica della psiche il cui concetto centrale è quello di inconscio.
[20] Il comportamentismo è un indirizzo psicologico, sviluppato dallo psicologo John Watson (1878-1958) agli inizi del Novecento, basato sull'assunto che il comportamento esplicito dell'individuo è l'unica unità di analisi scientificamente studiabile della psicologia avvalendosi del metodo stimolo (ambiente) e risposta (comportamento), in quanto direttamente osservabile dallo studioso.

le ragioni dei comportamenti di diversi soggetti. Solo in un secondo momento si sono sviluppate ulteriori ricerche specificatamente rivolte alla motivazione ad apprendere (Ajello, 1999). Nel corso degli anni sono nati innumerevoli approcci teorici, diversificati in base agli aspetti sul quale questi si focalizzano, che sono stati influenzati dalla concezione dominante di apprendimento del periodo. Il risultato è una sostanziale indeterminatezza del termine "motivazione", che porta di conseguenza a problematiche legate alla condivisione di terminologie e definizioni (Murphy e Alexander, 2000). Questo è un indicatore di quanto ampio sia il significato del termine analizzato, il quale può avere diverse sfumature a seconda del punto di vista. Nessuna delle teorie può infatti essere considerata completamente esaustiva, alcuni aspetti possono essere spiegati solo alla luce di teorie differenti (Boscolo, 2010; De Beni e Moè, 2000).

Considereremo le molteplici distinzioni fra ricerche nel seguito del capitolo, dopo alcuni cenni storici e la proposta di una definizione generale di motivazione[21].

Il primo approccio alla motivazione ad apprendere avviene all'interno della teoria comportamentista[22]. Lo psicologo statunitense Burshus Skinner (1904-1990), in seguito ad alcuni esperimenti con gli animali sul concetto di rinforzo, si rese conto dell'enorme portata applicativa che i suoi studi avrebbero potuto avere sul modellamento del comportamento umano. Il rinforzo si dimostrò un importante strumento per conservare e potenziare la motivazione dell'allievo, ma si evidenziarono notevoli carenze quando si cercava di svincolare l'apprendimento dalla dipendenza del rinforzo. Dagli anni sessanta queste lacune furono colmate dalle successive teorie delle motivazioni intrinseche, in concomitanza con l'enfasi sull'apprendimento per scoperta (Bruner, 1961) e sul *problem solving*. La conseguenza fu una focalizzazione sugli aspetti motivazionali relativi all'attivazione del comportamento esplorativo ed epistemico, ponendo l'accento sul bisogno di imparare e conoscere l'ambiente circostante. Lo scopo dell'istruzione diventa quindi quello di stimolare la curiosità per lo sviluppo della competenza, trascurando però il problema della persistenza nello studio, dei valori personali, delle gratificazioni e frustrazioni della situazione scolastica, ecc. La dinamica individuale di aspettativa, successi e fallimenti è stata presa in considerazione dalla teoria della motivazione al successo, che è però ancora strettamente legata ad una visione dell'apprendimento come mezzo per soddisfare un bisogno, e non fine a se stesso, impoverendone il significato. Ben presto infatti, con il declino del comportamentismo, i concetti di bisogno e pulsione vengono accantonati in favore di un nuovo quadro teorico in cui gli antecedenti, i correlati e le conseguenze cognitive del comportamento motivato sono centrali: il cognitivismo[23].

Con queste nuove visioni le ricerche ne guadagneranno in raffinatezza, ma ne perderanno inevitabilmente in unitarietà, con una frammentazione del significato del costrutto di motivazione, diventando poco utile per la sua eccessiva genericità.

Seppur il termine "motivazione" rimane il riferimento per questo ramo di studi, vi è una tendenza a sostituirlo con "orientamento motivazionale", che esprime meglio il *pattern* dei vari fattori cognitivi e affettivi che influenzano l'inizio e il mantenimento dello sforzo indirizzato a un obiettivo.

Nei prossimi capitoli descriveremo più nel dettaglio alcuni dei fattori nominati, soffermandoci sui singoli elementi a svantaggio di una visione generale.

---

[21] Per usare il termine "motivazione" in modo significativo sarebbe necessario fare riferimento alle singole teorie (Boscolo, 2010). In questa introduzione lo scopo è piuttosto quello di dare un'idea generale del concetto.

[22] Il comportamentismo (Watson,1924) è un approccio alla psicologia secondo cui il comportamento esplicito dell'individuo è l'unica unità di analisi scientificamente studiabile, in quanto direttamente osservabile. Il metodo di riferimento è quello di stimolo e risposta, ossia rispettivamente l'ambiente e il comportamento.

[23] Il cognitivismo è un indirizzo psicologico che si occupa dei processi cognitivi mediante i quali un organismo acquisisce informazioni dall'ambiente, le elabora ed esercita su di esse un controllo.

2.2. La definizione di motivazione

Sotto il termine *motivazione* vengono inclusi numerosi aspetti interni personali, che derivano dall'attività e dall'orientamento verso determinati scopi di ogni soggetto (D'Alessio et al., 2007). Il termine deriva dal latino *motus*, che fa riferimento al movimento di un soggetto in una particolare direzione. L'etimologia del termine potrebbe essere considerata una buona definizione per quelle teorie che vedono la motivazione come conseguenza di un bisogno o una pulsione, ma non per tutte. Ci si sta riferendo alle teorie più attuali che considerano la motivazione come effetto di aspettative, obiettivi, atteggiamenti ed elementi sociali.
Per evitare ambiguità definiamo quindi la motivazione come

> "una configurazione organizzata di esperienze soggettive che consente di spiegare l'inizio, la direzione, l'intensità e la persistenza di un comportamento diretto a uno scopo" (De Beni e Moè, 2000, p.37).

Le *esperienze soggettive* possono avere origine intrinseca o estrinseca, e consistono in obiettivi, processi emotivi, aspettative, valori e attribuzioni causali. Il concetto di motivazione viene quindi usato per conoscere le ragioni che portano un individuo a svolge un compito, a farlo in un determinato modo, con una certa intensità, e a mantenere la concentrazione su di esso.
L'osservazione nata in occasione dell'analisi etimologica del termine *motivazione* è l'anticipazione di una delle varie classificazioni esistenti. Rheinberg (1997) distingue tra teorie nelle quali la motivazione è considerata come un'attrazione del soggetto verso un obiettivo, in cui l'individuo ha un ruolo attivo, e quelle in cui è valutata come una spinta data al soggetto, il quale ricopre una posizione passiva.
La più classica tra le dicotomie è quella tra motivazione intrinseca e motivazione estrinseca, anche se come vedremo il confine non è più considerato così netto. La prima consiste nello stimolo ad affrontare il compito per sé stessi e non per finalità esterne (Berlyne, 1971), come per la curiosità o l'interesse, la seconda nel desiderio di approcciarsi a un compito per ottenere qualcosa di diverso dall'attività stessa (Skinner, 1976).
Concludiamo il paragrafo sottolineando un'ultima importante differenza tra motivazione e volizione. Anche se in questa tesi non si prenderà approfonditamente in considerazione il secondo concetto è importante tenere a mente i punti di contatto e quelli di separazione tra i due.
Secondo Heckhausen (1991) ogni azione umana è divisa in due fasi di cui il momento decisionale è l'elemento separatore. Lo stato pre-decisionale, in cui prende forma l'intenzione, è di tipo motivazionale, lo stato post-decisionale invece, in cui si realizza l'intenzione attraverso l'azione, è di tipo volitivo. I fattori motivazionali influenzano semplicemente la scelta di cominciare ad apprendere, i fattori volitivi implicano invece elementi di controllo, quali impegno, costanza e attenzione, necessari al mantenimento della motivazione nel tempo e alla persistenza di fronte ad ostacoli (Pellerey, 2003).

2.3. La motivazione intrinseca

Con il termine motivazione intrinseca intendiamo il filone di teorie riguardanti quel tipo di motivazione, che ha come obiettivo l'apprendimento fine a se stesso, e comprendiamo diversi costrutti: la curiosità epistemica, la motivazione di effectance, l'autodeterminazione, l'esperienza di flusso e l'interesse.
Sulla motivazione intrinseca sono state svolte numerose ricerche che hanno condotto a risultati di grande rilevanza in favore di quest'ultima. È stato evidenziato infatti come questo tipo di motivazione possa influenzare positivamente l'apprendimento, il rendimento scolastico, (Hidi, 1990; Schiefele, 1996; Vansteenkiste et al, 2004), il benessere psicofisico e fisico (Miquelon e Vallerand, 2008) di uno studente, soprattutto in matematica (Middleton

e Spain, 1999). Dunque è ragionevole asserire che dal tipo di motivazione che possiede un allievo è possibile predire i suoi risultati d'apprendimento (Dazzi e Pedrabissi, 2006). Purtroppo però il livello di questa tipologia di motivazione tende a diminuire con l'avanzare dell'età e del livello scolare in favore di quella estrinseca (Harter, 1992), anche nel caso della matematica (Middleton, 1995).
Il primo costrutto che andremo ad analizzare è quello della curiosità epistemica (Berlyne, 1971), che a cavallo tra il 1950 e il 1960 è emerso con forza staccandosi dalla teoria comportamentista che fino al quel momento è stato l'approccio maggiormente condiviso. L'avvento del cognitivismo porta infatti a una reinterpretazione del concetto di bisogno in termini di bisogni psicologici. Questa tematica è stata ripresa negli anni '70 da Harter (1978; 1982) per sviluppare le sue ricerche sulla motivazione di effectance, poi da Deci e Ryan (1985) per i loro studi sull'autodeterminazione. Durante il decennio successivo diversi ricercatori si sono concentrati anche sul concetto di interesse e sulla motivazione di flow.

2.3.1. La curiosità epistemica

Il concetto di curiosità fonda le radici nella teoria dei bisogni[24], è infatti definita come un bisogno universale e innato che consiste nel desiderio di sapere come funzionano le cose, di conoscere e di apprendere. La curiosità si manifesta mediante l'esplorazione dell'ambiente circostante e viene per questo detta motivazione esplorativa. A differenza di quanto accade con i bisogni primari, quali fame e sete, i comportamenti messi in atto dalla curiosità non vengono a cessare quando i bisogni sono soddisfatti, poiché non vi è una riduzione della pulsione, ma al contrario un suo accrescimento.
Uno dei lavori di maggior rilievo è quello di Berlyne (1971). In esso l'ambiente, in particolare le proprietà degli stimoli che questo può offrire, ricopre un ruolo fondamentale, decisamente più importante rispetto agli atteggiamenti o agli obiettivi dell'individuo. Berlyne chiama queste proprietà "collative"[25], riferendosi agli elementi dell'ambiente di novità, complessità e incongruenza con le vecchie conoscenze. Tali elementi generano un conflitto interno originando una specifica motivazione che rispondere al bisogno di ottenere ulteriori informazioni per superare l'incertezza.
Affinché ciò avvenga è molto importante che l'incongruenza o l'intensità della stimolazione sia di medio livello; solo in questo caso è possibile esplorare liberamente l'ambiente focalizzando l'attenzione sugli elementi di novità. Un livello troppo basso genererebbe una situazione monotona e noiosa, mentre un livello troppo alto condurrebbe a manifestazioni d'ansia e comportamenti inibiti. L'insieme delle condizioni appena descritte è stato definito da Stipek (1996) come la *sorpresa ottimale*.
Berlyne (1971) distingue due forme di curiosità: percettiva ed epistemica. La curiosità percettiva è attivata dalle proprietà collative dell'ambiente che spingono il soggetto ad approfondire le caratteristiche degli oggetti, effettuando un confronto tra l'informazione proveniente dagli stimoli e quella già posseduta che risulta conflittuale. Come il nome stesso fa intuire, la sua funzione è quella di dare all'organismo informazioni percettive, l'obiettivo della curiosità epistemica invece è quello di fornire conoscenza. Quest'ultima nasce da un conflitto concettuale generato da una contraddizione tra tendenze di natura simbolica che spinge l'individuo a trovare la risposta a incongruenze o colmare vuoti di conoscenza. Il comportamento esplorativo che ne scaturisce, detto comportamento epistemico, si suddivide

[24] La teoria dei bisogni asserisce che gli esseri umani condividerebbero un patrimonio comune di pulsioni o istinti deboli orientati al soddisfacimento dei bisogni fondamentali, organizzati in una gerarchia in cui, una volta soddisfatto un bisogno inferiorie (anche sono parzialmente), inizia a presentarsene uno nuovo con un carattere di minor forza e urgenza, ma in grado di riordinare i fini e i valori soggettivi ai fini del suo soddisfacimento (Maslow, 1954).
[25] Il termine deriva dal verbo *confero*, che significa confrontare.

in tre categorie: l'osservazione, come metodo di studio dei fenomeni, la consultazione di fonti di informazione e il pensiero orientato, come ad esempio la soluzione di un problema. L'implicazione di maggior rilievo nel campo dell'istruzione riguarda il concetto di confitto concettuale, utile per attivare il processo di apprendimento. La curiosità epistemica è dunque un importante componente motivazionale in ambito educativo, ha però come limite quello di non garantire la costanza di fronte ad eventuali ostacoli. Risponde infatti ad un bisogno immediato di conoscere, sia percettivo che conoscitivo, e non può dunque certo costituire l'unico tipo di motivazione intrinseca ad imparare (Boscolo, 1997; De Beni e Moè, 2000).

2.3.2. La motivazione di effectance

Un altro bisogno che influisce sul comportamento esplorativo sopra descritto, fornendone una spiegazione alternativa, è quello di controllare e padroneggiare il proprio ambiente. White (1959) definisce inizialmente la motivazione generata da tale bisogno come motivazione alla competenza, una caratteristica considerata fondamentale per la sopravvivenza della specie, avendo spinto nei secoli gli individui a impegnarsi in attività faticose per sentirsi padroni del proprio destino (superando il limite della curiosità epistemica). Poiché questo impulso si attiva anche quando sono soddisfatti tutti i bisogni primari, White sostiene che tale costrutto vada ridefinito in termini di motivazione di *effectance* (ossia produrre un effetto), così da mettere in risalto anche il bisogno di sentirsi competenti ed efficaci oltre che di padroneggiare e controllare la situazione. Il comportamento considerato è visibile anche in bambini molto piccoli e si manifesta perfino in mancanza dell'incoraggiamento degli adulti (Piaget, 1968).
Negli anni settanta e ottanta il concetto di motivazione alla competenza è stato ripreso da due filoni di ricerca di grande rilievo: quello di Harter, che ha sviluppato un modello della motivazione di effectance, e quello di Deci e Ryan sulla teoria dell'autodeterminazione, di cui tratteremo nel prossimo paragrafo.
Harter (1978) ha esaminato la motivazione di effectance per effetto di successi/insuccessi e in dipendenza della presenza/assenza di rinforzi[26] da parte degli adulti. Secondo questo modello la motivazione di effectance attiva una serie di tentativi di padronanza in diverse aree di attività (area cognitiva, area sociale e area fisica[27]); se l'individuo viene sostenuto mediante rinforzi positivi tende a sviluppare un sistema di autoricompensa che lo renderà sempre meno dipendente dall'approvazione esterna, favorendo lo sviluppo di obiettivi di padronanza[28]. Questi obiettivi portano l'individuo ad affrontare le situazioni come una sfida in cui si mettono alla prova le proprie capacità al fine di percepirsi efficaci. Questo fa sentire il soggetto più competente e produce percezioni di controllo personale e piacere, che va ad alimentare la motivazione di effectance conducendo ad un processo circolare. Diversamente, se l'individuo viene scoraggiato durante i suoi tentativi di padronanza tende a manifestare un bisogno di approvazione esterna che lo porta a sentirsi dipendente dall'adulto e a sviluppare obiettivi di prestazione. Il soggetto sentendosi meno abile subirà una diminuzione della motivazione di effectance. La conseguente bassa percezione delle proprie competenze scatenerà una serie di emozioni negative, quali ansia e paura, che produrrà un ulteriore

[26] Un rinforzo è definito come uno stimolo capace di aumentare, mantenere o diminuire la frequenza di un determinato comportamento. Ad esempio premi, approvazione, sostegno, punizioni e dissenso. Si tratterà della Teoria del rinforzo più approfonditamente nel prossimo capitolo.
[27] L'area cognitiva fa riferimento all'apprendimento, l'area sociale al rapporto con i compagni e l'area fisica all'attività sportiva e al gioco.
[28] Gli obiettivi di apprendimento, ossia le finalità che l'individuo persegue, sono stati introdotti da Harter (1978) nel suo modello teorico e ripresi da Dweck (1999) successivamente. Gli obiettivi di apprendimento si dividono in base all'orientamento alla padronanza o alla prestazione. I primi mirano al miglioramento di capacità e conoscenze, i secondi a ottenere giudizi di competenza positivi, o evitare quelli negativi.

diminuzione di motivazione innestando un processo circolare che porterà a evitare situazioni di apprendimento simili a quelle sperimentate.
Va chiarito però che il bisogno di competenza può trovare solo parziale soddisfazione nell'apprendimento scolastico. Tale bisogno è particolarmente sentito nelle prime fasi della scolarizzazione, e sarebbe illusorio pensare di realizzare in termini di esso l'intero apprendimento di una disciplina di studio, poiché apprendere a scuola significa svolgere una serie di processi e operazioni per raggiungere gli obiettivi determinati dall'insegnante (Boscolo, 2003). Questo potrebbe spiegare il progressivo passaggio da motivazione intrinseca a estrinseca nell'avanzamento del grado scolare evidenziato da Harter (1992). Il clima della classe cambia, il lavoro diventa più impegnativo, la valutazione del docente si focalizza sempre più sui prodotti trasformandosi in impersonale e "oggettiva", portando spesso al confronto tra gli allievi e alla competitività. La conseguenza non può che essere uno spostamento dell'attenzione dall'attività di apprendimento e dal compito, al voto e alla dimostrazione delle proprie abilità. Ciò comporta un abbassamento del livello di autopercezione di competenza che induce reazioni affettive negative ed un orientamento estrinseco.
La dimensione intrinseca non è però necessariamente destinata a scomparire. L'autrice, basandosi anche su dati empirici, ha supposto l'esistenza di un orientamento "interiorizzato", che dopo esser stato controllato estrinsecamente per un primo momento si svincola dai rinforzi esterni attraverso un processo di interiorizzazione delle ricompense e dei comportamenti usati dagli adulti nell'interazione sociale. È quindi possibile potenziare la motivazione intrinseca coinvolgendo gli studenti in attività sfidanti (livello ottimale) e di cui condividano obiettivo e significato.

2.3.3. La teoria dell'autodeterminazione

Un ulteriore sviluppo della prospettiva della motivazione alla competenza si trova, come anticipato, nella teoria dell'autodeterminazione di Deci e Ryan (1985), definita dagli stessi come una "macroteoria della motivazione, dello sviluppo e del benessere degli esseri umani" (Deci e Ryan, 2008, p.182). Al suo interno sono contenute due sottoteorie principali: la *cognitive evaluation theory* e l'*organismic integration theory*.
La cognitive evaluation theory non si concentra sulle cause della motivazione intrinseca, ma piuttosto sulle condizioni (fattori sociali e ambientali) che generano e sostengono, o soggettano e diminuiscono, questa propensione innata. La sottoteoria si focalizza su tre bisogni, chiamati bisogni psicologici fondamentali, quello di competenza, di autonomia e di *relazionalità*.
Il bisogno di competenza consiste nel desiderio di sentirsi in grado di agire sull'ambiente e di essere efficaci nel farlo. Fin dai primi studi sperimentali è stato osservato come i feedback di comportamenti positivi aumentassero la motivazione intrinseca, mentre quelli di performance negative la diminuissero (Deci, 1975), e come tutto ciò fosse mediato dalla percezione delle proprie competenze (Vallard e Reid, 1984). Ulteriori studi specifici (Fisher, 1978; Ryan, 1982) mostrarono come il senso di competenza non potesse accrescere la motivazione intrinseca se non accompagnata da un senso di autonomia, o in altri termini, un locus di causalità percepito interno (DeCharms, 1968). Il bisogno di autonomia riguarda la volontà di scegliere quale attività svolgere e come svilupparla. Questo è emerso dalle ricerche di Deci (1975) riguardo l'influenza dei rinforzi esterni sulla motivazione, che verrà trattata più dettagliatamente nel seguito. In un secondo momento si osservò che la motivazione intrinseca emergeva con più facilità in contesti caratterizzati da un senso di sicurezza e relazionalità (Ryan e Grolnick, 1986). Si inserisce così nella teoria l'ultimo bisogno, quello di essere in relazione con gli altri, riferendosi alla necessità di mantenere e

costituire legami in ambito sociale[29]. Si è in presenza di una situazione ottimale quando tutti i tre bisogni psicologici fondamentali sono ugualmente soddisfatti (Sheldon e Niemiec, 2006). Il fulcro dunque non risiede nell'individuo o nell'ambiente, ma nell'interazione tra organismo attivo e contesto sociale, interazione che può favorire o ostacolare l'autodeterminazione (Deci e Ryan, 1985).
È noto però che la maggior parte dei comportamenti umani dopo la prima infanzia non sono intrinsecamente motivati, ma soggetti a pressioni sociali e alla comparsa di nuove responsabilità (Ryan e La Guardia, 2000). Risulta quindi centrale per i due autori la distinzione tra comportamenti intenzionali autodeterminati e controllati. I primi sono completamente volontari e producono nel soggetto una conferma del proprio senso di sé, i secondi sono dominati dalla volontà altrui. Se il soggetto vive una situazione di libera scelta aumenta o mantiene la motivazione per il compito, al contrario se percepisce lo svolgimento di un'attività come imposto dall'esterno esso sarà meno autodeterminato. Ryan e Deci (2000a) definisco una tassonomia composta di una serie di livelli di autoregolazione lungo un *continuum* motivazionale, che sfuma la netta contrapposizione esistente in letteratura tra motivazione intrinseca ed estrinseca. Può essere considerata come una scala motivazionale che va dall'assenza di motivazione alla motivazione intrinseca. Fra i due estremi sono presenti quattro livelli di motivazione estrinseca che si diversificano in base al grado in cui il valore e lo stile di regolazione della richiesta sono stati internalizzati e integrati.
Con il termine *internalizzazione* si intende il processo di condivisione e accettazione dei valori e degli stili di regolazione provenienti dall'esterno da parte del soggetto; l'*integrazione* consiste invece nella trasformazione di questi ultimi in qualcosa di personale e interno.
Per trattare le diverse forme di motivazione estrinseca e i fattori ambientali e sociali, che supportano o minano i due processi appena esposti, viene utilizzata l'organismic integration theory.
Analizziamo nel seguito il *continuum* motivazionale (rappresentato in Figura 3) secondo il tipo di autoregolazione, di locus di causalità percepito e dei processi corrispondenti.

- La *non regolazione*, che corrisponde all'assenza di motivazione, è conseguenza della non valorizzazione di un'attività, di una sensazione di mancanza di competenze o di aspettative negative rispetto ai risultati desiderati. Il locus di causalità percepito viene definito come impersonale.
- La *regolazione esterna*, che corrisponde alla forma meno autonoma di motivazione estrinseca, porta a svolgere un'attività con il solo obiettivo di ottenere un premio o evitare una punizione. Di conseguenza il locus di causalità percepito è completamente esterno.
- La *regolazione introiettata*, che consiste in una regolazione interiorizzata ma non completamente integrata e accettata: l'individuo si sente controllato, non dall'esterno ma da se stesso, e ha lo scopo di evitare i sensi di colpa o ottenere autocompiacimento (premi e punizioni interni). Alto il coinvolgimento dell'io e dell'autocontrollo, con un locus di causalità percepito ancora in qualche modo esterno.
- La *regolazione per identificazione*, che porta all'accettazione del comportamento perché ritenuto importante, comporta un'identificazione da parte del soggetto nei valori nell'azione, avendo così un alto grado di autonomia e un locus di causalità percepito tendente verso l'interno.
- La *regolazione integrata* avviene quando il soggetto integra nel sé i valori e gli obiettivi esterni. L'approccio alle attività si ha perché queste vengono ritenute

[29] Un clima di collaborazione in classe incentiva l'interesse sullo studio rispetto alla valutazione (Nichols e Miller, 1994), mentre ambienti con assetti competitivi portano ad un'inversione della tendenza (D'Alessio et al., 2007).

importanti e coerenti con i propri valori. Tale tipo di comportamento ha molte qualità comuni alla motivazione intrinseca, sebbene sia ancora considerato estrinseco perché attuato non solamente per il puro piacere personale. Il locus di causalità percepito diventa però completamente interno.

- La *regolazione intrinseca* coincide con la motivazione intrinseca e rappresenta il prototipo di un comportamento autodeterminato. Lo scopo è ottenere soddisfazione intrinseca e viene in genere associato ad interesse e divertimento. Il locus di causalità percepito è completamente interno.

Spostarsi lungo il *continuum* motivazionale verso un più alto grado di autodeterminazione può quindi portare ad avere l'influenza di certi benefici della motivazione intrinseca. Se ne deduce che creare un ambiente che favorisce la soddisfazione dei tre bisogni psicologici fondamentali può essere una buona strategia applicabile anche a contesti educativi.
Poiché i comportamenti estrinsecamente motivati non sono inerenti all'interesse e devono essere inizialmente stimolati da richieste esterne, la prima ragione per cui un soggetto potrebbe essere disposto a svolgere un determinato compito è che questo sia valutato positivamente da persone considerate significative, a cui è, o vorrebbe, essere legato (famiglia, pari o società). Promuovendo un senso di appartenenza o connessione a persone, gruppi o culture, l'individuo può provare un senso di relazionalità. Nel contesto scolastico ciò significa, ad esempio, che se un alunno si sente degno di attenzione e rispettato dai propri insegnanti, esso sarà più predisposto all'apprendimento. Ryan et al. (1994) hanno dimostrato sperimentalmente che alla soddisfazione del bisogno di relazionalità con docenti o parenti, viene associato una miglior internalizzazione della regolazione comportamentale. Ciò è favorito anche da ambienti che sostengono il senso di appartenenza, la connessione tra le persone e gli obiettivi comuni.

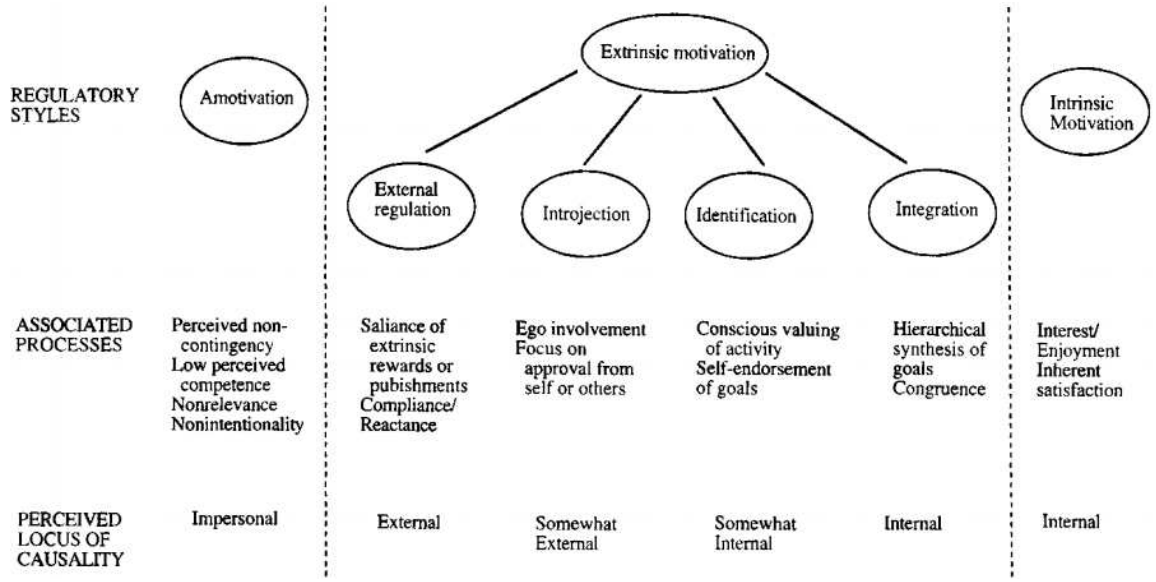


Figura 3 Tassonomia della motivazione umana (Ryan e Daci, 2000b)

Un ulteriore passo verso l'internalizzazione di un dato obiettivo estrinseco, è quello di comprenderlo e di sentirsi capace di raggiungerlo con successo, ossia provare un senso di competenza. Se non ci si sente capaci di svolgere una data attività difficilmente questa viene interlalizzata. Gli autori ipotizzano che per supportare quest'ultima è necessario offrire sfide di livello adeguato agli studenti, con feedback significativi riguardo l'efficacia di ogni allievo (Ryan e Deci, 2000b).
Secondo la teoria dell'autodeterminazione una regolazione internalizzata potrà essere al massimo di tipo introiettato. A questo livello l'individuo non può provare

autodeterminazione. Per permettere il raggiungimento di tale obiettivo è necessario anche un processo di integrazione, che può essere supportato soltanto dalla percezione di autonomia. Il bisogno di autonomia viene soddisfatto solo se si riesce a raggiungere la comprensione interiore del significato e del valore di un dato comportamento; se l'ambiente scolastico favorisce tale processo si renderà più agevole anche l'integrazione degli obiettivi (Deci et al., 1994; Grolnick e Ryan, 1989).

2.3.4. L'esperienza di flusso

"Le esperienze più rilevati di motivazione intrinseca sono caratterizzate dal coinvolgimento dinamico e completo di tutta la persona" (D'Alessio et al., 2007, p.10). Esse sono state definite da Csikszentmihalyi (1993) come esperienze di flusso o motivazione *flow*.
Durante lo svolgimento dell'attività l'attenzione appare particolarmente focalizzata e ristretta sulla situazione immediata, mentre le altre informazioni di tipo autoriflessivo, percettivo, affettivo e comportamentale vengono tralasciate diventando inaccessibili (Scroppo et al., 1998); la motivazione si mantiene per il piacere provato nel controllo e nella realizzazione del compito (Csikszentmihalyi, 1993). Azione e consapevolezza si combinano portando a un'intensa concentrazione e immedesimazione chiamata *absorption* (Tellegen e Atkinson, 1974).
L'esperienza di flusso risulta caratterizzata da riscontri immediati circa l'efficacia delle proprie azioni, da un'elevata concentrazione, da senso di controllo personale e un'alterazione della percezione del tempo. Situazioni di questo tipo si verificano spesso nell'ambito di passatempi ed attività ricreative, ma possono manifestarsi anche durante i processi di apprendimento (De Beni e Moè, 2000).
Altri studiosi hanno sviluppato teorie su episodi unificanti, di interesse intrinseco e coinvolgimento esperienziale come la motivazione di *flow*, ad esempio i già citati Deci e Ryan (1985) con la teoria dell'autodeterminazione, o Maslow (1943) con l'esperienza di picco[30].
Esperienze di questo genere possono essere attribuite ad un'innata curiosità o possono essere il risultato di un lungo "addestramento" (D'Alessio et al., 2007). La motivazione *flow* si realizza soprattutto quando l'individuo affronta compiti impegnativi in cui le proprie abilità vengono messe alla prova (sfida ottimale), e non necessariamente quando si diverte[31] (Hannula, 2016).
Questo tipo di motivazione dipende quindi dalla percezione delle proprie abilità e del livello di difficoltà del compito[32], elementi assolutamente soggettivi che non sempre trovano riscontro nella realtà (De Beni e Moè, 2000).

2.3.5. L'interesse

Una situazione in cui si prova un forte interesse è sempre accompagnato da una motivazione intrinseca. L'interesse può essere definito come un orientamento relativamente a lungo termine dell'individuo verso un oggetto, un'attività o un'area di conoscenza (Schiefele,

[30] L'esperienza di picco viene definita da Maslow (1943) come un'intensità di percezione e una profondità di sentimento a prescindere dall'ambiente circostante e dal tempo.
[31] Più nel dettaglio, si possono presentare i seguenti casi:
- bassa percezione delle proprie abilità e percezione del compito come facile genera apatia;
- bassa percezione delle proprie abilità e percezione del compito come difficile provoca ansia;
- alta percezione delle proprie abilità e percezione del compito come facile conduce alla noia;
- alta percezione delle proprie abilità e percezione del compito come difficile stimola l'esperienza di flusso.

[32] La percezione di abilità dipendono a loro volta dal sostegno sociale e dalle esperienze precedenti, così come la percezione della difficoltà del compito è influenzato, oltre che dalla stessa percezione di abilità, anche dal confronto con gli altri. Questi temi verranno discussi più approfonditamente nel seguito del capitolo.

1991). Questo costrutto possiede due valenze (o componenti): una legata al sentire (*feeling-related*), ad esempio il coinvolgimento, l'eccitazione e il divertimento che accompagnano un'azione relazionata a un oggetto interessante, l'altra legata al valore (*value-related*), ossia il significato che il soggetto attribuisce all'oggetto interessante (Boscolo, 1997). I suoi effetti sono quindi visibili sia a livello cognitivo che emotivo-affettivo. Influisce infatti sull'impegno, sulle aspettative, sulla persistenza e sulla scelta del compito (aspetti cognitivi), ma anche sul piacere e sulla soddisfazione di sperimentare (aspetti emotivi-affettivi) (De Beni e Moè, 2000; Boscolo, 2010).
Il termine interesse, seppur di uso comune, comprende aspetti di varia natura, di tipo individuale, ambientale e sociale, rendendo questo costrutto piuttosto complesso. Gli aspetti individuali sono riferiti alle preferenze dell'individuo, quelli ambientali agli stimoli offerti e quelli sociali riguardano il livello in cui la situazione può stimolare la motivazione in un determinato contesto socioculturale. Per autori come Krapp, Hidi e Renninger (1992) l'interesse emerge proprio dall'interazione di queste caratteristiche. Secondo tale visione esso nasce dalla ripetuta applicazione, in un determinato ambiente, di una persona interessata a materiale che risulta interessante per le sue caratteristiche. Entrando un po' più nel dettaglio, in un primo momento si genera un interesse situazionale, una reazione affettiva generalmente di breve durata, scaturita da particolari aspetti dell'ambiente che per qualche ragione risultano attraenti per il soggetto. Se si verifica una tendenza da parte dell'individuo a cercare nuovamente e ripetutamente tali aspetti nell'ambiente si parla invece di interesse personale o individuale.
La ricerca didattica recente si focalizza soprattutto sull'interesse situazionale; essendo più facilmente manipolabile è possibile predisporre appositi elementi per incrementarlo (Boscolo, 2010). Già in lavori precedenti, come quello di Anderson et al. (1987), si sono identificati alcune caratteristiche che possono rendere la situazione o il materiale più interessante. Ad esempio il fattore novità è tra i più importanti, suscitando curiosità, così come la chiarezza, che rendere il compito maggiormente affrontabile e comprensibile. Anche il valore d'immagine e il collegamento con elementi autobiografici risultano influenti se si tratta di testi di studio, poiché agevolano i processi di comprensione e memorizzazione.
Si può quindi osservare che per l'emergere di un'autentica situazione di interesse è necessario che questa abbia un significato personale e provochi stati emotivi e affettivi positivi (Schiefele, 1991).
Modificare l'interesse di un individuo può essere un traguardo di una discreta importanza nelle classi, considerando la relazione che intercorre tra esso e l'apprendimento. Alcune ricerche infatti hanno mostrato come un maggior interesse personale porti a prestazioni migliori, e materiale valutato più interessante è appreso e ricordato in modo più efficacie e duraturo (Hidi, 1990). I motivi sono da ricercare negli elementi mediatori, sia di tipo cognitivo che emotivo. Il materiale più interessante viene elaborato in maniera più profonda, riservando maggiore attenzione ai significati, favorendo così la comprensione. Inoltre gli studenti essendo più coinvolti mostrano un atteggiamento più positivo nei confronti della ricerca e dell'uso di strategie (Schiefele e Krapp, 1996). Infine a maggiore interesse corrisponde una diminuzione della richiesta attentiva, probabilmente perché quest'ultima viene soddisfatta automaticamente, lasciando libere risorse cognitive utili all'apprendimento e alla memorizzazione (Hidi, 1995).
Prima di concludere questo paragrafo è bene evidenziare anche le differenze tre interesse e motivazione intrinseca in quanto spesso si genera confusione tra i due concetti, in particolare con il costrutto di curiosità epistemica. La principale differenza che si riscontra è che la curiosità, come altri tipi di motivazione intrinseca, nasce per rispondere ad un bisogno, costituisce lo stimolo iniziale per cominciare un'attività, mentre l'interesse è generato da ripetute attività del singolo su del materiale in un dato contesto, di conseguenza è insita la stabilità nel tempo ed il riferimento sempre relativo ad uno specifico settore (Hidi e

Anderson, 1992). Inoltre l'interesse ha una duplicità che la motivazione intrinseca in generale non possiede, può essere infatti considerato come stato (interesse situazionale) o come tratto (interesse personale) (Hidi, 1990; Krapp, Hidi e Renninger, 1992).

2.4.La motivazione estrinseca

La motivazione estrinseca, detta anche strumentale o esterna, si manifesta quando un comportamento è attuato per raggiungere un obiettivo al di fuori dell'attività stessa. Alcuni dei bisogni che generano questo tipo di obiettivi sono: il bisogno di realizzazione personale, che punta al raggiungimento di un elevato *status* sociale e un'alta stima di sé, il bisogno di approvazione da parte di genitori, insegnanti o compagni, e il bisogno di ricevere rinforzi esterni, specialmente quando lo studio è vissuto come strumento per ottenere/evitare qualcosa (Dazzi e Pedrabissi, 2006).
È proprio da quest'ultimo aspetto che cominceremo a trattare la motivazione estrinseca, essendo storicamente uno dei primi approcci alla motivazione ad apprendere. Proseguiremo poi con la trattazione della motivazione alla riuscita[33] analizzando i due principali filoni di studio, quello di Atkinson (1964) e quello di Weiner (1985).
Quando il soggetto è estrinsecamente motivato, l'interesse e la soddisfazione che potrebbero derivare dalla risoluzione di un compito non sono importanti, ciò che conta è il risultato, legato a qualche vantaggio pratico in termini di approvazione sociale o premi. Nella scuola questo implica uno sforzo degli studenti nell'ottenere voti positivi per avere successo scolastico ed adeguarsi alle aspettative di genitori e insegnanti. Risulta evidente che la componente di autodeterminazione personale viene a mancare.
Come anticipato, possedere una motivazione intrinseca è sicuramente più funzionale ad un apprendimento profondo e duraturo, ciò non toglie che questa può coesistere con una motivazione strumentale e contribuire insieme ad essa al successo scolastico degli studenti (D'Alessio et al., 2007; De Beni e Moè, 2000).

2.4.1. La teoria del rinforzo

Uno dei primi approcci alla motivazione all'apprendimento, che ha dominato per lungo tempo questo ambito, è la teoria del rinforzo. Le conseguenze sono ancora oggi rappresentate nella scuola da premi e punizioni, considerando che le loro funzioni sono state ampiamente supportate nella prospettiva di rinforzi (Stipek, 1993).
Con rinforzo si intende quello stimolo capace di aumentare, mantenere o diminuire la frequenza di un determinato comportamento. Esso può quindi essere definito positivo, quando provoca un aumento motivazionale, o negativo, se invece porta a una demotivazione.
La teoria del rinforzo deriva a sua volta dalla teoria comportamentista, secondo cui i comportamenti che producono la soddisfazione di un bisogno tendono a stabilirsi e ripetersi, già in bambini molto piccoli. Emerge così il concetto di rinforzo, visto come il prodotto della soddisfazione di un bisogno (Ajello, 1999). Dal comportamentismo discendono alcune delle sue principali caratteristiche, ad esempio il fatto che se un comportamento viene rinforzato ripetutamente (meglio se a intermittenza piuttosto che con costanza) questo tende a mantenersi, o che l'effetto del rinforzo tende a generalizzarsi a comportamenti simili a quello a cui è stato associato inizialmente, o ancora che il comportamento tende a estinguersi se non viene più stimolato. Secondo questa visione, la motivazione è frutto della comunicazione (verbale o non verbale) tra almeno due soggetti. Viene così messo in primo piano il ruolo della relazione tra chi rinforza e chi è rinforzato, evidenziando l'importanza

[33] L'opposizione tra la motivazione intrinseca ed estrinseca, dopo gli studi di Deci e Ryan, è stata considerata sempre più sfumata. Questi termini sono piuttosto due macrocategorie a cui far riferimento nel valutare diverse forme di motivazione. La motivazione alla riuscita si collocherebbe all'interno della classe delle motivazioni estrinseche, probabilmente spostato verso la zona della motivazione introiettata (Deci e Ryan, 2000)

dei fattori sociali non sempre presi in considerazione nelle altre teorie (De Beni e Moè, 2000). Ciò nonostante una concezione della motivazione basata su modelli meccanicistici come questo non tiene conto di altri aspetti fondamentali come l'interpretazione che il soggetto dà alla situazione (Weiner, 1990).
Se in ambito educativo si considerasse esclusivamente la teoria del rinforzo, in cui l'insegnamento è basato su premi e punizioni, e l'unico scopo dello studente è quello di ottenere buone valutazioni, l'eventuale assenza (anche temporanea) del rinforzo causerebbe un calo nella motivazione ad apprendere. Questa ipotesi è stata dimostrata da numerosi studi diventati ormai storici, come quelli di Lepper et al. (1973), Lepper e Green (1975) e Deci (1971).
Per spiegare le cause di questo calo motivazionale è necessario prima analizzare le seguenti tipologie di rinforzo:

1. un rinforzo è detto *controllante* quando si presenta sotto forma di obbligo regolato dall'esterno e indirizzato ad un comportamento. Si verifica spesso in ambienti educativi basati sulla valutazione, sull'imposizione di obiettivi e sulla competizione;
2. un rinforzo è detto *informativo* quando dà indicazioni sulla qualità delle strategie adottate e dei risultati conseguiti, senza mai far riferimento alla persona.

Quest'ultimo, a differenza del rinforzo controllante, può sostenere la motivazione intrinseca e l'attribuzione di causalità interna[34] (Bandura, 1982).
Il fenomeno del calo della motivazione in assenza di rinforzi ha avuto diversi tentativi di spiegazione. Il primo mediante la teoria dell'*ipergiustificazione* secondo cui il motivo che spinge a svolgere un'attività deve essere unico. Il secondo attraverso la teoria degli *script* per la quale lo studente impara che una determinata situazione termina sempre con un particolare rinforzo. Il premio o la punizione diventa quindi una fase interna al processo stesso, dunque se questo manca e se il ciclo non può essere concluso, l'alunno è maldisposto a cominciare l'attività. Ma la spiegazione più completa è sicuramente la terza, basata sulla teoria dell'autodeterminazione di Deci e Ryan (1985). Quando il rinforzo è controllante (punizioni, deadline, pressioni valutative, obiettivi imposti) il soggetto non può soddisfare il suo bisogno di autonomia spostamento il locus di causalità percepito verso l'esterno e provocando la diminuzione nella motivazione. Quando il rinforzo è informativo (libertà di scelta, valore al sentimento, opportunità di auto-orientamento) viene interpretato dallo studente come un suggerimento che ha l'obiettivo di aiutare il mantenimento della giusta direzione di lavoro, conservando un locus di causalità percepito interno. (Ryan e Deci, 2000b).
In ogni caso nessuna delle precedenti interpretazioni è in grado di spiegare tutti i risultati contrastanti delle ricerche empiriche, ma non sono certo incompatibili, anzi, possono essere valide se considerate in relazione ad aspetti settoriali del problema complessivo (Boscolo, 1997).
Ricercatori come Brophy (1981), Schloss e Smith (1994) hanno cercato di delineare le caratteristiche di un rinforzo positivo, e di conseguenza anche negativo, per rendere questi ultimi il meno dannosi possibile. Per essere efficace un rinforzo deve essere memorabile e di impatto emotivo, ossia:

- contingente, quindi prossimo al comportamento da rinforzare;
- specifico, ossia direzionato verso un preciso aspetto del comportamento;
- credibile, perciò non contraddetto da altri atteggiamenti o dalle stesse prestazioni.

Un rinforzo può invece risultare nocivo quando:

- viene dato a tutti indipendentemente dai risultati ottenuti;

[34] Come vedremo più dettagliatamente nel seguito, con attribuzione interna di causalità si intende una tendenza del soggetto ad assegnare la causa di un determinato risultato a se stessi, ad esempio al proprio impegno o alle proprie abilità.

- alcuni studenti non vengono puniti o premiati nonostante la conquista di risultati equivalenti a quelli dei compagni;
- si sostiene un'atmosfera competitiva invece che focalizzarsi sul lavoro di ognuno;
- si sottolinea il compiacimento di insegnanti e genitori piuttosto che l'impegno dell'allievo.

Questo tipo di atteggiamento può contribuire alla formazione di obiettivi di prestazione, attribuzioni causali esterne, bisogno di approvazione sociale e abbassamento dell'autostima, tutte conseguenze che, come vedremmo nel seguito, posso avere effetti negativi sui processi d'apprendimento.

2.4.2. La motivazione alla riuscita e le emozioni anticipate

Le teorizzazioni fin ora esposte sono in grado di spiegare perché uno studente vuole imparare e quali condizioni sono più o meno favorevoli per soddisfare tale bisogno, ma trascura altri aspetti fondamentali dell'orientamento motivazionale, come ad esempio le modalità utilizzate dall'allievo per approcciarsi a compiti e attività, o le sue reazioni a successi e fallimenti; insomma come il soggetto si pone di fronte a situazioni in cui gli viene richiesto non solo di acquisite conoscenze e competenze, ma anche di avere "successo". Tale problematica, largamente considerata nella ricerca odierna, fonda le sue radici nella teoria della motivazione al successo.

In letteratura la motivazione alla riuscita viene spesso contrapposta alla motivazione intrinseca. Il suo scopo è quello di misurare le proprie abilità attraverso il successo in attività valutate importanti.

Diversi studiosi si sono occupati di questo tipo di motivazione, i due che hanno dato alla luce le teorie di maggior rilievo sono John Atkinson (1923-2003) e Bernard Weiner (1935). Quest'ultimo ritiene che la motivazione alla riuscita sia conseguenza di attribuzioni causali, basa quindi le sue ricerche sulla teoria delle attribuzioni. Il primo autore invece vede la motivazione al successo come effetto di emozioni anticipate e riprende alcuni concetti della teoria di un altro grande psicologo, Kurt Lewin (1890-1947).

Lewin (1946) definisce la motivazione come un'energia generata da un conflitto, ossia una situazione in cui agiscono contemporaneamente forze di medesima intensità ma con verso opposto[35]. Quando il conflitto si risolve l'energia viene rilasciata, portando alla distensione del sistema e alla demotivazione. In genere il sistema non rimane rilassato per lungo tempo, l'energia crea rapidamente dei nuovi obiettivi che devono essere raggiunti per evitare il sovraccarico.

L'aspetto di maggior interesse della teoria risiede proprio nella visione della motivazione come tensione invece che come desiderio, caratteristica che la distingue da molti altri studi sull'argomento.

La teoria di Atkinson (1964) riprende il concetto di conflitto appena discusso, integrandolo con la componente emotiva. Secondo l'autore la motivazione alla riuscita deriva da due tendenze motivazionali contrapposte: la tendenza al successo, che incoraggia ad affrontare i compiti e quindi conduce alla motivazione, e la tendenza ad evitare il fallimento, che porta ad un atteggiamento di ritiro e quindi alla demotivazione. Ogni individuo possiede entrambe le componenti motivazionali, che emergono distintamente a seconda delle specifiche situazioni.

[35] Lewin (1965) descrive le tre tipologie di conflitto che possono prodursi: conflitto appetitivo, avversivo e di ambivalenza. Il primo si verifica quando un soggetto ha una sola possibilità di scelta tra due situazioni che lo attirano ugualmente (valenza positiva), il secondo ha luogo se una persona deve scegliere tra due situazioni che non lo attraggono (valenza negativa), infine il terzo si forma se la meta ha valenza sia positiva che negativa.

Chi possiede una componente motivazionale di tendenza al successo prova emozioni anticipate di eccitazione e fiducia prima di approcciarsi ad un'attività, che lo spingono a scegliere compiti di complessità media (o appena più difficili di quelli già affrontati) e che si trasformano in soddisfazione ed orgoglio durante il suo svolgimento. L'atteggiamento è positivo, caratterizzato dalla focalizzazione dell'attenzione e una ricerca di strategie risolutive, con una percezione di fattibilità e una persistenza di fronte agli ostacoli. Una volta ottenuto il successo il soggetto attribuisce la riuscita al suo impegno valutando il compito come facile. La conseguenza è un aumento del desiderio di apprendere, un miglioramento delle proprie abilità e strategie risolutive, quindi la ricerca di compiti più difficili e sfidanti.
Chi invece ha una componente motivazionale di evitamento del fallimento, credendo di non possedere le abilità adeguate, prima di intraprendere un'attività prova emozioni anticipate come apatia, rassegnazione e ritiro, che lo conducono a scegliere compiti molto facili per il quale il successo è assicurato, o molto difficili per i quali è verosimile attribuire le cause dell'eventuale fallimento alla stessa difficoltà del compito, alla mancanza di aiuto, ma non alla carenza di capacità. Durante lo svolgimento del compito il soggetto può non essere in grado di scegliere strategie efficaci di risoluzione sentendosi confuso, provando emozioni di vergogna, ansia e paura di fallire. L'eventuale insuccesso viene in genere ricondotto alla mancanza di abilità personali; tutto ciò non è funzionale all'apprendimento.
Secondo Atkinson la tendenza al successo e la motivazione ad evitare i fallimenti derivano dai seguenti fattori, legati tra loro da una relazione moltiplicativa:

- il fattore individuale, ossia una componente della personalità tendenzialmente stabile che costituisce una differenza tra i soggetti;
- il fattore cognitivo, ossia la probabilità di successo, che è legata con una proporzionalità inversa alla difficoltà del compito;
- il fattore emotivo anticipato, ossia l'incentivo per cui una persona sceglie se affrontare o meno un compito, prevedendo quale emozione proverà in caso di successo e di fallimento.

L'interazione delle tre componenti possono spiegare le scelte di un individuo che deve decidere se approcciarsi o meno a un compito, in un modello definito delle scelte a rischio. Secondo il modello una persona stabilisce se affrontare un'attività facendo una stima della difficoltà del compito, della probabilità di successo e dell'emozione anticipata. La difficoltà del compito e la probabilità di successo sono inversamente proporzionali, come già esplicitato. Invece sono direttamente proporzionali la difficoltà del compito e l'emozione anticipata, d'altronde più il compito è considerato difficile maggiore sarà l'orgoglio anticipato. Il risultato della relazione moltiplicativa dei fattori può essere rappresentata come in Figura 4 mediante una U rovesciata.

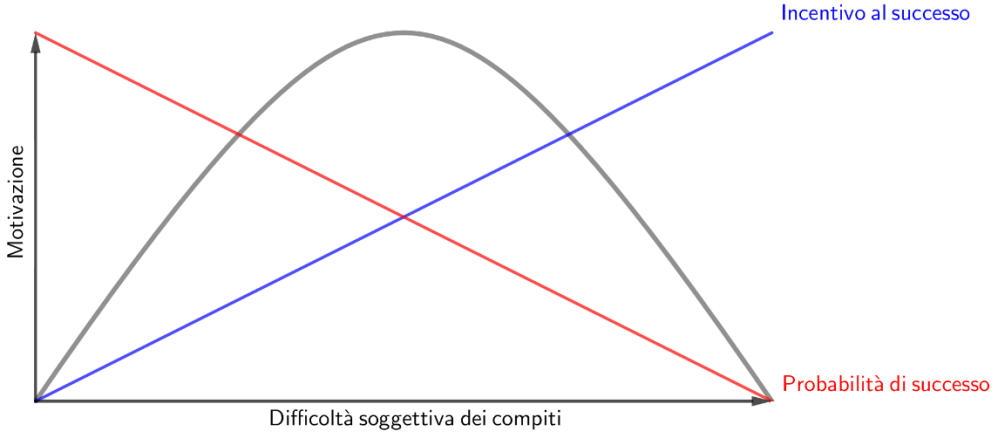


Figura 4 Il modello delle scelte a rischio proposto da Atkinson

Osservando il grafico si deduce che la situazione ottimale si ottiene con compiti di media difficoltà, o leggermente superiore, ossia in prossimità dell'incrocio tra le dimensioni della probabilità di successo e dell'incentivo (Atkinson, 1957).
Bisogna specificare infine che queste non sono gli unici elementi che influenzano le scelte di un soggetto che deve decidere se affrontare un'attività, ne sono artefici anche: l'attrattività dell'obiettivo (ossia scopi e valori), le aspettative di insegnanti o genitori, le attribuzioni riguardo precedenti successi e insuccessi.

2.4.3. La motivazione alla riuscita e la teoria attributiva

Le attribuzioni sono delle percezioni che le persone hanno riguardo le cause degli eventi che accadono a se stessi e agli altri, sono dette rispettivamente autoattribuzioni ed eteroattribuzioni[36].
Il processo attributivo, che comprende elementi sia cognitivi che emotivi-motivazionali, avviene quando un soggetto osserva un certo risultato (proprio o altrui) e ad esso assegna una o più cause particolari, tenendo presente le informazioni possedute, le esperienze passate e altri fattori individuali e motivazionali detti antecedenti. La teoria afferma che le attribuzioni fatte influenzano le reazioni dell'individuo a quell'evento (Frieze e Bar-Tal, 1979).
Diversi sono gli studi intorno alla teoria attributiva, uno dei più importanti e completi è senz'altro quello di Weiner (1985) secondo la quale le attribuzioni possono essere distinte in base a tre dimensioni indipendenti tra loro. Tali dimensioni sono il *locus of control*, che riguarda la collocazione interna o esterna ad una persona del fattore scatenante (Heider, 1958; Rotter, 1966), la stabilità, che consiste nella variabilità o invariabilità nel tempo della attribuzione fatta (Weiner, 1979) e la controllabilità, che concerne la governabilità o ingovernabilità da parte del soggetto della causa scatenante (Weiner, 1985).
Il *locus* influenza la stima di sé dell'individuo: infatti quando un esito è associato a cause interne vengono suscitate emozioni quali orgoglio e sicurezza, in caso di successo, oppure vergogna, nel caso di fallimento. La stabilità influisce invece sulle aspettative in quanto se i fattori scatenanti il risultato, positivo o negativo che sia, sono percepiti come durevoli nel tempo il soggetto tende ad aumentare le sue aspettative di (rispettivamente) successo o fallimento (Weiner et al., 1979). Infine la controllabilità ha uno stretto legame con le emozioni, in particolare con la compassione, la collera e il senso di colpa (Weiner, 1990). In effetti si prova compassione per qualcuno che si trova in situazioni spiacevoli non dovute alla sua volontà, si prova collera nei confronti di chi ha attuato con coscienza comportamenti inadeguati, si prova senso di colpa quando un proprio comportamento governabile ha portato a risultati negativi.
Dall'interazione delle tre dimensioni possono manifestarsi otto differenti attribuzioni:

- tenacia, se la causa è interna, stabile e controllabile;
- abilità, se la causa è interna, stabile e incontrollabile;
- impegno, se la causa è interna, instabile e controllabile;
- tono dell'umore, se la causa è interna, instabile e incontrollabile;
- pregiudizio, se la causa è esterna, stabile e controllabile;
- facilità del compito, se la causa è esterna, stabile e incontrollabile;
- aiuto, se la causa è esterna, instabile e controllabile;
- fortuna, se la causa è esterna, instabile e incontrollabile.

Fra questi i più frequenti sono l'impegno, l'abilità, la fortuna e la facilità del compito, mentre i più funzionali all'apprendimento sono impegno e abilità (Weiner, 1979).

[36] Prenderemo in considerazione per lo più le autoattribuzioni essendo interessati a quali cause un soggetto riferisce ai propri successi e fallimenti.

Una quarta dimensione è stata aggiunta all'analisi delle attribuzioni da Abramson et al. (1978) distinguendo tra cause globali e locali. Le prime si riferiscono alla generalità di alcune situazioni, la seconda alla loro specificità[37].
Il grande successo di questa teoria dipende in parte dalla definizione delle principali otto attribuzioni in base a etichette (come "impegno", "pregiudizio", ecc.) di immediata interpretazione e di uso quotidiano (De Beni e Moè, 2000). Un limite che ne deriva, e che Weiner (1979) stesso evidenziò, consiste nell'aleatorietà dell'associazione fra le tre dimensioni e l'attribuzione. Di fatti ogni individuo potrebbe assegnare a un'etichetta un significato differente rispetto quello previsto dall'autore[38].
La motivazione al successo secondo questa teoria non deriva da emozioni anticipate, come sostiene Atkinson (1964), ma è conseguenza dei processi attributivi sui propri successi e fallimenti. Gli aspetti emotivi non sono trascurati, ma vengono visti come conseguenza della spinta motivazionale, e non come causa.
Secondo questa visione uno studente con componente motivazionale di tendenza al successo attribuisce i suoi successi alla buona volontà, mentre il fallimento all'impegno insufficiente o a elementi non prevedibili. In entrambe le circostanze la sua autovalutazione è positiva, la sensazione provata è di avere affrontato molte attività ben riuscite e poche finite male. Queste ultime sono inoltre interpretate come indice di uno sforzo insufficiente.
Uno studente con una tendenza ad evitare il fallimento attribuisce i suoi successi alla fortuna e alla facilità del compito, mentre il fallimento alla mancanza di abilità. In entrambi i casi il bilancio riguardo se stesso è negativo, le situazioni che hanno avuto un buon esito sono sottostimate, mentre vengono sopravvalutate quelle non terminate con successo (come mostrato in Tabella 1). Convinzioni di questo tipo conducono l'alunno a pensare di fallire di nuovo in attività future simili (Weiner, 1979).

Componente motivazionale prevalente	Attribuzione al successo	Attribuzione al fallimento	Autovalutazione
Tendenza al successo	impegno, buone abilità personali	impegno insufficiente, sfortuna	bilancio positivo di successo/fallimento
Motivazione a evitare il fallimento	fortuna, compito facile	mancanza di abilità personali	bilancio negativo di successo/fallimento

Tabella 1 Interpretazione attributiva delle componenti motivazionali individuate da Atkinson

In generale soggetti con una spiccata tendenza al successo propendono a considerare le cause come interne e controllabili, mente chi ha una motivazione ad evitare il fallimento le valuta esterne e incontrollabili.

2.5. Gli obiettivi di apprendimento

Nelle diverse teorizzazioni sulla motivazione intrinseca, nella teoria del rinforzo e nella teoria di Atkinson sulla motivazione alla riuscita, il comportamento motivato è originato sempre da un bisogno. L'approccio più recente invece, quello sociale-cognitivo, mette in risalto altri aspetti come le percezioni e le credenze del soggetto rispetto ai suoi obiettivi, i mezzi che possiede per raggiungerli, le cause di successi e fallimenti, ecc. Vengono così a crearsi dinamiche in cui aspetti cognitivi, emozionali e affettivi si intrecciano ed interagiscono tra loro. Nel presente capitolo si tratterà proprio dell'approccio appena

[37] Un'eventualità potrebbe essere quella di uno studente che pensa di non essere capace in una particolare disciplina (causa specifica) o in tutte le materie scolastiche (causa generica).
[38] Per esempio, un soggetto può considerare l'abilità un'attribuzione interna e incontrollabile, come previsto dalla classificazione, ma instabile perché modificabile nel tempo per effetto della maturazione e dell'apprendimento.

introdotto e già anticipato dagli ultimi due paragrafi riguardanti la teoria attributiva, le aspettative e i valori.
Con il termine obiettivi di apprendimento ci si riferisce alle mete, cognitive o affettive, che un individuo si pone. La loro funzione è quella di dirigere i comportamenti al raggiungimento dei risultati. Numerosi gli studi che si occupano dell'argomento, essi possono essere divisi in tre filoni in base a come concepiscono gli obiettivi, se come contenuti, strutture o orientamenti (Austin e Vancouver, 1996).
Le teorie che vedono gli obiettivi come contenuti focalizzano la loro attenzione sul "che cosa", ossia sugli elementi descrittivi della situazione futura verso cui il soggetto tende. Le ricerche che considerano gli obiettivi come strutture si riferiscono alla specificità e vicinanza alla propria definizione di sé. Infine gli studi che reputano gli obiettivi come orientamenti si concentrano sul "perché", ovvero la finalità che scatena la motivazione per il raggiungimento della meta (De Beni e Moè). Per esemplificare ciò che è stato esposto prendiamo in esame il caso di uno studente che deve cominciare a studiare per un compito in classe di matematica, l'obiettivo come contenuto potrebbe essere lo studio di un particolare argomento entro la data della verifica, l'obiettivo come struttura il diventare un buon studente di matematica e l'obiettivo come orientamento l'ottenere un buon voto nel compito o migliorare le proprie conoscenza.
Nello studio della motivazione ad apprendere il filone di maggior rilevanza è sicuramente quello che concepisce gli obiettivi come orientamenti, per tale ragione gli dedicheremo un approfondimento nella prossima sezione.

2.5.1. Gli obiettivi di apprendimento come orientamenti

Gli obiettivi in qualità di orientamenti si riferiscono a un insieme organizzato di credenze che dirigono l'apprendimento e rispetto al quale viene valuta la prestazione (Pintrick, 2000). All'interno di questo campo si sono sviluppati numerosi studi, uno dei più importanti è quello di Dweck [39]e colleghi. La sua teoria riesce a spiegare le relazioni degli obiettivi come orientamenti con fattori emotivo-motivazionale e cognitivi, inoltre il modello da lui determinato trova un effettivo riscontro in contesti quotidiani.
Gli obiettivi presi in considerazione si dividono in due classi: obiettivi alla padronanza, il cui fine principale è acquisire nuove competenze e saper padroneggiare il compito, e obiettivi alla prestazione, il cui scopo è ottenere giudizi favorevoli dagli altri, o evitare commenti negativi.
Chi si pone obiettivi del primo tipo si impegna per imparare cose nuove, indipendentemente dal riconoscimento esterno per il suo lavoro. Chi invece si pone obiettivi del secondo tipo studia per dimostrare le proprie capacità e ottenere approvazioni.
Un'altra teoria di una certa rilevanza è quella di Nicholls (1990) e Ames (1992), secondo cui gli obiettivi si suddividono tra orientati al compito (*task-oriented*) e al Sé (*ego-oriented*). Questi due tipi di orientamenti possono essere sovrapposti rispettivamente agli obiettivi di padronanza e di prestazione. Infatti chi possiede un orientamento al Sé è motivato a ottenere giudizi positivi da parte degli altri, chi è orientato al compito è invece interessato all'acquisizione di strategie efficaci per padroneggiare una data attività.
La differenza tra le due teorie consiste nella direzione della relazione tra credenze e obiettivi, e per la modificabilità rispetto alla situazione. Per Dweck e Leggett (1988) gli obiettivi sono caratteristiche individuali e tendenzialmente stabili che derivano dal sistema personale di credenze, per Ames (1992) e Nicholls (1990) invece è il contrario, gli obiettivi sono per lo più instabili e variabili in base al contesto, e influenzano le credenze del soggetto.

[39] La teoria è stata originariamente proposta da Dweck e Leggett (1988), ripresa e ampliata in un secondo momento da Burhans e Dweck (1988) e Dweck (1999).

Un'altra sovrapposizione con gli obiettivi di padronanza e prestazione, seppur solo parziale, si ha rispettivamente con i concetti di motivazione intrinseca ed estrinseca. Infatti chi è orientato alla padronanza dà importanza soprattutto al miglioramento delle proprie competenze e un interesse che viene considerato intrinseco; chi è orientato alla prestazione invece dà maggior rilievo ai risultati per ottenere qualcosa di esterno al compito. Si è specificato che la sovrapposizione è in realtà parziale in quanto le differenze tra le due classi di obiettivi come orientamenti sono molto più profonde rispetto a quelle tra motivazione intrinseca ed estrinseca, avendo importanti riscontri anche su aspetti emotivi e strategici (De Beni e Moè, 2000).
Uno studente che tende ad avere obiettivi di padronanza è propenso a scegliere compiti adeguatamente difficili, per poter mettere alla prova le sue abilità e svilupparne di nuove, senza paura di sbagliare. Vivendo la situazione come una sfida contro se stesso ha spesso un livello di persistenza[40] di fronte alle difficoltà abbastanza alto, provando emozioni di soddisfazione e fiducia in se stesso, in particolare nel proprio impegno, che lo spinge ad attuare una ricerca di strategie adeguate e a mantenere alto il grado di attenzione. In un contesto di questo genere i fallimenti sono attribuiti ad un impegno insufficiente o inadeguato, perciò le aspettative per il successo in situazioni future non si abbassa. Si è osservato infine che chi possiede obiettivi di padronanza ha anche una concezione dell'intelligenza incrementale[41], caratteristica che si aggiunge a un insieme di fattori funzionali all'apprendimento.
Un alunno che possiede un orientamento alla prestazione ha un'inclinazione a scegliere compiti molto facili, per aver minor probabilità di sbagliare, o troppo difficili, così da poter imputare un eventuale fallimento a cause esterne. In genere hanno una persistenza bassa di fronte agli ostacoli che conduce a provare emozioni di noia, se è stato scelto un compito facile, o ansia per la paura di fallire, se si è optato per uno molto difficile. Di conseguenza la fiducia nell'impegno non può che essere bassa, e le strategie adottate sono poche e inefficaci, abbinate ad un basso grado di attenzione durante l'esecuzione dell'attività. Lo scarso coinvolgimento personale spinge a imputare i fallimenti a cause non controllabili, specialmente alla mancanza di abilità, che riducono notevolmente le aspettative di successo future. Un soggetto che possiede queste caratteristiche ha anche una teoria dell'intelligenza come entità, concludendo la lista di connotazioni svantaggiose per l'apprendimento.

Caratteristiche	Obiettivi	
	Prestazione	Padronanza
Compito scelto	facile o molto difficile	adeguatamente difficile
Persistenza	bassa	alta
Emozioni	noia, ansia	soddisfazione, fiducia in sé
Fiducia nell'efficacia dell'impegno	bassa	alta
Strategie adottate	poche e/o insufficienti	ricerca delle migliori
Attenzione nell'eseguire il compito	bassa	alta
Attribuzione all'insuccesso	mancanza di abilità	mancanza di impegno
Aspettative di successo futuro	basse	alte
Teoria dell'intelligenza	entità	incrementale

Tabella 2 Caratteristiche di chi si pone tendenzialmente obiettivi di prestazione o di padronanza

[40] Con persistenza non si intende un tratto della personalità, come la testardaggine o lo zelo, ma una disposizione cognitiva che sostiene la ricerca e sperimentazione di strategie alternative.
[41] L'intelligenza è detta incrementale quando viene considerata una caratteristica modificabile in seguito a adeguate stimolazioni. Si parla invece di intelligenza come entità quando viene vista come una quantità fissa e immutabile. Si tratterà più approfonditamente dell'argomento nel paragrafo successivo.

I due profili appena delineati (riassunti in Tabella 2) costituiscono due modelli motivazionali definiti rispettivamente come orientamento alla padronanza e impotenza appresa, il primo funzionale all'apprendimento, mentre il secondo no.
Nella realtà la distinzione tra i due tipi di obiettivi non è così netta, spesso uno stesso individuo possiede contemporaneamente obiettivi dell'uno e dell'altro tipo, seppur in quantità diverse (Ames, 1994). Uno studente può quindi desiderare di imparare e anche di dimostrare le proprie abilità, non solo, sembrerebbe che il successo scolastico dipenda proprio dalla capacità di utilizzare flessibilmente i due tipi di obiettivi (Wentzel, 1991).
In un secondo momento alcuni studiosi hanno proposto un'ulteriore distinzione all'interno degli orientamenti appena descritti secondo due prospettive definite come *approach* (o *self-enhancing*) e *avoidance* (o *self-defeating*), determinando quattro possibili profili. Così facendo è stata colmata una mancanza presente nella teoria di Dweck, ossia la distinzione tra componenti di avvicinamento e allontanamento nella motivazione, caratteristica posseduta da altre teorie precedenti come quella di Atkinson. Inoltre si evidenzia, come vedremo meglio nel seguito, che un orientamento alla prestazione non sempre risulta maladattivo per l'apprendimento (Boscolo, 2010).
In un primo momento la differenziazione è stata proposta per gli obiettivi di prestazione da Elliot e Harackiewicz (1996) e Elliot e Church (1997). Gli autori affermano che uno studente con orientamento alla prestazione può possedere una delle due prospettive nominate. La prospettiva *approach* induce l'individuo ad affrontare il compito, seppur scelto di media difficoltà, con lo scopo di dimostrare agli altri le proprie capacità e di essere migliore dei compagni. Questo profilo non si correla ad un reale interesse come per gli obiettivi di padronanza, ma può essere comunque utile all'apprendimento. Invece la prospettiva *avoidance* induce il soggetto a non affrontare il compito, o prediligerne di molto facili, per paura di sembrare poco intelligente rispetto ai compagni. Le sue scelte lo conducono a situazioni poco stimolanti, generando in lui noia, con la sottostante paura di fallire, cosa che incrementa il senso di vergogna e la tendenza negativa delle aspettative future. In tal caso la relazione tra il profilo e l'apprendimento risulta essere negativo.
La separazione secondo le due prospettive è stata recentemente proposta da Pintrich (2000) anche per gli obiettivi di padronanza. La differenza tra chi ha una prospettiva di *approach* e chi ce l'ha di *avoidance* è che i secondi oltre a desiderare il miglioramento delle loro capacità temono di sbagliare, mettendo in dubbio le proprie capacità, non agli occhi di persone esterne come per chi ha obiettivi di prestazione, ma ai propri.

2.5.2. Le teorie implicite dell'intelligenza

Con la terminologia "teoria dell'intelligenza" si intendono tutte quelle teorie che trattano le possibili interpretazioni dell'intelligenza. Si distingue tra teorie esplicite e implicite; la prima fa riferimento ai risultati che emergono da test dell'intelligenza standardizzati, la seconda a come l'intelligenza[42] viene interpretata dalle singole persone. Quest'ultima è quella di nostro interesse, che può essere ulteriormente suddivisa secondo due filoni: la teoria dell'intelligenza come entità, quindi quantità fissa e non modificabile, e la teoria dell'intelligenza incrementale, secondo cui può invece essere modificata in seguito a particolari stimoli[43]. Questa distinzione è stata studiata sempre da Dweck (1986) e Dweck e

[42] L'espressione "teoria dell'intelligenza" può confondere portando a pensare che si faccia riferimento all'intelligenza in generale quando invece si tratta delle convinzioni relative ad abilità e capacità specifiche in un determinato settore (Boscolo, 2010).
[43] Asserendo che l'intelligenza sia una quantità modificabile non si vogliono negare le differenze intellettuali individuali, ma solo sostenere l'idea secondo cui ogni individuo ha sempre la possibilità di incrementare ulteriormente le proprie capacità intellettive grazie all'applicazione e all'esercizio.

Leggett (1988), anche in relazione con la percezione di abilità e gli obiettivi di apprendimento.
Sembra che, come anticipato nel paragrafo precedente, ad una teoria dell'intelligenza come entità siano associati obiettivi di prestazione e, in base al livello di fiducia in sé, un diverso modello motivazionale. Se uno studente valuta positivamente le proprie abilità è ad esse che attribuirà i suoi successi e sarà estrinsecamente motivato, se invece non ha fiducia nelle proprie potenzialità tenderà a sviluppare impotenza appresa.
Ad una teoria dell'intelligenza incrementale sono invece associati obiettivi di padronanza, indipendentemente dall'attribuzione dei propri risultati, visto che le cause dei successi e fallimenti sono imputate all'impegno. La motivazione è generalmente intrinseca.
Dweck (1999) chiarisce che possono venirsi a creare delle circostanze in cui chi possiede una teoria dell'intelligenza dell'entità può avere obiettivi di padronanza e viceversa.
Inoltre ha osservato che la combinazione più motivante per l'apprendimento è la teoria dell'intelligenza incrementale associato a un basso livello di fiducia in sé, così che la situazione risulti fertile per il cambiamento e la riuscita futura, grazie anche alla poca paura di sbagliare e il grande desiderio di sperimentare e imparare. L'unione della teoria dell'intelligenza come entità ed un alto grado di fiducia nelle proprie capacità porta invece a demotivazione, non essendoci ragioni per l'alunno di impegnarsi in attività scolastiche.
Vari studi hanno dimostrato i diversi risultati che si possono ottenere in base alla teoria dell'intelligenza posseduta. Ad esempio Blackwell, Trzesniewski e Dweck (2007) nella loro ricerca sperimentale osservano che, nel passaggio dalle scuole primarie a quelle secondarie di primo grado e per i due anni successivi, gli studenti con una teoria dell'intelligenza incrementale presentavano un miglioramento dei voti, in particolare in matematica, a differenza degli alunni con teoria dell'intelligenza come entità che invece subivano un calo e un peggioramento costante.
Vista l'influenza che la teoria dell'intelligenza può avere sul rendimento e sul benessere emotivo, è importante sapere che questo insieme di credenze non è completamente rigido, seppur tratto stabile della personalità, ma modificabile mediante l'esposizione dei soggetti a modelli di comportamenti adeguati (Elliott e Dweck, 1988). L'ambiente stesso può promuovere o trasmettere una delle due visioni. Ad esempio Good, Rattan e Dweck (2012) hanno dimostrato che le abilità matematiche possono essere influenzate dalla teoria dell'intelligenza promossa dal contesto educativo. Infatti quando quest'ultimo supportava una visione statica dell'abilità matematica gli studenti tendevano a mettere in dubbio le proprie capacità e la possibilità di essere parte di una comunità scientifica matematica, distruggendo così il senso di appartenenza e causando un decremento delle performance. Viceversa, se la teoria dell'intelligenza promossa corrispondeva a una visione malleabile dell'abilità matematica, gli studenti si sentivano fiduciosi e all'altezza di far parte della una comunità.

2.5.3. Gli obiettivi sociali

Fino ad ora abbiamo trattato obiettivi di carattere cognitivo, ma non sono gli unici a influire sui processi di apprendimento, ne esistono di altri tipi, come quelli sociali, che agiscono indirettamente attraverso l'effetto di fattori emotivi.
Gli obiettivi sociali hanno lo scopo di mantenere e stabilire buone relazioni con gli altri, e ne esistono di diversi tipi. Gli obiettivi orientati al sé ad esempio, che comprendono quelli di appartenenza (come l'essere approvati) e di essere considerati bravi e capaci. Un'altra tipologia sono gli obiettivi orientati agli altri, che includono obiettivi di appartenenza a un gruppo con cui ci si identifica e di essere membro degno e produttivo del gruppo (De Beni e Moè, 2000).
Sono state sviluppate numerose ricerche rispetto la relazione che intercorre tra gli obiettivi di apprendimento e quelli sociali. Alcune di queste (Urdan e Maehr, 1995) hanno dimostrato

come l'influenza degli uni sugli altri può essere sia positiva che negativa. Le ragioni delle diverse conseguenze di questo rapporto sono state riassunte da Markus e Kitayama (1991):

- il contesto culturale, in particolare la distinzione tra culture individualistiche e collettivistiche. Nelle seconde, essendo meno marcata la differenza fra sé e il gruppo, gli obiettivi sociali e cognitivi sono meno in conflitto delle prime, anzi si integrano.
- i valori del gruppo a cui il soggetto si sente associato. Ad esempio se uno studente si sente legato a un insieme di persone per cui avere un buon rendimento scolastico è importante, ottenere buoni voti sarà una delle sue priorità. Se invece un alunno si sente parte di un insieme di persone disinteressate alla scuola, non desidererà ottenere buoni risultati nello studio con il rischio di essere etichettato come "diverso", mettendo in competizione i due tipi di obiettivi.
- la corrispondenza tra il compito e i canoni di appartenenza e di responsabilità del gruppo di riferimento. Ad esempio, se la famiglia di un alunno ritenesse che la matematica è l'unica materia importante, sostenendo invece l'inutilità di quelle letterarie, si avrebbe una coordinazione tra obiettivi sociali e di apprendimento solo durante lo studio della matematica, ma non durante quello delle altre materie.
- il sistema educativo, specialmente per quanto riguarda l'orientamento cooperativo o individualistico. Quest'ultimo porta al contrasto tra i due tipi di obiettivi visto che spinge gli studenti a superare i compagni, provocando sensazioni di inferiorità ed esclusione fra quelli più deboli. Al contrario gli obiettivi si intrecciano se si costruiscono gruppi sociali in cui vi è un aiuto reciproco al fine dell'apprendimento.

L'ultimo aspetto è quello maggiormente controllabile, ossia l'unico su cui l'insegnante possa agire direttamente, proponendo strategie didattiche cooperative. In letteratura gli effetti benefici di queste metodologie sulla motivazione ad apprendere sono stati ampiamente studiati, ed è stato evidenziato anche un aumento del livello di piacere nello studio e della fiducia nelle proprie capacità (Stevens e Slavin, 1995).
Secondo Slavin (1996) l'apprendimento cooperativo provoca una motivazione ad imparare che a sua volta sostiene ogni membro del gruppo nello studio, nella condivisione cognitiva e nell'aiuto reciproco; la conseguenza è una maggior coesione sociale. La motivazione assume dunque un ruolo fondamentale, considerando le sue conseguenze in campo sociale, cognitivo e scolastico.

2.6. Le percezioni di abilità

Vista l'influenza che la percezione delle proprie abilità ha sui processi motivazionali, dedicheremo un paragrafo alla relazione che intercorre tra questi due costrutti. Per far ciò presenteremo due teorie, dell'autoefficacia e del valore di sé, riguardanti l'idea che ogni individuo ha delle proprie capacità.

2.6.1. L'autoefficacia

L'autoefficacia consiste nella percezione soggettiva, espressa prima dell'esecuzione del compito, di riuscire a controllare e affrontare una situazione con successo (Bandura, 1997). La valutazione delle proprie abilità avviene nello specifico contesto del compito, nella determinata situazione, ma non vale in generale. È questa caratteristica di specificità che distingue tale costrutto da altri, come l'autostima o le percezioni di sé (Covington, 1998).
Uno dei primi autori a studiare l'autoefficacia fu Bandura (1977) che individuò tre caratteristiche: la *generalità*, ossia quanto si può estendere la valutazione a situazioni simili, la *forza*, cioè il grado di fiducia espressa nella propria percezione di autoefficacia, e infine il *livello*, che riguarda la misura in cui ci si sente autoefficacie in un ipotetico continuum fra i due estremi di nessuna e massima percezione di controllo.

L'autoefficacia comprende inoltre diversi aspetti: la *valutazione del proprio livello di abilità*, che riguarda la percezione delle proprie competenze relativamente allo specifico compito e alle difficoltà poste dalla situazione, *le aspettative di riuscita*, legate sia alla difficoltà del compito che alla percezione delle abilità possedute, e infine all'*importanza assegnata al compito e alla situazione*, che può contribuire o meno alla soddisfazione degli obiettivi del soggetto (Pajares, 1996). Quando tutte e tre queste componenti sono positive ci si trova in una situazione ottimale.
Bandura et al. (1996) ha inoltre dimostrato la stretta relazione positiva tra il livello di autoefficacia percepita e la prestazione. Percepirsi adeguatamente competenti per approcciarsi ad una specifica situazione, avendo fiducia nell'efficacia delle proprie azioni, porta ad anticipare scenari di successo e quindi ad impegnarsi di più ed ottenere buoni risultati. Al contrario, percepire di non essere padroni della situazione conduce al ritiro dell'impegno e quindi a ottenere per lo più risultati non soddisfacenti.
Può essere quindi interessante identificare le possibili fonti di autoefficacia. Avere svolto (o aver visto altri svolgere) un particolare compito (o attività ad esso similari) con successo è una di queste, così come il credere di riuscire (anche incentivato dalla persuasione verbale) e l'essere capaci di gestire il proprio livello di stress (Bandura, 1982).

Caratteristiche	Bassa autoefficacia	Alta autoefficacia
Aspettative	di fallimento	di successo
Scelta del compito	facile	mediamente difficile
Obiettivi	non chiari o irraggiungibili	concreti e ben definiti
Impegno nel compito	basso	alto
Persistenza	bassa	alta
Attribuzioni	abilità	impegno
Emozioni	depressione, ansia	fiducia in sé, soddisfazione

Tabella 3 Caratteristiche cognitive, motivazionali ed emotive di chi percepisce un basso o alto livello di autoefficacia rispetto a un dato compito

Concludiamo mettendo in evidenza alcune peculiarità cognitive, motivazionali ed emotive che in genere caratterizzano soggetti con autoefficacia di basso e alto livello, riassunte anche in Tabella 3. I primi tendono ad avere basse aspettative di riuscita nel compito e, temendo di fallire, in genere preferiscono compiti semplici. Sia l'impegno che la persistenza prodigata è poca, d'altronde la tendenza attributiva è indirizzata verso le abilità e nei casi di insuccesso (lo scenario più plausibile) le emozioni provate sono di depressione e ansia. Spesso soggetti con tali caratteristiche hanno obiettivi irraggiungibili o non chiari, al contrario di chi possiede un alto livello di autoefficacia che invece ce li ha ben definiti e concreti. Per raggiungere gli scopi prefissati questa tipologia di soggetti prodiga impegno e persistenza nel compito, ed a esso attribuisce le cause del proprio successo, un successo già nelle loro aspettative. Le emozioni provate sono di fiducia in sé e soddisfazione, che sprona alla scelta di situazione mediamente difficili (De Beni e Moè, 2000).

2.6.2. La teoria del valore di sé

Secondo gli studi di Covington (1992) le persone si sentono più motivate ad approcciarsi a quelle situazioni che gli permettono di esprimere e sostenere il valore di sé attraverso l'approvazione, l'accettazione e il rispetto da parte degli altri.
Il valore di sé è un altro costrutto legato alle percezioni di abilità, ma mentre la teoria sull'autoefficacia potrebbe essere rappresentata dallo slogan "se mi sento capace faccio", quella trattata nel presente paragrafo potrebbe essere espressa da "se faccio valgo" (De Beni e Moè, 2000). Inoltre qui l'abilità è intesa come capacità relativamente stabile che diventa parte della definizione di sé.

Il bisogno di sostenere il proprio valore di sé può condure a lavorare per proteggere la propria percezione di abilità nel timore che si verifichino situazioni di insuccesso che potrebbero generare disapprovazione e rifiuto. Ciò accade specialmente se si possiede una tendenza attributiva indirizzata verso l'abilità e se si vive in un clima di apprendimento competitivo (Covington e Roberts, 1994).
Il desidero di proteggere l'immagine delle proprie abilità conduce spesso alla formazione di obiettivi di evitamento e all'adozione di strategie difensive come la riduzione dell'impegno per la protezione del senso di competenza, per evitare in caso di insuccesso di essere giudicati incapaci[44] (Jagacinski e Nicholls, 1990).
Un'altra strategia è quella del *self-handicapping* o autosabotaggio, che consiste nell'anticipazione di ostacoli prima di cominciare l'attività mediante espressioni verbali o comportamenti (Jones e Berglas, 1978). Gli ostacoli proposti possono essere reali o presunti, i primi sono ad esempio: procrastinare, stabilire obiettivi irraggiungibili o troppo facili (che permette di attribuire l'eventuale insuccesso alle caratteristiche del compito), il ritiro dell'impegno e addirittura all'uso di sostanze quali alcool e psicofarmaci. I secondi sono le dichiarazioni d'ansia, di stress o debolezza che seppur risultano essere meno convincenti, sono i meno dannosi perché non rischiano di procurare una reale diminuzione delle possibilità di riuscita. In entrambi i casi lo scopo è quello di preservare la propria immagine di sé, dimostrando la propria debolezza e la ricerca di comprensione e aiuto da parte degli altri. Infatti con anticipazioni siffatte in caso di fallimento si ha una protezione dell'autostima e dell'immagine di sé, in caso di successo se ne ha un incremento.
L'uso del self-handicapping può essere solo occasionale, e si presenta soprattutto in ambienti con clima competitivo e in situazioni di cruciale importanza, o può diventare un'abitudine. Quando le strategie sono applicate con costanza in genere il pattern motivazionale che lo sostiene è caratterizzato da obiettivi di prestazione, teoria dell'intelligenza come entità, sistema attributivo orientato verso il riconoscimento dell'abilità (Midgley e Urban, 1995).
Poiché è stato dimostrato che l'uso frequente di queste tattiche corrispondono a risultati di apprendimento inferiori (Riggs, 1992) è molto importante intervenire per arginare tali situazioni, fornendo sostegni alternativi all'immagine di sé, lavorando sui sistemi di attribuzione, gli obiettivi di apprendimento, le credenze e le aspettative (Thompson, 1994). Un clima meno competitivo, in cui i compiti possano essere interpretati come una sfida con se stessi in ottica di miglioramento, potrebbe ulteriormente facilitare l'eliminazione dell'autosabotaggio rispetto a un ambiente competitivo (De Beni e Moè, 2000).
L'ultimo atteggiamento che analizziamo in questo contesto è quello dell'impotenza appresa, che ha differenza del self-handicapping non possiede neanche il pregio di salvaguardare l'immagine di sé. Il termine usato è esso stesso indicatore del suo significato, ossia un senso di incapacità acquisito attraverso esperienze fallimentari vissute come il riflesso della propria mancanza di abilità. Si è già trattato di questo concetto nel paragrafo dedicato agli obiettivi di apprendimento come orientamenti, non sarà dunque necessario argomentare approfonditamente i tre deficit che esso produce a livello cognitivo (scarsa percezione di controllo, teoria dell'intelligenza come entità e obiettivi di prestazione), emotivo (ansia, paura, depressione, apatia e rassegnazione) e motivazionale (attribuzione esterna al successo e abbassamento dell'autostima) (Seligman, 1975). L'impotenza appresa è dunque un sistema disadattivo di interpretazione della realtà, in cui alcuni aspetti cognitivi agiscono su altri di tipo emotivo, determinando conseguenze sul sistema di attribuzioni. Un intervento di recupero dovrebbe essere svolto agendo anche in questo caso sul sistema attributivo.

[44] L'impegno può essere considerata come una moneta con due facce, da una parte se uno studente si impegna molto e fallisce rischia di dimostrarsi non all'altezza, situazione accompagnata in genere da emozioni di vergogna e umiliazione. Dall'altra se l'allievo affronta l'attività con il minimo sforzo, aspirando solo alla sufficienza, se otterrà un buon risultato aumenterà ulteriormente la propria competenza in quanto viene interpretato come segno di grandi abilità.

2.7. Conclusioni

In questo capitolo è emerso come numerose ricerche abbiano evidenziato la correlazione positiva esistente tra motivazione intrinseca di uno studente, o più in generale tra il suo orientamento alla padronanza, e il rendimento scolastico (Dweck, 1999; Hidi, 1990), soprattutto in matematica (Middleton e Spain, 1999). Non solo, viene sostenuto anche un legame tra la motivazione intrinseca, implicanti alti livelli di motivazione autodeterminata, e il benessere psicofisico e fisico dell'allievo (Miquelon e Vallerand, 2008).

Seppur la tipologia di motivazione più funzionale ad un apprendimento significativo e a lungo termine sia quella intrinseca, è stato osservato anche come la motivazione alla riuscita con un alto livello di tendenza al successo (Covington, 1992), o la presenza di obiettivi di prestazione con prospettiva *approach* (Elliot e Church, 1997; Elliot e Harackiewicz, 1996), possa condurre a ottenere buoni risultati. Infatti, anche se in assenza di un reale interesse, configurazioni motivazionali come queste possono condurre i soggetti al successo, soddisfacendo il loro desiderio di mostrarsi competenti, rischiando però di vivere situazioni di malessere correlate da emozioni negative.

Invece una motivazione estrinseca con tendenza ad evitare il fallimento, o obiettivi di prestazione *avoidance,* non possono che nuocere al rendimento scolastico, al percorso di apprendimento e al benessere dello studente.

3. Affect in Didattica della Matematica

Limitare le proprie prospettive di ricerca al puramente cognitivo
sembra accettabile per chi è interessato principalmente alle performance di macchine;
i ricercatori che sono interessati alle performance umane
devono andare oltre al puramente cognitivo […].

Douglas McLeod

Negli ultimi anni un'attenzione sempre crescente è stata data all'affect nella ricerca in didattica della matematica, anche se il tentativo di modificare la visione di questo ambito come qualcosa di separato dai processi di pensiero matematico non è stato facile.
Lo studio dei fattori affettivi, così come lo conosciamo oggi, si è sviluppato negli ultimi trent'anni, ma le sue radici sono anche posteriori. Esso nasce nel contesto dell'analisi delle difficoltà che incontrano gli studenti nello studio della matematica e delle possibili azioni di recupero; le modalità tradizionali di osservazione e intervento sono sempre state contestualizzate in ambito puramente cognitivo, interpretando la difficoltà come mancanza di conoscenza. Questa spiegazione presenta però dei limiti, infatti molte delle operazioni di recupero risultano essere inefficaci. I fattori affettivi, inizialmente detti *nonintellective* (Aiken, 1961), vengono quindi introdotti dai ricercatori in didattica della matematica per fornire un'interpretazione alternativa delle difficoltà nella disciplina.
Il termine affect viene usato in didattica della matematica come un "ombrello", sotto il quale poter posizionare tutti quegli aspetti del pensiero umano che non riguardano la pura cognizione, come ad esempio le emozioni, le convinzioni, l'atteggiamento, il valore, la motivazione, i sentimenti e gli obiettivi (Hannula, 2012). Nel campo c'è un generale consenso, anche se non del tutto unanime come vedremo nel seguito, nel considerare il dominio affettivo diviso in tre dimensioni principali: convinzioni, atteggiamenti ed emozioni (McLeod, 1992).

3.1. Prime ricerche sull'affect

Le prime ricerche che legano matematica e affect vengono effettuate nel 1960/70 e si concentrano prevalentemente su emozioni e atteggiamento verso la matematica (Zan et al., 2006).
L'importanza delle emozioni era inizialmente relegata allo studio dell'ansia in matematica, che attingeva da teorie e metodi provenienti dall'ambito psicologico. Diversi furono i risultati, si evidenziò ad esempio una relazione con l'ansia in generale, con l'ansia da test e con risultati bassi nella materia. Furono svolti anche studi di genere in cui si rilevava una tendenza delle femmine a provare livelli più alti di ansia rispetto ai maschi, anche se queste era in grado di trovare strategie migliori per affrontarla (Hannula, 2014). L'interesse si estese ad una più ampia gamma di emozioni solo quando la ricerca entrò in contatto con gli studi sul problem solving (McLeod e Adams, 1989), anche se già George Polya (1957) nella sua opera *How to solve it* evidenziò l'importanza di aspetti come la speranza, la determinazione e le emozioni nei processi di risoluzione dei problemi.

Il costrutto di atteggiamento nasce all'interno di un contesto socio-psicologico ed è connesso al problema di determinare il comportamento di un soggetto in situazioni che richiedono l'attuazione di processi decisionali basandosi su semplici preferenze. L'atteggiamento era inizialmente visto come una predisposizione a rispondere ad un determinato oggetto in modo positivo o negativo. Come accaduto per le emozioni, la ricerca sul concetto subì una svolta quando si cominciò a considerare i fattori affettivi come elementi influenti sul processo di problem solving (McLeod e Adams, 1989), e fu in questa circostanza che si parlò per la prima volta anche delle convinzioni (Cobb, 1985; Shoenfeld, 1985; Silver, 1982).
Nei primi studi il termine convinzione era usato per indicare una "struttura" a sostegno dei processi decisionali degli individui, ponendo così l'accento sul loro legame con i comportamenti umani (Di Martino e Zan, 2011).
Un lavoro fondamentale nella teorizzazione della ricerca sull'affect, che segnò un profondo cambiamento nell'ambito, influenzando gli studi delle successive due decadi, fu quello di McLeod (1992). L'autore non solo propose un'eccellente panoramica dello stato dell'arte fino agli anni '90, ma ristrutturò anche il dominio di studi costruendo un nuovo quadro teorico dell'affect in matematica, svincolato dal focus che aveva avuto fino a quel momento sul problem solving (Hannula, 2012).
Nell'opera vennero individuate tre categorie principali: convinzioni, atteggiamenti e emozioni. Riportiamo nel seguito la descrizione che ne viene fatta:

> "Beliefs, attitudes and emotions are used to describe a wide range of affective responses to mathematics. These terms vary in the stability of the affective responses that they represent; beliefs and attitudes are generally stable, but emotions may change rapidly. They also vary in the level of intensity of the affects that they describe, increasing in intensity from cold beliefs about mathematics to cool attitudes related to liking or disliking mathematics to hot emotional reactions to the frustrations of solving non routine problems. Beliefs, attitudes, and emotions also differ in the degree to which cognition plays a role in the response, and in the time that they take to develop." (p. 587)

McLeod riteneva che i fattori affettivi fossero fortemente interconnessi ma ben distinti l'uno dall'altro.

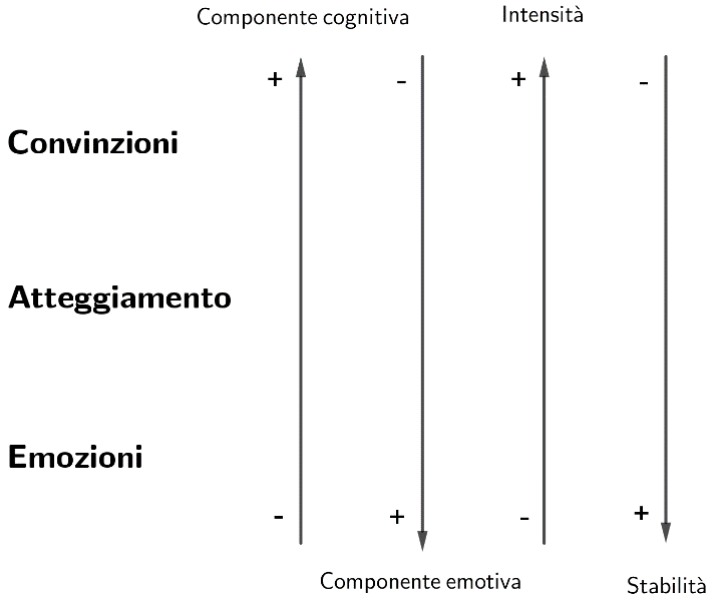


Figura 5 Schema riassuntivo della variazione delle componenti cognitive e affettive, della stabilità e intensità nei tre fattori affettivi secondo McLeod (1992)

Ad esempio, atteggiamenti e convinzioni erano considerati stabili nel tempo mentre le emozioni si contraddistinguevano per la loro rapidità di cambiamento e conseguente instabilità. Più nel dettaglio, convinzioni, atteggiamenti ed emozioni sono caratterizzati dalla presenza di livelli diversi di aspetti affettivi e cognitivi, oltre a una differente intensità e stabilità della risposta da parte del soggetto. Considerando le tre componenti nell'ordine dato ciò che l'autore ipotizza è un aumento della componente emotiva e dell'intensità della reazione, ma una diminuzione della componente cognitiva e della stabilità della risposta, come rappresentato in Figura 5.
Inoltre nel suo quadro teorico vengono identificate anche le relazioni tra le tre categorie: le reazioni emotive sembrano essere generate dall'atteggiamento verso la matematica, mentre le convinzioni dipendono dal contesto (culturale) e le esperienze individuali.

McLeod individuò altri fattori che facevano parte della sfera dell'affect in didattica della matematica, alcuni dei quali non erano ancora stati indagati dalla ricerca. I fattori citati sono: sicurezza, concetto di sé, autoefficacia, ansia matematica, attribuzioni casuali, impotenza appresa, autonomia e motivazione.
Fra le varie, la più interessante per questa tesi è l'ultima dell'elenco, descritta dallo studioso come un fattore comune a molte delle teorie; vi erano infatti innumerevoli studi su di essa già a quel tempo, ma nessuno in ambito matematico. La motivazione risultava difficile da indagare in quanto era un campo ampio e disconnesso composto da numerosi studi differenti, come si è potuto vedere nel capitolo precedente.
Sebbene il quadro teorico di McLeod (992) divenne molto importante nell'ambito, esso non riuscì a soddisfare completamente gli scopi per il quale era nato: creare un framework per la ricerca sull'affect in didattica della matematica. Uno dei problemi maggiori che emerse negli anni successivi fu, ad esempio, un'ambiguità della terminologia.
Proponiamo quindi nel seguito una breve presentazione delle teorie oggi più utilizzate nel campo riguardo ognuna delle tre componenti; saranno osservazioni utili per affrontare con occhio critico la parte sperimentale di questa tesi.

3.2. Da McLeod ad oggi

Probabilmente il concetto più problematico fu quello di atteggiamento. Diversi studi tentarono di darne una definizione, ma la condivisione non era mai unanime. Le tre principali definizioni sono:

a) la definizione semplice, che descrive l'atteggiamento come un grado di affettività positiva o negativa associato alla matematica (Haladyna et al., 1983)
b) la definizione tripartita, che vede il concetto suddiviso in tre componenti: la risposta emozionale alla matematica, le convinzioni riguardanti la matematica e i comportamenti relativi alla matematica (Hart, 1989).
c) la definizione bi-dimensionale, molto simile alla precedente, ma in cui la componente relativa al comportamento non appare esplicitamente (Daskalogianni e Simpson, 2000).

Probabilmente non esiste una definizione adatta ad ogni situazione, e se esistesse probabilmente sarebbe troppo generica per risultare realmente utile (Klum, 1980), ma questo non viene considerato un limite poiché dà la possibilità di scegliere la più indicata in dipendenza del problema che si sta affrontando.
Una delle ultime definizioni proposte è quella di Di Martino e Zan (2010). L'atteggiamento è rappresentato come un modello tridimensionale caratterizzato da tre dimensioni strettamente interconnesse tra loro: la disposizione emozionale verso la matematica, la visione della matematica e le competenze percepite in matematica (vedi Figura 6).

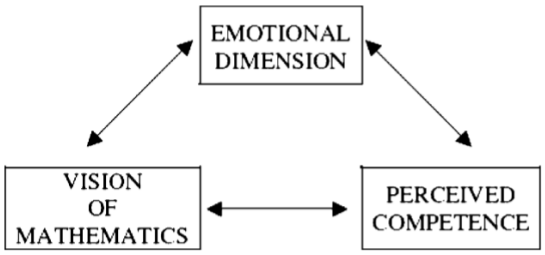


Figura 6 Modello tridimensionale per l'atteggiamento (Di Martino e Zan, 2010; p.43)

Un'altra dimensione che nel corso della storia è stata oggetto di numerose definizioni è quella delle emozioni. In letteratura ci sono tradizionalmente tre correnti, quella Darwiniana, quella Freudiana e la tradizione cognitiva (Hannula, 2012), sul quale ci soffermeremo essendo la più usata in didattica della matematica. Le teorie a cui di solito si fa riferimento sono principalmente due, quella di Mandler (1984), che vede l'esperienza emotiva come una combinazione di analisi cognitive e risposte psicologiche, e quella di Ortony et al. (1988), nel quale si differenziano tre diverse tipologie di emozioni in base alla reazione del soggetto. Seppur il primo autore tenti realmente di applicare il suo lavoro alle problematiche della matematica, il secondo risulta più interessante ai nostri occhi, anche se di carattere più generale, poiché rende semplice la suddivisione delle emozioni tra positive e negative.
Ortony et al. (1988) classificano le emozioni in base alla direzione verso cui è rivolta la reazione del soggetto: oggetti, eventi e agenti. Le emozioni in risposta a *oggetti* si possono considerare delle variazioni della reazione affettiva piacere/non piacere. Esse dipendono quindi dai gusti soggettivi dell'individuo, un classico esempio sono l'amore e l'odio. Le emozioni che emergono come effetto di *eventi* corrispondono a quelle classi di reazione di piacere/dispiacere. Queste sono influenzate dagli obiettivi dei soggetti, e ne sono un esempio la gioia, la speranza e la paura. Le emozioni in risposta agli *agenti* equivalgono a reazioni affettive di approvazione/disapprovazione. Esse dipendono dalle convinzioni e dai valori degli individui, un esempio sono l'orgoglio, la vergogna e l'ammirazione.
Il problema della definizione è una costante della ricerca più recente e non ne rimane certo esclusa quella sulle convinzioni. In letteratura, quando viene data una definizione (fatto che non sempre avviene), questa non è mai approvata dall'intera comunità. L'ipotesi di McLeod e McLeod (2002) è che ciò dipenda dai diversi auditori a cui si riferiscono i ricercatori e quindi il loro obbiettivo comunicativo. Si individuando così tre tipologie di definizione: informale, formale o estesa[45]. Seppur la difficoltà di trovarne una univoca sia ormai riconosciuta (Furinghetti e Pehkonen, 2002), il problema risulta comunque particolarmente rilevante poiché porta a una serie di ambiguità e al rischio della circolarità. Ciò che emerge infatti è, da una parte, l'assunto di base secondo cui le convinzioni influenzano il pensiero e le azioni delle persone, dall'altra l'idea di poter infierire le convinzioni di un soggetto in base a cosa pensa e come agisce. Quindi dichiarare che: un individuo si comporta in un certo modo per le convinzioni che possiede, e dedure queste convinzioni studiando il suo comportamento, è un tipo di ragionamento circolare (Lester, 2002).
Come messo in evidenza da Di Martino (2014), oggi si tende a dare importanza non solo a *cosa* una persona crede, ma anche a *come* crede: fortemente o debolmente, con passione o meno, cosciente o inconsapevole delle ragioni che ne stanno alla base, ecc. Emerge così il focus sui sistemi di convinzioni, mediante cui si può descrivere come queste sono strutturate e organizzate:

[45] La definizione informale è adatta per un pubblico generico, quella formale per un audience più sofisticato, quella estesa è diretta a una platea di specialisti in un particolare campo (comincia infatti come la definizione formale ma prosegue utilizzando termini più specifici) (McLeod e McLeod, 2002).

- alcune convinzioni sono dette *derivate* quando dipendono da altre convinzioni, tutte le altre sono chiamate *primarie*. Le relazioni tra esse sono di *ordine quasi-logico* poiché le regole di inferenza sono in realtà totalmente soggettive. In tal caso si parla di organizzazione logica delle convinzioni.
- certe convinzioni si dicono *psicologicamente centrali* quando i contenuti di queste sono valutati con un maggior grado di certezza e su di essi si è meno disposti a dibattere; le altre sono dette *periferiche*. Si tratta in questi casi di centralità psicologica delle convinzioni.
- i *cluster* di convinzioni[46] sono indipendenti, quindi una persona può possedere simultaneamente (nella vita quotidiana come in matematica) convinzioni contradditorie. L'isolamento di questi permette al soggetto di non percepire l'incoerenza, facendo inconsciamente riferimento a cluster differenti in base alla situazione. In tali circostanze si parla di isolamento dei cluster.

Come anticipato in precedenza, la condivisione del framework proposto da McLeod (1992) non è oggi condiviso all'unanimità. Oltre a problemi legati alle definizioni dei costrutti, come ad esempio accade per l'atteggiamento che è contemporaneamente "a parent and a siblin to emotions and belifs" (Hannula, 2012; p. 140), come mostra la Figura 7[47], ve ne sono anche altri.

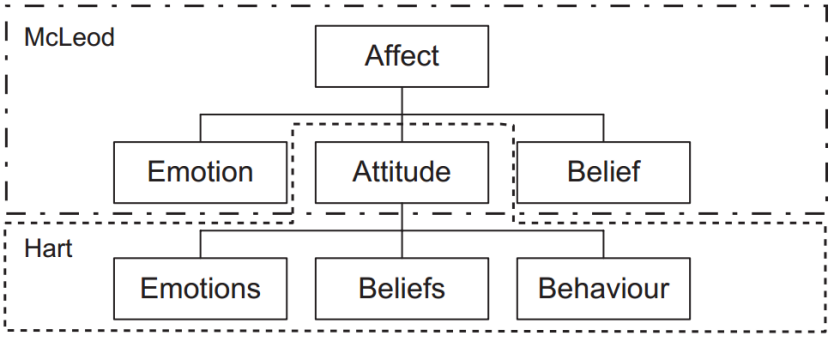


Figura 7 Un tentativo fallito di combinare il framework per l'affect di McLeod (1992) con quello per l'atteggiamento di Hart (1989) (Hannula, 2012)

Studi più recenti in didattica della matematica fanno emergere altri fattori affettivi che dovrebbero essere inseriti nel quadro teorico, come i valori (e.g. De Bellis e Goldin, 1997), l'identità (e.g. Bejaaed, Meijer e Verloop, 2004) le norme (e.g. Yackel e Cobb, 1996) e la motivazione (e.g. Hannula, 2006; Middleton e Spanias, 1999). Quest'ultima ha un rilievo particolare, seppur la teorizzazione originaria del concetto sia esterna alla didattica della matematica, in quanto si è visto essere correlata positivamente con i risultati nella disciplina e malleabile nei primi anni di scolarizzazione, diventando più rigida con il crescere dell'età (Middleton e Spanias, 1999). L'influenza è tale da indurre importanti ricercatori dell'ambito (Hannula et al., 2007) a identificare le tre principali categorie concettuali nella cognizione, nella motivazione[48] e nelle emozioni[49], come mostra la Figura 8. L'essenza di ognuna delle precedenti può essere espressa dalle loro funzioni: la cognizione tratta con le informazioni

[46] I cluster sono unità (insiemi) di convinzioni che ne comprendono una primaria e tutte quelle derivate da essa secondo la struttura quasi-logica.
[47] L'immagine rappresenta graficamente il rapporto tra il framework per l'affect di McLeod (1992) e quello per l'atteggiamento di Hart (1989). Con il modello di Di Martino e Zan (2010) la raffigurazione sarebbe similare.
[48] La motivazione ha un'influenza distintiva sulle scelte, che non può essere analizzata in modo esaustivo da un punto di vista esclusivamente cognitivo o affettivo, per questo gli è stata dedicata un'attenzione speciale (Hannula, 2012).
[49] In un primo momento la terza componente era l'affect, sostituita poi dalle emozioni.

(riguardo al sé e all'ambiente), la motivazione dirige i comportamenti (obiettivi e scelte), le emozioni, che sono la conseguenza dei successi/fallimenti dei comportamenti guidati dai propri obiettivi, attivano un sistema di feedback per i processi cognitivi e motivazionali.

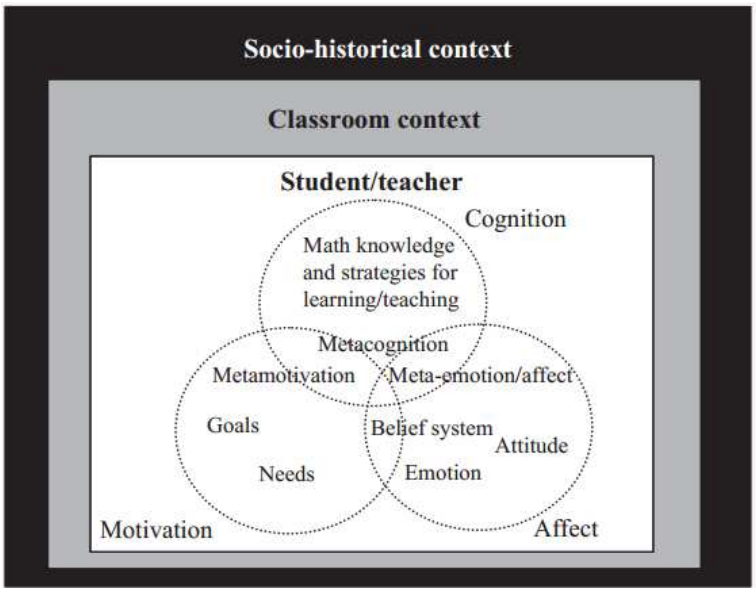


Figura 8 La rappresentazione del dominio affettivo di Peter Op't Eynder, proposta al CERME5 (Hannula et al., 2007)

Un altro problema riscontrato nel framework di McLeod (1992) è l'idea di instabilità legata soprattutto al concetto di emozione. Oggi si è più propensi a vedere la stabilità come una dimensione indipendente, quindi si crede che ogni aspetto affettivo possa variare rapidamente (detto stato) oppure essere stabile (detto tratto)[50].

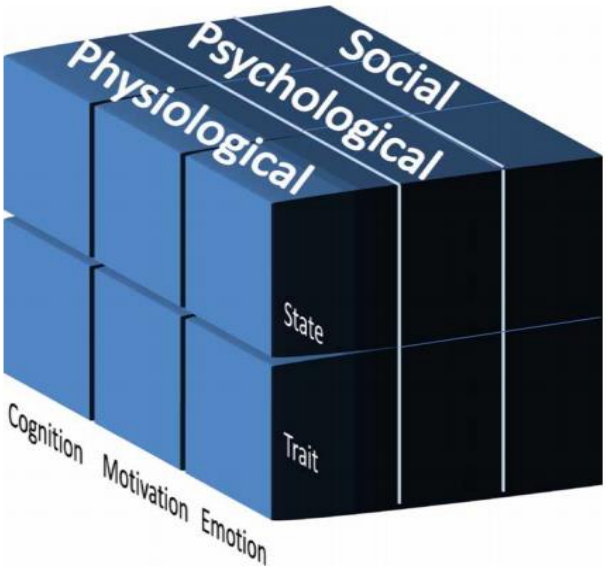


Figura 9 Rappresentazione grafica della metateoria dell'affect in didattica della matematica (Hannula, 2012)

[50] Ad esempio, le emozioni vengono definite come stati quando compaiono in una certa situazione, quindi contestualizzate e con la possibilità di cambiare rapidamente. Vengono invece dette tratti quando si parla di una caratteristica individuale più stabile che fa riferimento alla propria esperienza e alla ripetizione della stessa emozione di stato in corrispondenza di condizioni simili tra loro per una qualche caratteristica (Hannula, 2014).

Tenendo in considerazione le ultime osservazioni fatte sui nuovi aspetti affettivi (divisi in cognitivi, motivazionali ed emozionali) e la loro doppia valenza di stato/tratto, aggiungendo i tre diversi focus che la tradizione della ricerca ha avuto nel campo (biologico, psicologico e sociale), è stata elaborata una metateoria, rappresentata in Figura 9 come una matrice composta di 18 celle ottenute dalle varie combinazioni. Il suo scopo è quello di rendere possibile un dialogo tra teorie differenti (Hannula, 2012).
Non entreremo ulteriormente nel dettaglio a tal riguardo. Il nostro obiettivo era infatti quello di mostrare una panoramica dello sviluppo e della situazione attuale del filone di ricerca all'interno del quale si inserisce lo studio della motivazione in matematica, oltre che di presentare alcune teorie legate ai fattori affettivi a cui faremo riferimento nella parte sperimentale di questa tesi.

3.3. Motivazione in didattica della matematica

Ci sono evidenze convincenti sul fatto che le performance e l'impegno degli studenti in matematica possano essere spiegati meglio da un'analisi sulla motivazione specifica nella disciplina rispetto la misura generale della motivazione (Seegers e Boekaerts, 1993). Per questo motivo proponiamo alcuni dei risultati più rilevanti emersi dalla ricerca sulla motivazione in didattica della matematica, evidenziata da una review storica di Middleton e Spanias (1999).
Gli studi che vengono presentati sono innumerevoli e ripercorrono l'intero processo di sviluppo storico della corrente di ricerca sulla motivazione, partendo dalla teoria del rinforzo fino ad arrivare a quella degli obiettivi di apprendimento, all'impotenza appresa, alle teorie del sé, ecc.
Il primo risultato di quello che gli autori chiamano "the body of knowledge pertaining to motivation in methematics as it exists today" (p. 79), riguarda l'influenza che le percezioni di successo hanno sulla motivazione. Per impegnarsi nel proprio studio e percepire la materia come utile, gli studenti hanno bisogno di avere successo in matematica e di attribuire i buoni risultati ottenuti alle proprie abilità e all'impegno profuso (Alschuler, 1969). Naturalmente le convinzioni riguardo a cos'è il successo in matematica è qualcosa di estremamente soggettivo ed è un fattore fortemente influenzato dalla visione della materia che si possiede. Middleton et al. (1992) mettono in evidenza alcuni accorgimenti che potrebbero stimolare un maggior senso di successo negli alunni, come ad esempio proporre attività di difficoltà adeguate e sufficientemente sfidanti rispetto alle competenze dello studente. Ciò dovrebbe stimolare ad attribuire la buona riuscita dell'attività ad una giusta combinazione di abilità e impegno, oppure nel caso l'esito fosse deludente a strategie di apprendimento inappropriate.
Il secondo risultato espresso da Middleton e Spanias (1999) riguarda la formazione della motivazione in matematica al progredire dell'età. Questa viene sviluppata presto (non più tardi dei 12-13 anni) e diventa stabile nel tempo (Eccles et al., 1987), poiché viene internalizzata nel concetto di sé. Gli studenti, con un concetto di sé basso nei confronti della disciplina, attribuiscono tale risultato a una serie di brutte esperienze che li hanno portati a cercare di evitare l'ansia che provano quando devo applicarsi su di essa. Tale processo di internalizzazione è influenzato dall'atteggiamento del docente; quest'ultimo mostrandosi paziente, incoraggiante, e a supporto dello stile individuale di apprendimento potrebbe far sentire gli studenti a proprio agio, attenuando la preoccupazione di essere umiliati e criticati nel caso in cui vengano commessi errori (Brophy, 1987).
Il terzo punto riguarda le maggiori opportunità che si hanno in matematica di fornire stimoli per la motivazione intrinseca rispetto quella estrinseca. Ad esempio proponendo problemi mal strutturati e di real life, in cui l'uso della materia facilita la scoperta di interessanti questioni, si potrà mostrare agli studenti la sua utilità e importanza. Inoltre facendo sì che venga stimolato un senso di controllo e di interesse, il risultato non potrà che essere quello desiderato (Middleton, 1993).

Il quarto elemento del "corpo di conoscenze" individuato dagli autori riguarda le differenze di genere. Le femmine sembra siano influenzate a percepirsi negativamente riguardo la motivazione in matematica per via del loro ruolo stereotipato, delle aspettative del docente e delle pressioni messe in atto dai pari (Fennema e Peterson, 1985). Inoltre tendono ad attribuire i fallimenti a una mancanza di abilità in modo molto più marcato rispetto ai maschi, portandole a credere che il successo in matematica sia per loro irraggiungibile (Benenson e Dweck, 1986). La condizione viene peggiorata dal comportamento e dal pensiero dei docenti che rinforzano l'impotenza appresa delle femmine, allargando il *gender gap* (Fennema et al., 1990).
L'ultimo aspetto ad essere trattato è quello del design didattico, che riassume le caratteristiche elencate nei punti precedenti, individuando un ambiente che possa contribuire a motivare gli allievi in matematica. Considerando che: se gli studenti comprendono come il loro successo dipenda dalle abilità possedute, essi possono credere con maggior probabilità di poter riuscire nella disciplina con la giusta profusione di impegno. Incentivando il lavoro di gruppo si può incoraggiare l'aiuto reciproco e quindi aumentare le possibilità di avere successo. Inoltre creare contesti interessanti attraverso la proposta di problemi situati, stimola l'immaginazione degli allievi e la visione della matematica come utile. Infine un docente capace di essere anche "amico degli studenti", oltre che supporto e autorità, potrà farli sentire più sicuri di sé e apprezzati, condizioni necessarie per sentirsi a proprio agio in matematica.
Osserviamo che l'ambiente appena descritto, il quale riesce a unire insieme i risultati delle numerose ricerche considerate da Middleton e Spanias (1999), può essere ritrovato nella sua interezza in quello creato dal flipped learning. Infatti il nuovo approccio alla valutazione produce un'attribuzione a cause interne quali abilità e impegno, l'uso della peer education stimola il confronto all'interno di piccoli gruppi, l'uso del problem based learning può creare situazioni di real life e il nuovo ruolo del docente gli permette di avere una gratificante relazione didattica con ogni allievo. Sembrerebbe dunque che l'utilizzo di questa metodologia sia in grado di influenzare certi fattori determinanti nello sviluppo di una motivazione intrinseca o di obiettivi di padronanza in matematica. Continueremo le considerazioni, qui solo accennate, nel quarto capitolo in modo più approfondito ed estendendo il campo di analisi anche al di fuori della materia.
Proseguiamo ora invece trattando di alcuni quadri teorici per lo studio della motivazione, sviluppati specificatamente in didattica della matematica.
Il primo è quello proposto dal Middleton et al. (1992) secondo cui le concezioni di motivazione degli studenti vengono organizzate all'interno di tre categorie generali:

- l'eccitazione, ossia la stimolazione cognitiva prodotta dall'attività;
- il controllo personale, ovvero il grado in cui l'attività è stata considerata di difficoltà adeguata e in grado di lasciare libertà di scelta;
- gli interessi, vale a dire il livello di apprezzamento dell'attività, la percezione d'importanza e di adeguatezza rispetto alle proprie abilità.

Partendo da tale assunto propongono un modello della motivazione intrinseca in matematica secondo cui gli alunni dopo aver costruito rappresentazioni del valore motivazionale delle attività didattiche, usano queste ultime per scegliere se impegnarsi o meno in una particolare attività (vedi Figura 10).
Prima di tutto lo studente valuta l'interesse che prova per un'attività: se il compito è interessante può cominciare a impegnarsi senza ulteriori valutazioni, se non lo è tenderà ad abbandonarlo, ma se non si è mai imbattuto in qualcosa di simile (ossia l'attività non corrisponde a nessuna delle voci di interesse possedute), l'alunno non potrà concludere nessuna delle due opzioni precedenti e dovrà svolgere alcune valutazioni preliminari. Un individuo che non è mai entrato in contatto una data richiesta tende a prendere in considerazione la stimolazione offerta (sfida, curiosità, fantasia) e il controllo personale (il

livello di difficoltà, la libertà di scelta). Se entrambi i domini sono considerati adeguati, lo studente etichetterà il compito come motivante e si impegnerà su di esso. Durante il suo svolgimento la motivazione continuerà a crescere, ma non appena uno dei due domini non sarà più soddisfatto l'allievo tenderà a perdere l'attenzione e a disimpegnarsi, a meno che qualche ragione estrinseca (voto, coercizione, ecc.) non lo spinga a continuare. Quando le condizioni di eccitazione e controllo sono soddisfatte in modo coerente, l'individuo può scegliere di posizionare le attività tra quelle di suo interesse e quindi se in futuro gli si presenterà nuovamente la possibilità di approcciarsi all'attività non vi sarà più bisogno di valutarla, ma basterà semplicemente cercare una corrispondenza nei suoi costrutti di interesse ed impegno, assumendo come dato di fatto che sarà divertente svolgerla.

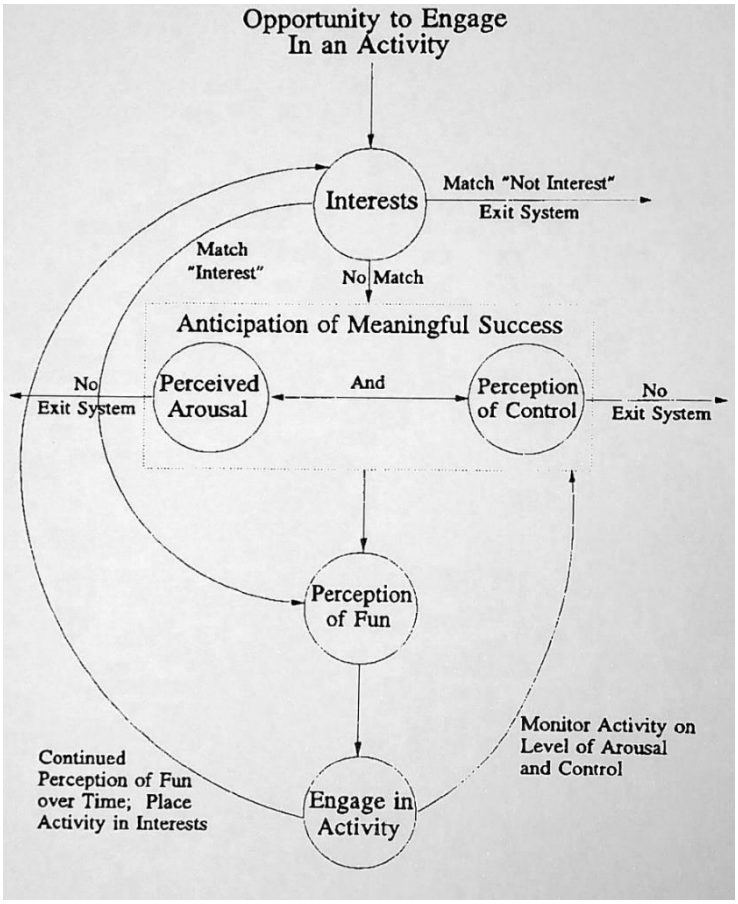


Figura 10 A model of Academic Fun (Middleton et al., 1992, p.39)

Un altro quadro teorico sulla motivazione sviluppato in didattica della matematica è quello di Hannula (2006), il quale integra teorie esistenti in ambito psicologico focalizzate sui bisogni con quelle incentrate sugli obiettivi. Secondo l'autore la motivazione è

> "a potential to direct bahaviour that is built into the system that controls emotion. This potential may be manifested in cognition, emotion and/or behaviour" (Hannula, 2004, p.3).

I bisogni sono visti come particolari istanze del potenziale che guida i comportamenti (Hannula, 2004), riferendosi in particolar modo ai bisogni psicologici fondamentali di Deci e Ryan (1985) di competenza, autonomia e relazionalità. Diventa poi fondamentale l'orientamento che assume la motivazione, rendendo necessaria l'aggiunta di un ulteriore tassello al framework, gli obiettivi, facendo specifico riferimento a Dweck (1999) e a i suoi obiettivi di padronanza e prestazione, che non necessariamente devono escludersi

vicendevolmente come spesso può trasparire dalla letteratura. La relazione che intercorre tra bisogni e obiettivi è mediata dalle convinzioni personali e sembra che i secondi siano derivati dai primi. Questo nesso è ben esemplificato da Wæge (2010), la quale basa il suo lavoro sul quadro di riferimento che stiamo esponendo; una studentessa, Berit, soddisfa il suo bisogno di competenza attraverso la conquista dell'obiettivo di ottenere un buon voto in matematica e realizza il bisogno di autonomia riuscendo a raggiungere il suo scopo di sviluppare una propria idea sulla matematica, indipendentemente dall'insegnante. David invece appaga il suo bisogno di relazionalità conseguendo l'obiettivo di essere rispettato dal docente.

3.4. Conclusioni

In questo capitolo abbiamo voluto presentare brevemente un campo di ricerca della didattica della matematica sempre più preso in considerazione, ma il cui sviluppo è stato tutt'altro che semplice: l'affect. La ragione che ci ha spinto a tale approfondimento è il legame di appartenenza che la ricerca sulla motivazione in matematica ha con questo ambito.
Inizialmente, infatti, il costrutto della motivazione non venne studiato contestualizzato all'interno della disciplina, ma più in generale in psicologia. Fu McLeod (1992) a mettere in evidenza la possibile connessione tra la motivazione e le tre dimensioni principali dell'affect, che lui stesso aveva definito essere le convinzioni, l'atteggiamento e le emozioni. Seppur il modo di trattare i fattori affettivi sia oggi cambiato, sia nelle definizioni che nella considerazione del duplice aspetto di stato/tratto, il legame messo in risalto dall'autore è ancora studiato, non solo, a quest'ultimo viene data sempre maggior rilevanza. Per tale motivo abbiamo presentato alcune delle teorie più utilizzate attualmente nello studio di convinzioni, atteggiamento ed emozioni: i sistemi di convinzioni (Green 1971), il modello tridimensionale dell'atteggiamento (Di Martino e Zan, 2010) e la teoria dell'origine cognitiva delle emozioni (Ortony et al., 1988).
Inoltre, visto che i risultati e la perseveranza degli studenti in matematica possono essere spiegati meglio da un'analisi sulla motivazione specifica nella disciplina rispetto a una misura generale (Seegers e Boekaerts, 1993), abbiamo presentato alcuni risultati emersi da una review di Middleton e Spanias (1999), con il quale sono giunti a descrive un ambiente didattico che potrebbe essere adatto a sostenere la motivazione nella materia. Tale contesto dovrebbe stimolare attribuzioni interne, promuovere il confronto tra pari, creare situazioni di real life e permettere la costruzione di una relazione tra docente e studente che realizzi un clima di fiducia e comprensione. Ci sembra che le caratteristiche elencate dai due ricercatori siano elementi fondanti del flipped learning; ciò fa pensare che questa metodologia possa essere un buon approccio per lo sviluppo della motivazione in matematica.
Abbiamo concluso il capitolo proponendo due delle teorie sulla motivazione in matematica, formulate dai ricercatori più autorevoli dell'ambito: il modello della motivazione intrinseca di Middleton et al. (1992), un ciclo secondo cui gli alunni costruiscono rappresentazioni del valore motivazionale delle attività didattiche e le usano per scegliere se impegnarsi o meno, e il framework della motivazione come struttura di bisogni e obiettivi di Hannula (2006), in cui vengono integrate la cognitive evaluation theory (Deci e Ryan, 1985) con la teoria degli obiettivi di Dweck (1999).

4. Flipped Learning e Motivazione

Il gusto di imparare
può essere acquisito dall'allievo
non se l'insegnante glielo "dà",
ma se lo aiuta a costruirlo.

Pietro Boscolo

Uno degli obiettivi che un docente dovrebbe porsi è quello di stimolare i giovani ad apprendere, obiettivo non facile da raggiungere considerando che al progredire del grado scolare la loro motivazione tende a diminuire, in particolare in matematica (Middleton e Spain, 1999). Diversi studi hanno dimostrato che la pratica didattica utilizzata in classe può modificare la motivazione degli studenti (Boscolo, 2003; Pellerey, 1996), anche nella materia qui considerata (Hannula, 2016; Wæge, 2010). Per tale ragione potrebbe essere estremamente vantaggioso cercare di determinare particolari condizioni in cui quest'ultima venga sviluppata e sostenuta. Il flipped learning è una metodologia didattica che sembra possedere molte delle caratteristiche funzionali all'individuazione di tali condizioni.
Proseguiamo ora con un'analisi delle teorie presentate evidenziando quali aspetti di queste trovano un collegamento con determinate caratteristiche dell'apprendimento capovolto (Lazzari, 2018).

4.1. Curiosità epistemica

Berlyne (1971) afferma che l'ambiente, e in particolare le sue proprietà collative, ricoprono un ruolo fondamentale negli studi sulla curiosità epistemica. Tali elementi possono generare un conflitto concettuale che spinge l'individuo a cercare la risposta a incongruenze o colmare vuoti di conoscenza. Sotto questo aspetto ci sembra che la teoria trovi una perfetta corrispondenza con l'idea di sfida che propone l'apprendimento capovolto. La prima fase del ciclo–ha lo scopo di fornire stimoli in grado di catturare l'attenzione degli studenti mediante la proposta di problemi reali, ricerche personali, discussioni controverse, analisi di casi e realizzazioni di progetti. Il tentativo è sempre quello di creare collegamenti con la quotidianità dei giovani e di usare risorse digitali e tecnologiche ove possibile. Maggiore è la vicinanza tra l'ambiente scolastico e quello del mondo reale, maggiori saranno gli stimoli offerti dal contesto educativo.
Di sostanziale importanza è riuscire determinare un livello di incongruenza o di intensità della stimolazione medio, ottenendo la sorpresa ottimale (Stipek, 1996). Se il livello fosse troppo basso si rischierebbe di provocare noia, se invece fosse eccessivamente alto potrebbero scaturire ansia e scoraggiamento. Su questo punto si soffermano lungamente anche gli studiosi della metodologia da noi considerata. Calibrare la difficoltà in base alle capacità degli studenti è un elemento chiave di ogni sfida ben progettata, significa inserire lo studente in quella che Vygotskij (1978) chiama zona di sviluppo prossimale.
Si può inoltre osservare come le tre categorie che caratterizzano il comportamento epistemico (osservazione come metodo di studio dei fenomeni, consultazione di fonti di

informazione, pensiero orientato) siano perfettamente riprese nelle prime due fasi del ciclo d'apprendimento flipped. Durante il lancio della sfida, proponendo a casa o in classe video e materiale interessante, si cerca di attivare le capacità di osservazione degli studenti che dovrebbero essere spinti ad analizzare la situazione e porsi domande a cui desiderano davvero trovare risposta. Inoltre fornendo materiale utile alla definizione del contesto o al richiamo di prerequisiti si può sostenere gli allievi durante la fase di consultazione delle fonti, assicurandosi così che non attingano da quelle sbagliate[51]. La conduzione della sfida, che ha come obiettivo quello di trovare risposta ai quesiti emersi nella prima fase, consiste per lo più in attività di problem solving e di ricerca, processi esemplificativi del pensiero orientato. Abbiamo quindi ipotizzato che la struttura stessa degli incontri in modalità flipped ripercorra i passaggi che contraddistinguono i comportamenti epistemici.

4.2. Teoria del rinforzo

Proseguiamo parlando della teoria del rinforzo, in particolare del buon e cattivo rinforzo, delineati da Brophy (1981), Schloss e Smith (1994). Due delle principali caratteristiche di un buon rinforzo sono la sua vicinanza temporale al comportamento da rinforzare e l'orientamento verso uno specifico aspetto di quest'ultimo. Tali elementi ci sembrano gli stessi che si trovano alla base della valutazione formativa promossa dal flipped learning. Viene infatti consigliato di restituire *feedback* frequenti e tempestivi (che rispondano alla richiesta di prossimità) sotto forma di consiglio piuttosto che di giudizio, permettendo agli studenti di comprendere nel dettaglio i propri sbagli, effetto che un semplice voto o un giudizio generale[52] non può produrre. In questo modo non si incorre nel rischio di sottolineare il compiacimento degli insegnanti piuttosto che l'impegno dell'allievo (vista la specificità della valutazione focalizzata esclusivamente sul lavoro dello studente) né di sostenere un'atmosfera competitiva, entrambe peculiarità di un cattivo rinforzo.
Una seconda distinzione presentata all'interno di questa teoria è quella tra rinforzo controllante e informativo. Quest'ultimo, che consiste nel fornire indicazioni sulla qualità delle strategie adottate e dei risultati conseguiti, è in grado di sostenere la motivazione intrinseca e una attribuzione di causalità interna, caratteristiche funzionali all'apprendimento. Il primo invece si presenta sotto forma di obbligo regolato dall'esterno e si verifica spesso in ambienti educativi basati sulla valutazione, sull'imposizione degli obiettivi e sulla competizione (Bandura, 1982).
Gli ambienti di apprendimento flipped, essendo caratterizzati da una condivisione degli obiettivi, delle modalità di esecuzione e dei tempi, oltre che da uno stile valutativo prevalentemente formativo e partecipativo, ci sembra siano legati proprio ad un tipo di rinforzo informativo e quindi teso a sviluppare motivazione intrinseca e stili attributivi interni. Inoltre, grazie all'utilizzo di strategie didattiche di apprendimento fra pari, è possibile creare un'atmosfera di cooperazione e collaborazione, che si discosta nettamente dalle situazioni competitive in cui si utilizzano rinforzi controllanti.

4.3. Motivazione di effectance

Harter (1978) ha esaminato la motivazione di effectance in dipendenza della presenza/assenza di rinforzi da parte degli adulti. È emerso che quando il soggetto è sostenuto da rinforzi positivi tende a sviluppare un sistema di autoricompensa che lo renderà

[51] Contribuire allo sviluppo di un utilizzo consapevole e responsabile delle risorse digitali, evidenziando anche i loro limiti e rischi, oltre che le loro potenzialità, dovrebbe essere un obiettivo specifico della scuola (Cecchinato e Papa, 2016a).
[52] Un esempio di giudizio generale può essere "Bene", "Bravo" o "Pessimo lavoro", dal quale uno studente non può comprendere cosa ha svolto bene, male e perché. Da espressioni come queste riuscirebbe solo a dedurre che qualche aspetto del suo comportamento ha reso l'insegnante soddisfatto (De Beni e Moè, 2000).

sempre meno dipendente dall'approvazione esterna e maggiormente orientato verso obiettivi di padronanza. La motivazione di effectance continua così progressivamente a crescere.
L'apprendimento capovolto ci dà l'impressione di essere un modello educativo che permetta di sostenere questo circolo virtuoso. Come già osservato infatti fornisce agli studenti prevalentemente rinforzi positivi grazie all'ambiante non competitivo e al tipo di valutazione che utilizza.
Accade l'opposto invece quando lo studente viene scoraggiato nei suoi tentativi di padronanza mediante rinforzi negativi, giungendo a un aumento della frequenza della necessita di approvazione esterna e la manifestazione di stati d'ansia e di paura.
Un altro punto importante della ricerca di Harter (1992) è lo studio delle ragioni che portano ad un progressivo passaggio da motivazione intrinseca a estrinseca nell'avanzamento del grado scolare all'interno di un modello educativo tradizionale. Uno dei fattori che incide maggiormente è la valutazione del docente focalizzata sempre più sui prodotti, trasformandosi in impersonale e "oggettiva", che spesso porta al confronto tra gli allievi e alla competitività. La conseguenza non può che essere uno spostamento dell'attenzione dall'attività di apprendimento al voto e alla dimostrazione delle proprie abilità. La stessa Harter suggerisce di coinvolgere gli studenti in attività sfidanti a livello ottimale di cui condividano obiettivo e significato.
Essendo il concetto di sfida centrale nella didattica capovolta questa metodologia ci sembra seguire diligentemente i consigli della studiosa. Vista la possibilità di individualizzare la didattica mediante l'assegnazione personalizzata di "compiti a casa" e la creazione di gruppi per livello durante gli incontri in classe, pensiamo sia più facile proporre ad ogni studente delle attività adeguatamente sfidanti.
Inoltre con il *flipped learning* si sta cercando riportare il fulcro della valutazione sui processi piuttosto che sui prodotti, e di conseguenza spostare l'obiettivo degli allievi sull'apprendimento invece che sui voti. Un clima di questo genere riduce la sua componente competitiva, anche grazie all'utilizzo di strategie di apprendimento cooperative e collaborative. Allo stesso modo si sta lavorando sul falso mito dell'oggettività, sfruttando rubriche valutative non rigide e condivise con gli alunni.

4.4. Teoria dell'autodeterminazione

Secondo la teoria dell'autodeterminazione la motivazione di un soggetto non è determinata univocamente dallo stesso individuo o dall'ambiente in cui si trova, ma dall'interazione tra i due. Dunque, il contesto educativo in cui il soggetto si trova può ostacolare o promuovere la sua autodeterminazione. Per Deci e Ryan (1985) ciò dipende dalla soddisfazione dei tre bisogni psicologici fondamentali: competenza, autonomia e relazionalità.
Senza ribadire nuovamente come il flipped learning sostenga il bisogno di competenza sfruttando strategie di active learning (Abeysekera e Dawson, 2015; Sergis et al., 2018) con livelli di difficoltà adeguatamente sfidanti, in cui è possibile mobilitare e sviluppare nuove abilità, analizziamo quali caratteristiche riescono a supportare il bisogno di autonomia. In generale, essendo una metodologia didattica attiva, vengono promossi l'iniziativa personale, l'assunzione di responsabilità, la presa di consapevolezza, ecc.; in una parola l'autonomia e (Abeysekera e Dawson, 2015; Sergis et al., 2018). Entrando nel dettaglio: la variazione del ruolo del docente da *sage on the stage* a *guide on the side* (King, 1993) consente agli allievi di agire in modo più indipendente, assumendosi la responsabilità del proprio apprendimento. In effetti l'incarico dell'insegnante in questo contesto è di sostenere e agevolare i processi di ricerca e problem solving senza mai fornire direttamente informazioni, come invece accade con il modello educativo tradizionale. Per facilitare questo cambiamento viene consigliato di proporre sfide che consentano una partenza immediata così che gli allievi si sentano attivi e padroni fin dal principio. Inoltre la possibilità di studiare i prerequisiti a casa mediante video o altro materiale permette agli studenti di agire con i propri tempi.

Pensiamo sia altrettanto sostenuto il bisogno di essere in relazione con gli altri. L'utilizzo della peer education, una delle strategie didattiche più sfruttate nell'apprendimento capovolto, favorisce l'interazione tra compagni, la cooperazione, la collaborazione, il senso di appartenenza, la condivisione di obiettivi, l'ascolto, la comunicazione, ecc. soddisfacendo quindi il bisogno preso in considerazione (Abeysekera e Dawson, 2015; Hannula, 2016; e Sergis et al., 2018). Non solo: il nuovo ruolo del docente gli permette di lavorare al fianco di ogni alunno, creando e potenziando la relazione educativa, e di personalizzare maggiormente i percorsi d'apprendimento. Viene così trasmesso coinvolgimento interpersonale e attenzione al singolo che sosterrà ulteriormente il bisogno di relazionalità anche con l'insegnante (Filak e Sheldon, 2003; Niemiec e Ryan, 2009). Questa relazione può essere portata anche fuori dall'aula quando vengono sfruttate piattaforme e-learning che permettono la comunicazione da casa tra studente e studente ma anche tra studente e docente, aumentando la connessione tra le parti in gioco.
Ci sembra dunque che la metodologia qui considerata crei un ambiente in grado di favorire la soddisfazione dei tre bisogni psicologici fondamentali, mantenendo la motivazione intrinseca o modificando il livello di quella estrinseca in favore della prima[53].

4.5. Esperienza di flusso

Durante la trattazione della teoria dell'esperienza di flusso è stato precisato come questo particolare fenomeno di completo coinvolgimento del soggetto non sia da attribuire esclusivamente a una curiosità innata, ma possa essere il punto d'arrivo di un *training* specifico. Porre lo studente di fronte ad attività in cui il livello di difficoltà sia adeguatamente alto rispetto alle proprie capacità sembra essere un buon "addestramento", considerando che la motivazione di flow si realizza soprattutto quando ci si relaziona con compiti impegnativi in cui le proprie abilità vengono messe alla prova, ossia quando ci si trova davanti ad una sfida ottimale (De Beni e Moè, 2000; Hannula, 2016).
Nuovamente, questo è uno degli elementi su cui il flipped learning insiste maggiormente. Ciò ci fa pensare che sfruttando tale metodologia sia più probabile far vivere agli allievi esperienze di flusso.

4.6. Interesse

Secondo Krapp, Hidi e Renninger (1992) l'interesse emerge dall'interazione ripetuta di una persona interessata in un determinato ambiente a materiale che risulta interessante per le sue caratteristiche. Naturalmente gli aspetti individuali non possono essere controllati dall'esterno, ma agendo su quelli ambientali e sociali si può provare a incrementare l'interesse di un soggetto.
Anderson et al. (1987) si sono concentrati sulla determinazione di alcune caratteristiche che possono rendere la situazione o il materiale più interessante:

- il fattore novità, che suscita curiosità;
- la chiarezza, che rendere il compito maggiormente affrontabile e comprensibile;
- il valore d'immagine;
- il collegamento con elementi autobiografici, che rende l'attività più facilmente memorabile.

[53] Ipotesi simili sono state proposte in Abeysekera e Dawson (2015). La metodologia considerata nel loro articolo è una versione evoluta della *flipped classroom* che ha numerosi aspetti in comune con il *flipped learning*.
Anche Hanulla (2016) si è espresso a riguardo, sostenendo che ambienti cooperativi e collaborativi, come possono essere quelli creati dall'apprendimento capovolto, aiutano a sviluppare e sostenere il bisogno di autonomia e relazionalità durante i processi di apprendimento della matematica.

I quattro elementi elencati possono essere costantemente presenti durante le lezioni flipped. Grazie ai differenti stimoli che si possono proporre durante il lancio della sfida, il fattore novità potrebbe essere rinnovato ad ogni ciclo di incontri. Inoltre il nuovo ruolo dell'insegnante gli permette di chiarificare la richiesta del compito studente per studente e di "aggiustare il tiro" tempestivamente, accorgendosi nell'immediato se lo scopo è stato male interpretato.
Seguendo i consigli dei ricercatori e inserendo i nuovi argomenti in contesti legati alla quotidianità dei giovani, sarà molto più facile creare collegamenti autobiografici. Infine, sfruttando le nuove tecnologie, si possono prediligere stili comunicativi basati sul valore di immagine, in particolare i video, punto di partenza di questa metodologia.
Inoltre questo costrutto possiede due componenti: una legata al sentire (*feeling-related*), ad esempio il coinvolgimento, l'eccitazione e il divertimento che accompagnano un'azione relazionata a un oggetto interessante, l'altra legata al valore (*value-related*), ossia il significato che il soggetto attribuisce all'oggetto interessante (Boscolo, 1997). Pensiamo che il flipped learning, mostrando il legame tra la matematica e la realtà durante la fase del lancio della sfida o mediante l'utilizzo del problem-based learning, possa essere una buona via per mostrare l'utilità e l'applicabilità della materia, tipicamente considerata astratta e sterile. Ciò può aumentare la componente del valore. Altre caratteristiche già trattate precedentemente possono stimolare la parte dell'interesse legata al sentire, promuovendo il coinvolgimento e il divertimento.

4.7. Motivazione alla riuscita

I due filoni di studi principali che riguardano la motivazione alla riuscita sono quelli legati alla ricerca di Atkinson (1957) delle emozioni anticipate e quella di Weiner (1985) della teoria attributiva. Dall'analisi del modello delle scelte a rischio proposto da Atkinson (1957) si può osservare che per ottenere il massimo della motivazione da un soggetto è necessario proporre compiti di media difficoltà, o leggermente superiore. Questo aspetto, assimilabile alla sfida ottimale, è già stato ampiamente discusso essendo uno dei punti centrali del flipped learning.
Una nota importante riguarda il caso in cui lo studente affronta un compito difficile nella speranza di provare orgoglio, giungendo però a un fallimento. Si rischia che questo provi un'emozione negativa, contrariamente alle sue attese, che potrebbe provocare un abbassamento delle aspettative future e del livello di autopercezione di abilità, influendo sulla scelta del grado di difficoltà nella prova successiva. Chi invece ottiene un successo tende a optare per un'attività leggermente più complessa la volta seguente (Atkinson e Raynor, 1974). Con questa osservazione viene messa nuovamente in risalto l'importanza della didattica personalizzata che l'apprendimento capovolto predilige, proponendo compiti di livello adeguato ad ogni studente, riducendo i casi di fallimento e stimolando un aumento del livello delle percezioni di abilità (come vedremo meglio in seguito) e delle aspettative future.
Dagli studi di Weiner (1979) emerge che le attribuzioni più funzionali all'apprendimento sono quelle associate a cause interne, come l'impegno e l'abilità. Pensiamo che una metodologia didattica attiva come quella considerata, che favorisce responsabilità, autoregolazione e autonomia, potrebbe influire sullo spostamento del locus of control verso l'interno, modificando le attribuzioni causali degli studenti e rendendoli più predisposti all'apprendimento.
Un ruolo importante gioca anche il tipo di valutazione utilizzata, per lo più formativa e partecipativa, che sposta l'attenzione dai prodotti ai processi, risaltando l'importanza del progresso personale e dell'impegno. Tutto ciò potrebbe indurre l'alunno ad assegnare i risultati del suo lavoro all'impegno piuttosto che ad abilità innate, compiendo la miglior scelta attributiva in vista di un apprendimento significativo.

4.8. Teoria dell'intelligenza

Il rendimento e il benessere emotivo dello studente può essere influenzato dalla teoria dell'intelligenza di riferimento. Infatti ad una teoria dell'intelligenza incrementale sono spesso associati obiettivi di padronanza e una motivazione tendenzialmente intrinseca.
Diversi studi sperimentali hanno mostrato come l'ambiente possa modificare la visione dell'intelligenza di un soggetto (Blackwell, Trzesniewski e Dweck (2007); Good, Rattan e Dweck, 2012). Quando viene valorizzato l'impegno e la ricerca di strategie, quando viene ridotto il timore di fallire e del giudizio degli altri, si creano situazioni favorevoli alla formazione di teorie dell'intelligenza incrementali (Elliott e Dweck, 1988).[54] Riteniamo sia il caso dell'apprendimento capovolto, un'ambiente non competitivo in cui, oltre alla qualità delle singole prestazioni, vengono valutati i processi. Viene spostata l'attenzione dalla correttezza del risultato alla strategia risolutiva e ai progressi, mettendo in risalto l'importanza dell'impegno (Cecchinato e Papa, 2016a).

4.9. Percezioni di abilità

Le due teorie prese in considerazione che trattano la percezione di abilità sono quelle dell'autoefficacia di Bandura (1977) e del concetto di sé di Covington (1998).
Il primo autore nella sua ricerca riesce a identificare le possibili fonti di autoefficacia: avere svolto, o aver visto altri svolgere, un particolare compito con successo, credere di riuscire (anche incentivato dalla persuasione verbale) e l'essere capaci di gestire il proprio livello di stress.
Con il flipped learning il nuovo ruolo del docente, visto come consigliere a fianco dello studente, potrebbe essere proprio quell'incentivo appena nominato in grado di far credere all'alluno nel successo dell'attività che si sta svolgendo (Hannula, 2016). Anche il sostegno del gruppo, nel caso in cui vengano sfruttate strategie di apprendimento tra pari, può fungere da supporto. Crediamo che tutto ciò non possa che contribuire alla creazione di un clima sereno e di collaborazione in cui la gestione dell'ansia sia facilitata.
Anche Covington riesce a individuare alcuni fattori controllabili che influenzano la concezione di sé: la teoria attributiva (Thompson, 1994) e il clima del contesto educativo (De Beni e Moè, 2000). Di fatto chi ha bisogno di sostenere il proprio valore di sé e cercare quindi di proteggere la propria percezione di abilità nel timore che si verifichino situazioni di insuccesso che potrebbero generare disapprovazione e rifiuto, possiede generalmente una tendenza attributiva indirizzata verso l'abilità e vive in ambienti competitivi (Covington e Roberts, 1994). Il rischio consiste nell'emergere di strategie atte alla protezione del sé come la formazione di obiettivi di evitamento o il self-handicapping.
Il flipped learning, creando un clima collaborativo in cui i compiti sono interpretati come una sfida con se stessi in ottica di miglioramento, in cui viene valorizzato l'impegno e il progresso, potrebbe essere una metodologia adatta alla riduzione dell'utilizzo di strategie di protezione del sé. Queste ultime risulterebbero non necessarie in contesti come quelli appena descritti.

4.10. Obiettivi di apprendimento come orientamenti

Gli obiettivi come orientamenti sono un insieme complesso e organizzato di credenze che dirigono l'apprendimento e rispetto al quale viene valuta la prestazione (Pintrich, 2000). Abbiamo visto come gli obiettivi di padronanza possano essere considerati parzialmente sovrapponibili alla motivazione intrinseca, e siano associati a una teoria dell'intelligenza

[54] In particolare in uno studio di Blackwell, Trzesniewski e Dweck (2007) è emerso che, in seguito ad un seminario che insegnasse a studenti di scuola secondaria di primo grado la teoria incrementale e come applicarla alle attività di apprendimento, la motivazione e i voti in matematica hanno subito un continuo miglioramento nel corso dell'anno.

incrementale oltre che a una teoria attributiva indirizzata verso l'impegno. Considerando le osservazioni fatte nei paragrafi precedenti riguardo questi tre fattori si potrebbe ipotizzare che il flipped learning crei un ambiente in grado di sostenere lo sviluppo di questo tipo di obiettivi.
Grazie all'idea di stimolo e alla proposta di sfide a livello medio-alto (quando possibile adattate alle caratteristiche personali dello studente) si dovrebbero venire a creare situazioni in grado si sollecitare curiosità epistemica, motivazione di effectance, interesse ed esperienze di flusso; in una parola motivazione intrinseca. L'utilizzo di strategie didattiche attive, con la conseguente modifica del ruolo del docente, sembrerebbe influenzare il sistema attributivo degli studenti spostando il locus of control verso l'interno, facendo sentire l'allievo padrone del proprio apprendimento. Anche il trasferimento del focus della valutazione dai soli prodotti ai processi, alle strategie utilizzate, ai miglioramenti attuati, dà maggior valore agli sforzi prodigati influendo ulteriormente sul sistema attributivo, direzionandolo verso l'impegno. In aggiunta l'utilizzo di strategie didattiche di apprendimento tra pari favorisce l'abbassamento del livello di competizione nell'ambiente di classe assecondando le teorie dell'intelligenza incrementale.
L'ipotesi conclusiva è che l'utilizzo del flipped learning possa creare contesti educativi in grado di avvantaggiare un orientamento alla padronanza piuttosto che alla prestazione.

4.11. Quadro teorico di riferimento e considerazioni iniziali

La scelta del quadro teorico di riferimento per la parte sperimentale di questa tesi è stata fatta sulla base dello studio conoscitivo svolto nel capitolo precedente. Tra le numerose teorie sulla motivazione ad apprendere, ci è sembrato che quella con il maggior numero di punti di contatto con le caratteristiche del flipped learning fosse quella dell'autodeterminazione di Deci e Ryan. L'apprendimento capovolto pare possa avere la possibilità, almeno su carta, di creare ambienti di apprendimento ideali per soddisfare i tre bisogni psicologici fondamentali e stimolare la motivazione intrinseca, piuttosto che quella estrinseca.
A dar maggior valore alla nostra scelta c'è la consapevolezza che la teoria dell'autodeterminazione è considerata tra le più attendibili, con oltre trent'anni di ricerca alle spalle, si è dimostrata valida e applicabile a numerosi ambiti, tra cui quello scolastico. Inoltre sono svariate le ricerche che richiamano la macroteoria; nel seguito presenteremo alcuni risultati emersi da queste ultime, facendo particolare riferimento a quegli aspetti che possono trovare un collegamento con altre teorie della motivazione e le caratteristiche del flipped learning.
La teoria dell'autodeterminazione, come anticipato nei capitoli precedenti, fornisce le argomentazioni più convincenti per confutare la teoria del rinforzo. Ci si riferisce in particolare ad alcuni studi sperimentali che mostrano come rinforzi tangibili non contingenti o non dipendenti dall'attività svolta (Deci et al., 1999), così come premi e punizioni (Deci e Cascio, 1972), scadenze (Amabile et al., 1976) e sorveglianza (Plant e Ryan, 1985), possano minare la motivazione intrinseca facendo sentire il soggetto controllato e diminuendo la soddisfazione del bisogno di autonomia. Da queste ricerche è emerso anche che non tutti i rinforzi risultano essere dannosi: fornire feedback positivi alle rispettive performance degli studenti sembra non diminuisca la motivazione intrinseca. Questo perché dando informazioni positive sul grado di preparazione degli alunni si soddisfa il bisogno di competenza senza trasmettere una volontà di controllo (Deci et al., 1999). Ecco perché la valutazione formativa e condivisa proposta dal flipped learning sembra adeguata al mantenimento di un alto livello di motivazione intrinseca o all'aumento di quella estrinseca (inteso come spostamento nel continuum motivazionale in direzione di quella intrinseca).
Un'altra ricerca (Ryan e Connell, 1989) ha messo in evidenza il legame tra i differenti livelli del continuum motivazionale e la teoria attributiva, già analizzata precedentemente in

relazione alla teoria della motivazione alla riuscita di Weiner (1985). Dallo studio sperimentale è emerso che:

- una regolazione esterna è associato a una teoria attributiva tendente a cause esterne e non controllabili;
- una regolazione introiettata o identificata è fortemente correlata a un'attribuzione causale interna;
- una regolazione intrinseca si lega ad una teoria attributiva indirizzata a cause interne e controllabili.

Le ragioni sono legate al locus di causalità percepito di un comportamento che, ricordiamo, diventa sempre più interno all'aumentare del livello di autoregolazione. In effetti l'internalizzazione e integrazione di un comportamento regolato si verifica con una probabilità maggiore se il soggetto crede che i suoi risultati siano sotto il proprio controllo. Emerge nuovamente, anche all'interno del quadro teorico scelto, quanto la teoria attributiva possa influenzare la motivazione di uno studente, mettendo in risalto l'importanza di un ambiente scolastico che favorisca il giusto riconoscimento all'impegno, proprio come fa l'apprendimento capovolto.

Nello stesso lavoro viene messo in risalto come studenti con uno stile di regolazione esterno preferiscano adottare strategie di coping "esternalizzate" in caso di fallimento, come la proiezione (dando la colpa a enti esterni come il docente) o il rifiuto (esplicitando ad esempio disinteresse nei confronti della materia). Sembrano esservi quindi alcuni punti in comune con le strategie di protezione del sé, come l'autosabotaggio. Al contrario, chi possiede stili motivazionali come l'introiezione e l'identificazione, tende a far uso di strategie di coping positive (anche se nel primo caso molto povere), agendo in anticipo per prevenire il fallimento e garantire il successo. Infatti anche l'impegno profuso da soggetti con questi stili regolativi è nettamente superiore rispetto quelli con stili più esterni. Come visto nei capitoli precedenti, l'utilizzo del flipped learning è in grado di creare un clima di classe non competitivo che può evitare la formazione di strategie di protezione del sé, favorendo quindi tecniche di coping positive e un maggior impegno.

Un ultimo risultato del lavoro in esame consiste nella scoperta di una correlazione lineare tra il divertimento provato durante lo svolgimento di un'attività e le cinque tipologie di motivazione, dalla meno autodeterminata alla più autodeterminata. Questo ci dà la possibilità di identificare il livello di motivazione intrinseca con il livello di divertimento provato, così come proposto anche da Middleton (1995).

Un altro studio, condotto all'interno della teoria dell'autodeterminazione, riguarda il contenuto degli obiettivi che si pongono le persone, divisi secondo due tipologie: estrinsechi e intrinsechi (Kasser e Ryan, 1996). I primi si riferiscono a coloro che desiderano accumulare ricchezze, diventare famosi e dare un'immagine positiva di sé, i secondi a quelli che perseguono la crescita personale, la costruzione di relazioni, l'essere produttivi per la comunità, ecc. Ciò che è stato osservato è che chi possiede obiettivi intrinsechi ha più alti livelli di benessere psicofisico, autoattualizzazione[55], vitalità e affettività positiva[56], oltre a un minor grado di angoscia e probabilità di depressione. Viceversa per chi possiede obiettivi estrinsechi, in particolare con la presenza di livelli più alti di instabilità emotiva, ansia e nevroticismo.

Si potrebbe fare una comparazione con la teoria della motivazione come orientamento di Dweck (1999), paragonando gli obiettivi sopra definiti rispettivamente con quelli di

[55] Con il termine autoattualizzazione si comprende: la conoscenza di sé, l'essere in relazione con altri, la consapevolezza emotiva (Kasser e Ryan, 1996).

[56] In ambito psicologico con affettività si intende l'insieme dei sentimenti e delle emozioni di un individuo. Non deve essere confusa con la corrente di ricerca in didattica della matematica chiamata affect (Hannula, 2014).

prestazione e padronanza. Bisogna però fare attenzione al livello di autodeterminazione con cui si vedono connessioni. Mentre il legame tra obiettivi di padronanza e motivazione intrinseca è legittimo, quello tra obiettivi di prestazione e motivazione estrinseca non lo è. Infatti esiste uno stretto legame solo con la motivazione introiettata, mossa per l'appunto da una pressione a evitare ansia e senso di colpa da un lato o a ottenere orgoglio e soddisfazione dall'altro (Deci e Ryan, 2000).
Data la comparabilità di alcuni livelli motivazionali del *continuum* con gli obietti di prestazione e padronanza, sembra confermarsi la validità teorica del flipped learning nel favorire un passaggio da una motivazione estrinseca a una intrinseca, o per lo meno nel stimolare un grado di autodeterminazione più elevato.
Riassumendo, sembra esista una relazione che lega i diversi livelli della scala motivazionale proposta da Deci e Ryan e la teoria attributiva, le strategie di coping, le emozioni provate, il livello dell'impegno, della persistenza e del divertimento. Spostandosi da una motivazione estrinseca a una intrinseca il locus of control diventa più interno e controllabile, le strategie di coping si trasformano da negative a positive, così come le emozioni provate, aumenta poi il livello di impegno profuso, la persistenza e il divertimento.
La teoria dell'autodeterminazione è stata scelta come quadro di riferimento anche da altri autori per la loro ricerca sulle metodologie flipped. Ci riferiamo in particolare a due studi: Abeysekera e Dowson (2015) e Sergis et al. (2018).
Il primo lavoro è puramente teorico ed ha l'obiettivo di sviluppare un possibile modello per indagini empiriche partendo dalla teoria della motivazione di Deci e Ryan e dalla prospettiva del carico cognitivo di Miller (1956), come mostrato in Figura 11.

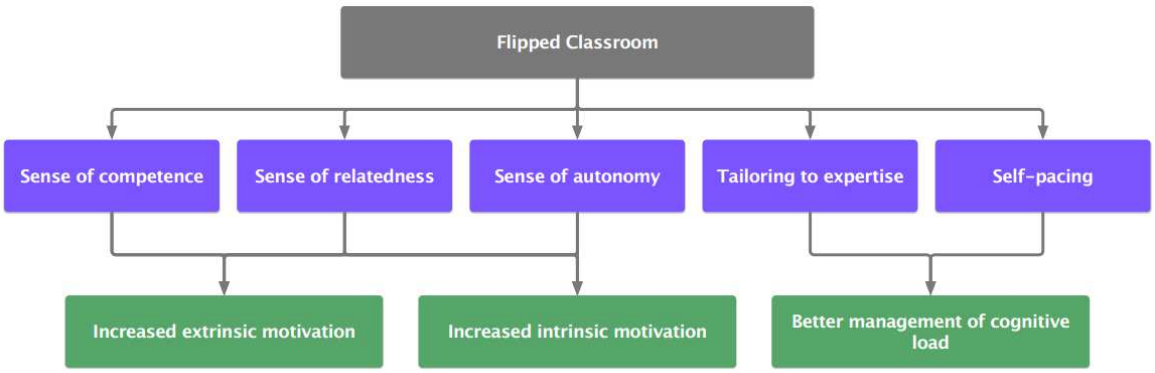


Figura 11 Modello teorico per il flipped learning (Abeysekera e Dowson, 2015, p.19)

Ciò che a nostro avviso risulta interessante sono le ipotesi fatte dai ricercatori sull'influenza che un ambiente flipped[57] può avere sulla motivazione. Essi infatti suppongono che l'utilizzo che fa l'apprendimento capovolto dell'active learning permette una maggior partecipazione attiva degli allievi che si sentono più competenti e autonomi, soddisfando questi due bisogni. Inoltre il fatto che la metodologia incoraggi gli studenti al confronto e a lavorare in piccoli gruppi produce in loro un maggior senso di relazionalità con i pari, soddisfando anche questo bisogno. Concludono quindi asserendo che, sulla base della teoria dell'autodeterminazione, si dovrebbero incrementare i livelli di motivazione intrinseca, o per lo meno aumentare il livello di quella estrinseca (nel senso di passaggio a livelli di autodeterminazione più alti).
Il lavoro di Sergis et al. (2018) invece è sperimentale e coinvolge tre corsi di studio di (quella che in Italia chiamiamo) scuola secondaria di secondi grado, di cui uno proprio di matematica. Con una comparazione tra gruppi sperimentali e di controllo hanno provato a

[57] Gli autori usano il termine flipped classroom, ma dalle descrizioni della metodologia considerata possiamo asserire che essa corrisponda al flipped learning secondo la nostra definizione.

rispondere a diverse domande di ricerca, tra cui: può il modello flipped migliorare l'autodeterminazione degli studenti durante l'apprendimento, nel senso di soddisfare i tre bisogno psicologici fondamentali? La loro risposta sembra essere affermativa e contiene altre osservazioni di notevole interesse. Gli studenti della classe sperimentale hanno riportato un alto appagamento dei loro bisogni psicologici. Grazie alla possibilità di mettersi in gioco in compiti collaborativi sfruttando principalmente le proprie capacità e quelle dei propri pari, gli alunni hanno soddisfatto il bisogno di autonomia. Inoltre il supporto dell'insegnante mediante strategie di *scaffolding*[58] e l'opportunità di poter svolgere attività pratiche ha prodotto anche un appagamento del bisogno di competenza, rendendoli più sicuri di sé e stimolandoli a portare a termine le sfide del processo di apprendimento. Infine il bisogno di relazionalità si è rivelato essere quello significativamente più alto tra i tre, creando con ampio gap con i risultati delle classi di controllo dove risultava invece essere il più basso. Secondo gli autori ciò potrebbe essere dovuto alle attività collaborative proposte e al supporto di un contesto sociale da parte dell'educatore, creando un ambiente che si distacca nettamente da una lezione per lo più passiva. Un'ultima osservazione degna di nota è quella che riguarda il maggior impatto a lungo termine che le attività collaborative e pratiche hanno avuto sugli studenti con un basso livello di autodeterminazione iniziale rispetto agli altri. Seppur venga preso in considerazione il fatto che ciò possa essere dovuto al range di miglioramento minore che hanno alunni che posseggono già un alto livello di autodeterminazione, troviamo sia un dato oggettivo da tenere in considerazione.

4.12. Conclusioni

Diversi studi hanno dimostrato come la pratica didattica utilizzata in classe possa modificare la motivazione degli studenti (Boscolo, 2003; Pellerey, 1996), anche nella materia qui considerata (Hannula, 2016). Vista l'influenza che l'orientamento motivazionale ha sull'apprendimento e il benessere psicofisico di uno studente, abbiamo concluso il capitolo mettendo in evidenza possibili punti di contatto tra le teorie esposte e le caratteristiche dell'ambiente flipped.

L'idea di sfida, caratteristica che contraddistingue la metodologia, sembra rispondere perfettamente alle richieste di un ambiente che ha l'obiettivo di sviluppare una motivazione di tipo intrinseco. Infatti la condizione necessaria affinché si generi curiosità epistemica, motivazione di effectance e interesse in uno studente è proprio quella di inserirlo in situazioni ricche di stimoli e prove da superare. Fondamentale il livello di difficoltà di queste ultime, che secondo le teorie precedentemente citate così come per la metodologia flipped, deve essere ottimale per consentire una canalizzazione dell'attenzione del soggetto, evitando il rischio di scoraggiarlo o annoiarlo, permettendogli di vivere esperienze di flusso.

Altro punto in comune è l'utilizzo di strategie didattiche attive che portano ad un aumento del livello di autonomia e responsabilizzazione degli studenti. Una delle più utilizzate è la peer education, che supporta la creazione di ambienti di lavoro non competitivi. Tali strategie, soddisfando i bisogni psicologici fondamentali, portano all'aumento del livello di autodeterminazione.

Un ultimo aspetto è quello relativo alla valutazione, che essendo di tipo formativo possiede le caratteristiche che un buon rinforzo dovrebbe avere (specificità e prossimità). I feedback

[58] Lo scaffolding, che tradotto letteralmente dall'inglese significa "impalcatura", indica un insieme di strategie di aiuto utilizzate da un esperto (il docente) per agevolare l'apprendimento dell'individuo e fonda le sue radici nel concetto di zona di sviluppo prossimale di Vigotskij (1987). Le *scafolding function* sono principalmente le seguenti: attirare l'attenzione degli alunni sul compito, fargli mantenere la giusta direzione sul percorso da svolgere per giungere all'obbiettivo, evidenziare caratteristiche critiche del compito, fornire informazioni sui prodotti dello studente rispetto ciò che bisognava ottenere, controllare la loro frustrazione sostenendoli e dimostrare la soluzione del problema dopo un loro primo tentativo per poi fargli provare nuovamente (Wood et al.,1976).

frequenti e individualizzati, forniti sotto forma di consiglio piuttosto che di giudizio, danno la possibilità agli studenti di comprendere in tempi brevi e nel dettaglio i propri errori, effetto che un semplice voto non può produrre. La conseguenza è lo spostamento del focus dai prodotti ai processi. Viene quindi dato maggior valore alle strategie scelte, ai progressi svolti e allo sforzo perpetuato, stimolando un direzionamento del sistema attributivo verso cause interne (considerando anche l'aumento di responsabilità del proprio apprendimento) e controllabili, come l'impegno.
Contesti educativi come quelli appena descritti stimolano l'adesione a una teoria dell'intelligenza incrementale, la scelta di obiettivi di padronanza e il miglioramento della percezione delle proprie abilità, diminuendo l'utilizzo di strategie atte a proteggere la propria percezione di sé, spesso nocive al benessere emotivo e ai processi d'apprendimento degli studenti.
Le osservazioni appena esposte, che mettono in luce quali caratteristiche del flipped learning potrebbero sostenere la motivazione degli studenti, sono solamente prime ipotesi. Non vi sono ancora molti studi sperimentali specifici a riguardo, si potrebbero considerare queste riflessioni come spunti per una ricerca futura. In questa tesi si proverà a compiere un primo passo verso tale direzione.
Per approcciarci a suddetto proposito si userà come theoretical framework la teoria dell'autodeterminazione di Deci e Ryan, poiché utilizzando questo particolare filtro l'apprendimento capovolto sembra poter creare un ambiente ideale per lo sviluppo della motivazione intrinseca. Abbiamo analizzato più nel dettaglio la teoria e le numerose ricerche ad essa collegata e i risultati sono stati estremamente interessanti. Ciò che emerge è una relazione che lega i diversi livelli del continuum motivazionale e la teoria attributiva, le strategie di coping, le emozioni provate, il livello dell'impegno, della persistenza e del divertimento. Spostandosi da sinistra verso destra, in direzione di una motivazione intrinseca, il locus of control diventa più interno e controllabile, le strategie di coping si trasformano da negative a positive, così come le emozioni provate, aumenta poi il livello di impegno profuso, la persistenza e il divertimento. Ciò crea collegamenti tra il quadro teorico scelto e molte altre teorie della motivazione all'apprendere, ampliando ulteriormente le sue potenzialità.
Abbiamo concluso il capitolo con la presentazione di due ricerche molto attuali (Abeysekera e Dowson, 2015; Sergis et al., 2018) i cui risultati (nel primo caso teorici e nel secondo sperimentali) evidenziano l'influenza positiva che gli ambienti flipped hanno sulla soddisfazione dei tre bisogni psicologici fondamentali, stimolando la nostra ricerca a fare un ulteriore passo avanti per verificare se la metodologia conduca realmente al passaggio da una motivazione estrinseca a una intrinseca.

5. Descrizione della sperimentazione

Le forme create dal matematico,
come quelle create dal pittore o dal poeta,
devono essere belle;
le idee, come i colori o le parole, devono legarsi armoniosamente.
La bellezza è il requisito fondamentale:
al mondo non c'è un posto perenne per la matematica brutta.

Godfredy Hardy

L'obiettivo di questa tesi, come anticipato in precedenza, è quello di studiare l'eventuale influenza che l'utilizzo del flipped learning in matematica potrebbe avere sulla motivazione ad apprendere degli studenti. Per far ciò, dopo aver effettuato un consistente studio teorico, è stata organizzata una sperimentazione in diverse classi di scuola secondaria di secondo grado. Si è presentato ai partecipanti un percorso didattico seguendo le modalità dell'apprendimento capovolto sull'argomento delle sezioni coniche ed è stato raccolto materiale self-report, utilizzando diversi strumenti, per ottenere informazioni da analizzare sulla loro motivazione.
In questo capitolo presenteremo una descrizione dettagliata dell'unità di apprendimento appositamente creata, le modalità in cui il progetto è stato messo in atto e i suoi partecipanti, concludendo con la trattazione dell'esperienza vissuta, mettendone in evidenza pregi e limiti.

5.1. Unità di apprendimento

Destinatari.
L'unità di apprendimento è rivolta alle classi terze della scuola secondaria di secondo grado di licei ed istituti in cui la matematica non è materia caratterizzante. Sono previste in queste classi dai programmi vigenti due o tre ore settimanali di matematica in base all'indirizzo.
Il percorso può essere proposto anche in classi terze di licei scientifici, in cui sono pianificate dai programmi vigenti quattro ore settimanali di matematica, come introduzione all'argomento delle sezioni coniche. Le parti di programma non affrontate nell'unità di apprendimento potranno essere integrate dal docente parallelamente al laboratorio o al termine di questo.

Tempi previsti.
Per sviluppare l'argomento è previsto l'impiego di circa 18 ore comprensive di attività valutative. Le tempistiche potranno essere adattate alle necessità della classe.

Struttura del percorso didattico:

- Test prerequisiti e pre-test motivazionale_1h
- Introduzione alle sezioni coniche _ 1 h
- Parabola:

    - Stimolo e proprietà del fuoco_ 1 h
    - Equazione_ 1 h
    - Grafico_ 1 h
    - Intersezioni e segno_ 1 h
- Ellisse:
    - Stimolo e proprietà dei fuochi_ 1 h
    - Equazione_ 1 h
    - Grafico_ 1 h
- Circonferenza:
    - Stimolo ed equazione_ 1 h
    - Grafico_ 1 h
- Iperbole:
    - Stimolo e proprietà dei fuochi_ 1 h
    - Equazione_ 1 h
    - Grafico_ 1 h
- Esercitazioni e problemi_2 h
- Verifica sommativa_1 h
- Post-test motivazionale e correzione verifica_1h

Prerequisiti:

- Geometria elementare
- Coordinate cartesiane
- Distanza tra due punti, distanza tra un punto e una retta nel piano cartesiano (questo prerequisito sarà richiamato)
- Retta nel piano cartesiano (equazione, caratteristiche, intersezione con gli assi e segno)
- Prodotti notevoli (in particolare raccoglimento totale)
- Equazioni algebriche di primo e secondo grado
- Sistemi di equazioni lineari

Obiettivi specifici

Conoscenze e abilità:

- Riconoscere le coniche come sezioni di un cono retto a due falde mediante un piano
- Conoscere la definizione di parabola, ellisse, circonferenza e iperbole come luogo geometrico
- Conoscere l'equazione di parabola, ellisse, circonferenza e iperbole
- Conoscere le proprietà dei fuochi delle coniche in relazione alla riflessione della luce e del suono
- Saper riconoscere proprietà delle coniche in dipendenza dei valori assunti da determinati parametri dell'equazione
- Saper tracciare nel piano cartesiano parabola, ellisse, circonferenza e iperbole data la sua equazione e viceversa
- Saper risolvere disequazioni di secondo grado

Competenze:

- Risolvere problemi
    - Acquisire nuove conoscenze matematiche per mezzo della risoluzione di problemi
    - Risolvere problemi che sorgono nella matematica e in altri contesti
    - Applicare e adattare strategie appropriate per risolvere problemi

    - Controllare e riflettere sul processo di risoluzione di problemi matematici
- Argomentare e dimostrare
    - Fare e indagare congetture matematiche
    - Sviluppare e argomentare ragionamenti e semplici dimostrazioni
    - Selezionare ed usare vari tipi di ragionamento e dimostrazioni
- Comunicare
    - Organizzare e consolidare il proprio pensiero matematico tramite la comunicazione
    - Comunicare il proprio pensiero matematico ad altre persone
    - Analizzare e valutare il pensiero matematico e le strategie degli altri
- Individuare collegamenti e relazioni
    - Riconoscere e usare connessioni tra i concetti matematici
    - Riconoscere ed applicare le idee matematiche in contesti non matematici
- Rappresentare e modellizzare
    - Creare ed usare rappresentazioni per organizzare, registrare e comunicare idee matematiche
    - Usare rappresentazioni per modellizzare ed interpretare fenomeni fisici, sociali e matematici.[59]

Obiettivi generali.

- Imparare ad imparare
- Progettare
- Comunicare
- Collaborare e partecipare
- Agire in modo autonomo e responsabile
- Risolvere problemi
- Individuare collegamenti e relazioni
- Acquisire e interpretare le informazioni.[60]

Metodologie e valutazione:

La metodologia scelta per sviluppare l'unità di apprendimento è il *flipped learning*. Tra le diverse strategie didattiche che l'apprendimento capovolto prevede al suo interno abbiamo scelto di abbinare insieme la peer education e l'inquiry based learning, tenendo conto dei riscontri positivi emersi da alcune ricerche su tale connubio (Cecchinato, 2014).

La modalità che verrà usata per la divisione degli studenti è quella del cooperative learning: i gruppi (fissi per tutta la durata del progetto) conterranno fino ad un massimo di quattro membri, eterogenei rispetto alle competenze matematiche possedute[61], alla nazionalità e al sesso. La composizione potrà essere influenzata anche dai giudizi del docente di ruolo, che conoscendo gli allievi potrebbe consigliare raggruppamenti favorevoli alla serenità e produttività dell'intera classe, evitando quelli controproducenti. Inoltre per stimolare la partecipazione di tutti gli elementi del gruppo si attribuirà ad ognuno di essi un ruolo tra i seguenti: lettore, scrittore, mediatore e presentatore. Il lettore avrà il ruolo di leggere ad alta voce all'interno del gruppo le consegne delle attività assegnate, lo scrittore si occuperà di riassumere e di riportare nelle schede le idee che sono emerse durante la discussione, il moderatore dovrà mantenere un clima di tranquillità e di confronto costruttivo

[59] Si fa riferimento a D'Amore et all. (2003).

[60] Si fa riferimento alle *Indicazioni Nazionali per Licei* del 2010, precisamente al *Decreto Ministeriale n. 9, 27 gennaio 2010.*

[61] Le competenze matematiche possedute saranno determinate grazie alla somministrazione di un test iniziale (in Appendice A.2.) sui prerequisiti, oltre che dalle valutazioni assegnate agli studenti durante l'anno scolastico.

tra i membri, infine il presentatore avrà l'obiettivo di esporre alla classe, durante il debriefing finale, i processi attuati e i risultati ottenuti. Il ruolo assegnato ad ogni studente cambierà di lezione in lezione, per far sviluppare ad ogni componente delle competenze differenti (Comoglio, 1999).

In parallelo si è deciso di sfruttare l'inquiry based learning e il problem based learning, seguendo anche le prescrizioni delle Indicazione Nazionali per Licei e le Linee Guida per Istituti, che consigliano la proposta di un apprendimento per problemi.

La lezione sarà condotta dal ricercatore, ma il docente di ruolo sarà presente in classe, libero di svolgere il suo nuovo compito di *guide on the side*.

La valutazione sarà, oltre che di tipo sommativo al termine del percorso (per garantire il raggiungimento degli obiettivi didattici prefissati), soprattutto di tipo formativo. Al di là dei commenti e consigli che gli studenti potranno ricevere durante la fase di conduzione e conclusione della sfida (in tempo reale), sia individualmente che collettivamente, si attuerà il ritiro dei compiti assegnati per casa ad ogni lezione[62]. Questi saranno riconsegnati all'incontro successivo, arricchiti da suggerimenti di ripasso e approfondimento personalizzati[63]. Ciò permetterà di monitorare il processo di apprendimento di ogni singolo studente, intervenendo tempestivamente se venissero difficoltà e misconcezioni.

Materiale e strumenti didattici.

In preparazione alle attività da svolgere in classe, durante il lancio della sfida, verrà condiviso con gli alunni materiale di vario genere, appositamente preparato e selezionato, mediante posta elettronica. Si tratterà per lo più di documenti testuali, animazioni con GeoGebra e link di video on-line.

Per svolgere le attività in classe sono state create alcune *schede di supporto* (in Appendice A.4.) che verranno consegnate agli studenti in formato cartaceo ad ogni incontro, una per gruppo per stimolare la cooperazione. Sarà necessaria anche la presenza in aula di una LIM o di un proiettore, per mostrare alcune costruzioni dinamiche con GeoGebra.

Per garantire un sostegno adeguato durante lo studio individuale saranno inviate, sempre tramite posta elettronica[64], le stesse schede di supporto usate in classe, completate con soluzioni e spiegazioni.

Per gli studenti che non avessero accesso a un computer o alla connessione internet al di fuori dell'ambiente scolastico[65] si troveranno soluzioni alternative (chiavetta USB, DVD, materiale stampato) che permettano loro di svolgere le attività assegnate per casa.

Sviluppo dei contenuti.

Di seguito verrà riportata l'unità di apprendimento commentata e completa di *time-table* per la gestione del tempo.

---

[62] I compiti assegnati per casa potranno consistere in problemi sfidanti, ricerche personali o studi di fenomeni reali, ma anche in attività di consolidamento come esercizi e quesiti (Cecchinato e Papa, 2016a).

[63] Ciò avverrà anche in seguito alla correzione del test dei prerequisiti. Il tentativo è di far cominciare il progetto agli studenti senza lacune. In base agli errori commessi saranno consigliati loro alcuni link di video-lezioni appositamente selezionate oppure si predisporrà una lezione di ripasso collettiva.

[64] Per l'assegnazione dei compiti, lo scambio di schede riassuntive e la proposta di video, si è scelto di utilizzare la posta elettronica, creando una mailing list per condividere in tempo reale qualsiasi informazione. Si è preferito questo mezzo di comunicazione rispetto a piattaforme e-learning più sofisticate per semplificare il primo impatto al nuovo progetto: la maggior parte degli studenti possiedono e sanno comunicare tramite e-mail.

[65] Come suggerito da Maglioni e Biscaro (2014), per organizzare al meglio il lavoro, prima dell'inizio dell'esperienza sarà somministrata una scheda conoscitiva personale riportata in Appendice A.1.

5.2. Sviluppo dei contenuti

5.2.1. Introduzione

Nella lezione introduttiva vi saranno due obiettivi: quello di far conoscere/ripassare le leggi di riflessione (prerequisito per la lezione successiva) e quello di introdurre il concetto di sezione conica. Parte di questo lavoro verrà svolto al di fuori dell'aula dagli studenti individualmente.

Il lancio della sfida

Il primo compito per casa consisterà nello studiare, supportati da apposito materiale preparato dall'insegnante, il fenomeno della riflessione su di uno specchio piano e curvo. In classe poi gli alunni saranno invitati a spiegare cosa hanno capito e cosa no, per poter risolvere eventuali dubbi, ma anche verificare il lavoro svolto.

Il secondo compito consisterà nel guardare e analizzare un video concernente alcune simulazioni riguardanti le sezioni coniche viste come ombra di una sfera (Figura 12), la cosiddetta sfera di Dandelin, completando l'apposita scheda sotto riportata.

Al seguente link troverai un video in cui vengono mostrate contemporaneamente quattro simulazioni di ombre generate da una sfera:
https://www.youtube.com/watch?v=xeKYNbVGEpw
Analizziamole una per volta.

- Cominciamo con il riquadro in alto a sinistra.
  In che posizione si trova la fonte luminosa rispetto la sfera?
  _____
  _____
  Che forma ha l'ombra della sfera?
  _____
  _____
- Consideriamo il riquadro in alto a destra.
  In che posizione si trova la fonte luminosa rispetto la sfera?
  _____
  _____
  Che forma ha l'ombra della sfera?
  _____
  _____
- Proseguiamo con il riquadro in basso a sinistra.
  In che posizione si trova la fonte luminosa rispetto la sfera?
  _____
  _____
  Che forma ha l'ombra della sfera?
  _____
  _____
- Concludiamo con il riquadro in basso a destra.
  In che posizione si trova la fonte luminosa rispetto la sfera?
  _____
  _____
  Che forma ha l'ombra della sfera?
  _____
  _____

L'obiettivo in questo caso è quello di mostrare lo stretto legame esistente tra la realtà quotidiana e la matematica, oltre di far avere un primo approccio agli studenti con queste curve, in particolare la loro forma e nome. L'attività fin qui descritta funge dunque da stimolo per la lezione che si andrà ad affrontare, in cui le coniche saranno presentate in modo differente, ossia come sezioni di una superficie conica retta a due falde.

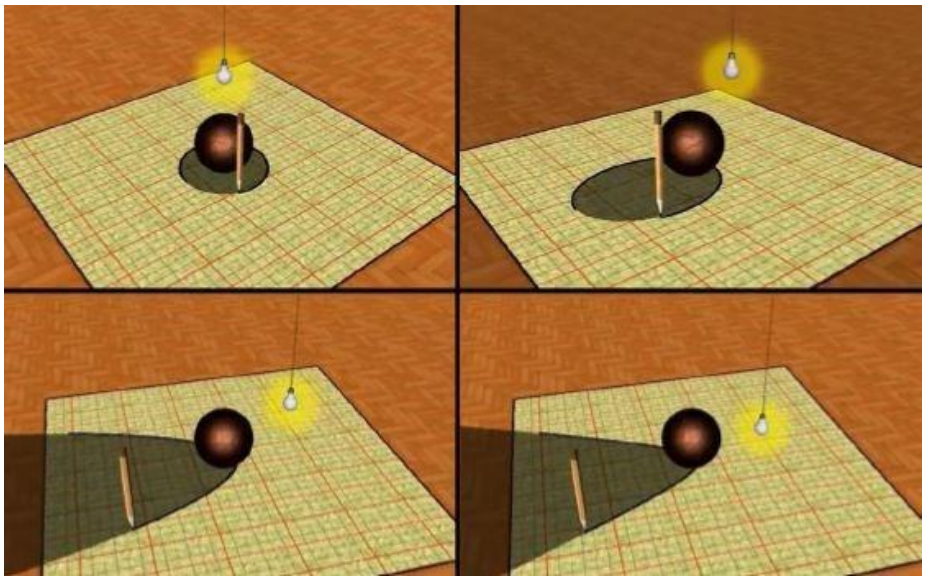


Figura 12 Fotogramma del video sulle sezioni coniche come ombra di una sfera (https://www.youtube.com/wa tch?v=xeKYNbVGEpw).

La conduzione della sfida

L'idea, dopo una rapida ricapitolazione delle diverse coniche che possono essere generate mediante l'ombra di una sfera, è quella di far ritrovare le stesse come sezioni del cono. Questa fase iniziale, detta anche di *framework concettuale* (Rivoltella, 2013), ha lo scopo di governare la quantità di informazioni che ogni allievo è in grado di condividere con l'insegnante e con la classe, dando ordine e significato al lavoro didattico.

L'attività che verrà proposta, riportata nel seguito, è dunque di scoperta e da svolgere individualmente o a coppie.

Immagina di sezionare un cono retto a due falde con un piano in vari modi. Annota quali figure vengono a crearsi da queste sezioni, specificando le caratteristiche dei piani che le hanno generate.

Caratteristiche della sezione:	**Figura generata:**
Piano perpendicolare all'asse del cono	*Circonferenza*

Hai ritrovato tutte le coniche che venivano generate dall'ombra della sfera su un piano o ne manca qualcuna? Ci sono altre figure oltre le coniche che già conoscevi?

La chiusura della sfida
Al termine dell'attività sarà opportuno fare il punto della situazione con un *debriefing*, per ascoltare i risultati ottenuti dagli studenti e, usando i contributi di tutti gli alunni, concludere con una lista di coniche degeneri e non degeneri.
Per facilitare la corretta costruzione di un'immagine mentale delle sezioni coniche, dopo uno sforzo immaginativo e di astrazione, proporremo alla classe alcune costruzioni dinamiche in GeoGebra 3D (come in Figura 13).

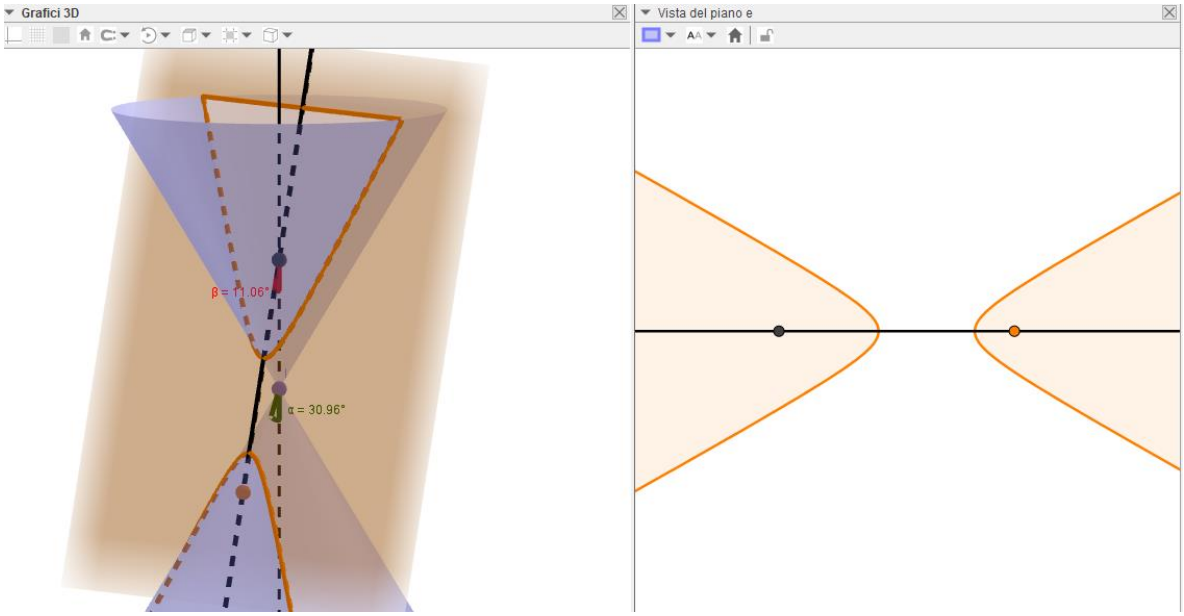


Figura 13 : Immagine di un'iperbole ottenuta dalla sezione di una superficie conica a due falde con un piano

Time-table:

Attività:	**Tempo:**
Debriefing leggi di riflessione	20 minuti
Debriefing coniche come ombra di una sfera	5 minuti
Attività sezione cono retto a due falde	20 minuti
Debriefing sezioni cono	15 minuti

5.2.2. Parabola

Lo specchio ustorio
Il lancio della sfida
Lo stimolo scelto per introdurre l'argomento della parabola è quello dello specchio ustorio. Per rendere maggiormente attraente questo oggetto si possono proporre, da visionare a casa, alcuni video selezionati dal web in cui "cuochi speciali" preparano alcune pietanze sfruttando uno specchio ustorio e giovani protagonisti riescono ad incendiare alcuni oggetti sfruttando tale strumento:

https://www.bing.com/videos/search?q=specchio+parabolico&&view=detail&mid=78D0CEC673CAD6D4FFDC78D0CEC673CAD6D4FFDC&rvsmid=FC35BA38EF9CD9141292FC35BA38EF9CD9141292&fsscr=0&FORM=VDFSRV

https://www.bing.com/videos/search?q=specchio+parabolico&&view=detail&mid=EFF01C102198DB8915FEEFF01C102198DB8915FE&rvsmid=FC35BA38EF9CD9141292FC35BA38EF9CD9141292&fsscr=0&FORM=VDFSRV

https://www.youtube.com/watch?v=RB-QGwJEFe4

Dopo la visione di questi ultimi come compito per casa, si chiederà agli studenti di commentare quanto visto e di porsi domande a riguardo. Le domande che probabilmente nasceranno saranno: "come mai l'oggetto si incendia?", "l'oggetto deve essere posizionato in un punto preciso?", ecc.

La conduzione della sfida

All'inizio della lezione, dopo aver ascoltato l'opinione degli studenti riguardo al video e le domande che sono sorte, richiederemo uno sforzo di modellizzazione matematica del problema mediante la risposta alle seguenti domande guida:

- Di che forma è lo specchio?
- E la sua sezione verticale?
- Da dove provengono i raggi luminosi?
- Da che distanza arrivano (indicativamente)?
- Come sono tra loro i raggi solari quando provengono da quella distanza?

Si è scelto di proporre inizialmente attività di scoperta guidate, qualcosa che ricorda lo *scaffolding*[66] di Bruner (Wood et al., 1976), e non lasciare gli studenti completamente liberi di esplorare il problema. Essendo il loro primo approccio a compiti di questo tipo potrebbero trovarsi spaesati incontrando numerose difficoltà, anche a muovere i "primi passi". Vista invece l'importanza di "consentire una partenza immediata", facendo sentire la classe attiva fin da subito (Cecchinato e Papa, 2016a) si è pensato di proporre domande puntuali e semplici come avvio.

Questa attività, come tutte le successive del progetto fino a diversa indicazione, saranno svolte dagli studenti divisi in gruppo, seguendo le modalità del cooperative learning.

Quando tutte le domande guida avranno ottenuto risposta, dopo aver fatto un rapido punto della situazione per assicurarsi che ogni gruppo sia riuscito a modellizzare il problema, si potrà chiedere loro di rappresentare graficamente il modello mentale che sono riusciti a crearsi, consigliando di rappresentare la parabola con l'asse di simmetria parallelo ai raggi luminosi. Anche se la definizione di asse di simmetria di una parabola non è ancora stata formalmente data, per questa prima fase di scoperta è sufficiente un'idea intuitiva dell'oggetto.

Inviteremo infine i gruppi a congetturare possibili risposte alle domande poste inizialmente per spiegare il fenomeno osservato nei filmati.

La chiusura della sfida

Al termine di questa fase, sfruttando un software di geometria dinamica come GeoGebra, svolgeremo il debriefing. Ripercorreremo insieme alla classe tutte le fasi dell'attività appena svolta e, grazie agli interventi dei gruppi mediati dall'insegnante, potremmo dare una risposta definitiva alle curiosità iniziali, deducendo anche la proprietà del fuoco della parabola (Figura 14).

[66] Le funzioni di scaffolding, già elencate precedentemente, sono molto simili a quelle proposte dal flipped learning, salvo per l'ultimo punto. Perciò ci sembra coerente con le nostre scelte far riferimento a queste strategie per consentire una partenza immediata nello sviluppo delle attività.

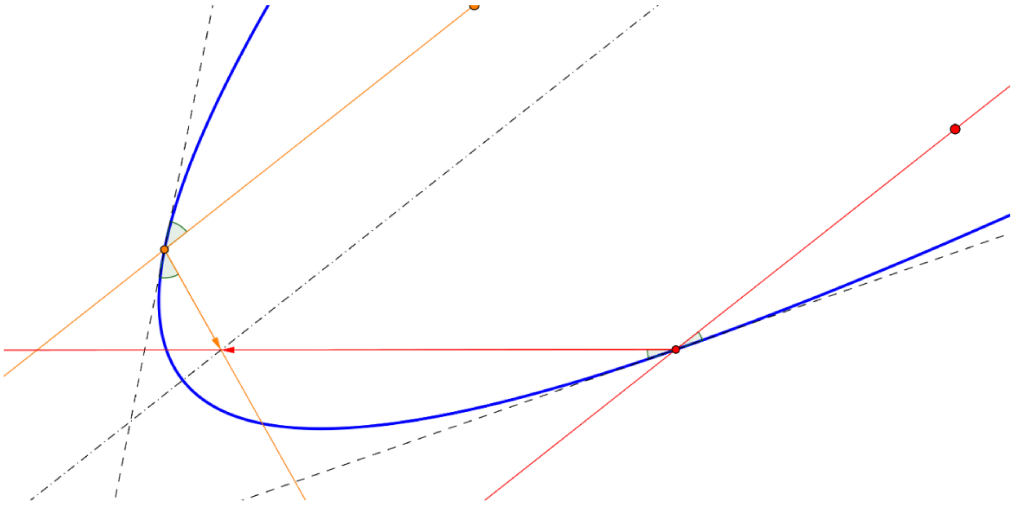


Figura 14 Immagine della costruzione dei raggi solari riflessi nel fuoco della parabola in GeoGebra

Time-table:

Attività:	**Tempo:**
Debriefing attività per casa	10 minuti
Attività modellizzazione problema	10 minuti
Attività congetture fenomeno	25 minuti
Debriefing	15 minuti

Equazione di una parabola

Il primo passo verso lo studio dell'equazione della parabola sarà l'introdurremo della sua definizione come luogo geometrico.

Il lancio della sfida

Questa definizione sarà anticipata a casa mediante la visione di un video (al seguente link https://www.youtube.com/watch?v=_eimADB2lYM), nel quale viene mostrato come costruire e utilizzare un parabolografo con materiale facilmente reperibile (Figura 15). Questo passaggio potrebbe essere utile a quegli studenti che si approcciano per la prima volta al concetto di luogo geometrico, che risulterà così meno astratto, più memorabile e di facile comprensione.

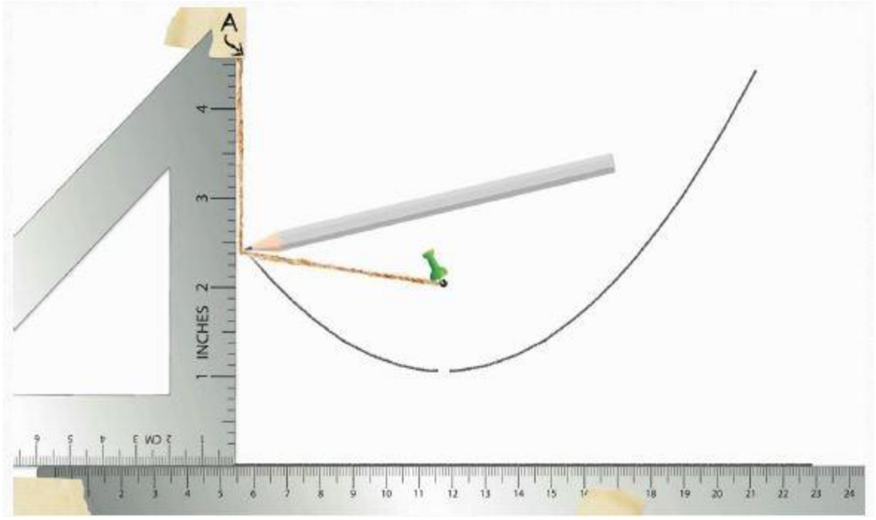


Figura 15 Fotogramma del video sulla costruzione di un parabolografo e suo utilizzo

La conduzione della sfida
Si tenterà di far dedurre alla classe, mediante una discussione collettiva, la definizione di parabola come luogo geometrico. Dopo questo primo momento si formalizzeranno le ipotesi suggerite dagli studenti:

> *Dati nel piano una retta d ed un punto F che non giace su d, si dice parabola il luogo geometrico dei punti P del piano equidistanti da F e da d.*
> *Ossia, , per qualsiasi punto P appartenente alla parabola,* $\overline{PF} = \overline{PH}$, *con H piede della retta perpendicolare a d per P.*

Se fosse necessario, per renderla ancora più chiara, si potrà mostrare la costruzione anche con GeoGebra (Figura 16). Grazie alle potenzialità di questo software di geometria dinamica lo studente riuscirà vedere la curva mentre viene generata dal moto del punto *P* in dipendenza di *H*.

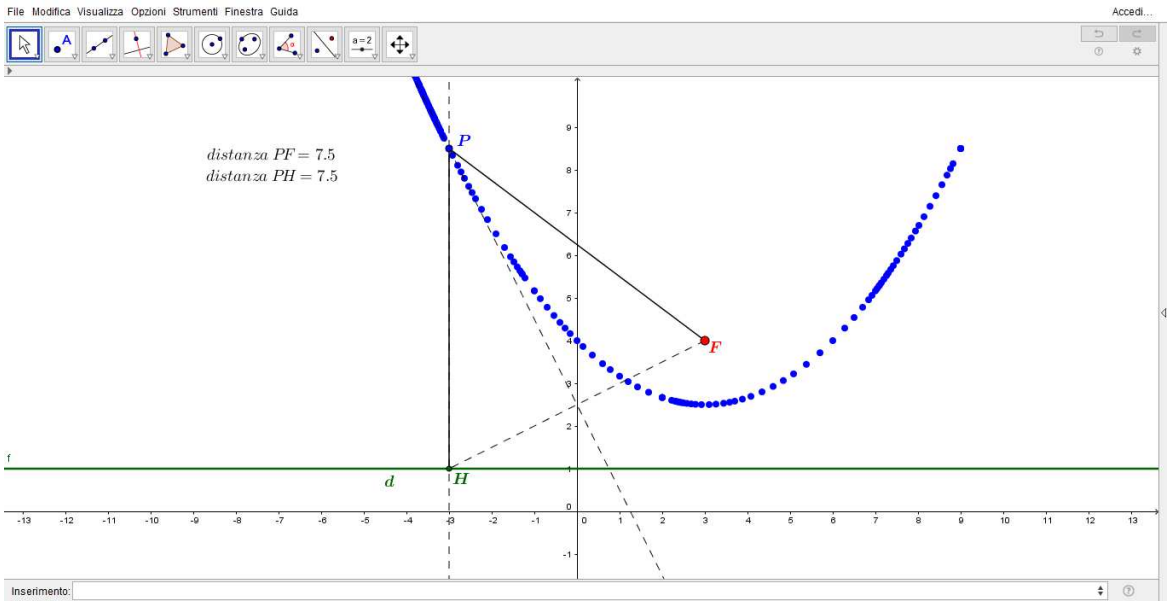


Figura 16 Immagine della costruzione della parabola come luogo geometrico in GeoGebra

Dopo tale premessa sarà assegnato un problema da risolvere: dati direttrice e fuoco, cominciando prima da un esempio particolare e poi generalizzando, ricavare l'equazione della parabola sfruttando la sua definizione come luogo geometrico. I prerequisiti necessari per lo svolgimento sono: la formula della distanza fra due punti e il metodo risolutivo di semplici equazioni irrazionali. Per assicurarsi di ciò conviene fornire materiale di ripasso (testuale e/o multimediale) da far studiare a casa prima della lezione. Questo è il primo di svariati collegamenti con le conoscenze pregresse, pratica particolarmente consigliabile per far emergere eventuali misconcezioni e per creare un apprendimento stabile e significativo (Cecchinato e Papa, 2016a). Riportiamo di seguito i testi dell'attività.

> ***Problema.***
> *Determina l'equazione generale della parabola con fuoco F(p,q) e direttrice y=d sfruttando la definizione di parabola come luogo geometrico.*

> ***Problema.***
> *Dati il punto F(2,3) e la retta y=1, ricava l'equazione della parabola con tale fuoco e direttrice sfruttando la definizione di parabola come luogo geometrico.*

Probabilmente sarà necessario, al termine dei calcoli, consigliare le sostituzioni appropriate per ottenere l'equazione della forma $y = ax^2 + bx + c$.

Osservazione: Se la classe non dovesse possedere le competenze matematiche necessarie per affrontare entrambi i problemi appena riportati si può semplificare la richiesta, ad esempio chiedendo di risolvere solo la prima questione e completare la seconda insieme, con una lezione dialogata.

La chiusura della sfida
Giunti alla determinazione dell'equazione della conica si farà osservare agli studenti come influiscono i tre parametri sul suo grafico. Con alcune costruzioni in GeoGebra in cui viene sfruttato il comando *slider* (registrate in un apposito video reperibile al link https://www.youtube.com/watch?v=-UVHjdB8xJY&t=1s), si potrà far compilare agli studenti per casa una scheda come la seguente.

Scopriamo insieme come influiscono i tre parametri a, b e c sul grafico della parabola.

- *Come influisce il parametro a sulla parabola?*
  _____
  _____
  - *Cosa accade quando* $a > 0$*?* _____
    _____
  - *Cosa accade quando* $a = 0$*?* _____
    _____
    Cosa accade quando $a < 0$*?* _____
    _____
- *Come influisce il parametro b sulla parabola?*
  _____
  _____
- *Come influisce il parametro c sulla parabola?*
  _____
  _____

L'attività si correggerà all'inizio del successivo incontro in aula.

Time-table:

Attività:	**Tempo:**
Definizione come luogo geometrico	10 minuti
Determinazione equazione (esempio)	20 minuti
Determinazione equazione	20 minuti
Osservazione legame *a* e concavità	10 minuti

Fuoco, direttrice e vertice di una parabola
Risolto il problema della determinazione dell'equazione di una parabola dato fuoco e direttrice, si vuole affrontare il problema inverso, quello della determinazione del fuoco, della direttrice, dell'asse di simmetria e del vertice di una parabola data la sua equazione.

La conduzione della sfida[67]
Cominceremo col chiedere di ricercare il fuoco e la direttrice in un caso particolare:

> ***Problema.***
> *Data la parabola di equazione*
> $$y = x^2 - 4x + 4$$
> *determina fuoco e direttrice.*

Una volta soddisfatta tale richiesta sarà semplice far ricavare agli studenti anche l'asse di simmetria ed il vertice, dopo averne dato la definizione e mostrato la loro posizione sul grafico.
Si potrà ora chiedere alla classe di generalizzare il ragionamento appena concluso all'equazione di una generica parabola.

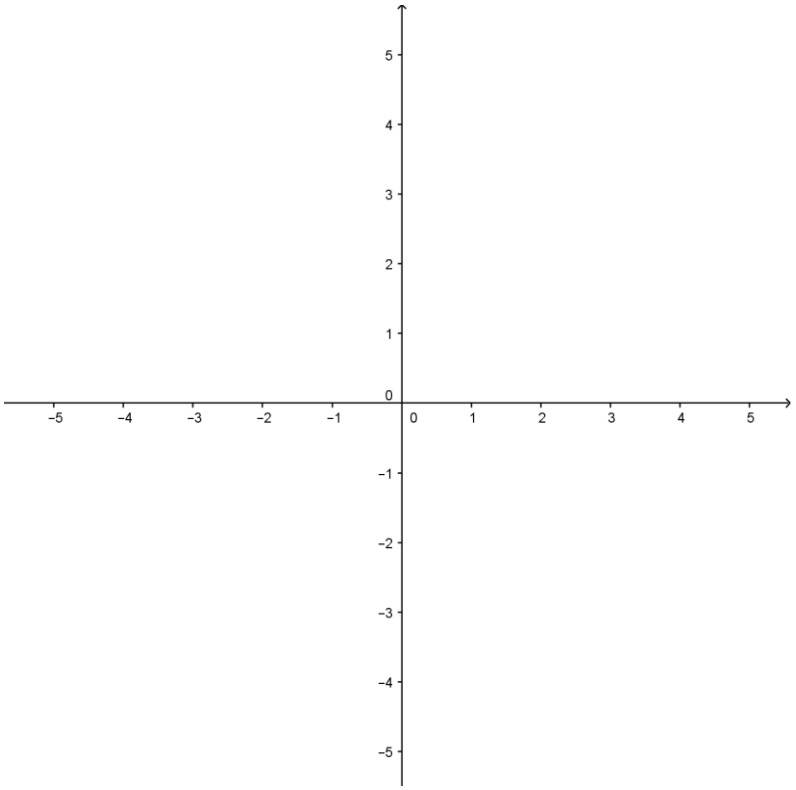
> ***Problema.***
> *Determina fuoco, direttrice, asse di simmetria e vertice di una qualunque parabola di equazione*
> $$y = ax^2 + bx + c.$$

Sarà utile durante questa attività seguire attentamente il lavoro dei gruppi per suggerire loro di scrivere le formule ricavate dalla risoluzione del problema sfruttando l'assegnazione $\Delta = b^2 - 4ac$. Tale accorgimento renderà le formule facilmente memorizzabili e con esse non sarà difficile rappresentare la parabola nel piano cartesiano.
La chiusura della sfida
Si concluderà con un debriefing e facendo notare come cambia l'equazione della parabola e del relativo fuoco, vertice e asse di simmetria, se la direttrice è parallela all'asse y.

Osservazione: Se la classe non dovesse possedere le competenze matematiche necessarie per affrontare entrambi i problemi appena riportati si può semplificare la richiesta, ad esempio non pretendendo il passaggio di generalizzazione. Se questa semplificazione dovesse essere insufficiente si può optare per un altro percorso che conduca sempre alla rappresentazione grafica della curva e dei suoi punti notevoli. L'obiettivo non sarà più ricavare le formule di fuoco, direttrice e vertice, ma piuttosto di avvertirne la necessità per raffigura la parabola il più precisamente possibile. Gli studenti non dovrebbero quindi risolvere sistemi di equazioni parametriche, ma più semplicemente saper risolvere equazioni di secondo grado e sfruttare le conoscenze acquisite sulla conica fino a questo momento[68]. Riportiamo di seguito l'incipit della lezione.

[67] Si osservi che la lezione in esame non comincerà con il lancio della sfida ma direttamente con la seconda fase del ciclo di apprendimento flipped. La durata dei cicli sono variabili, possono racchiudersi interamente nell'arco di una lezione oppure durare anche diverse settimane (Bergmann e Sams, 2012). In questo caso per affrontare la parabola, così come le altre coniche, sì è pensato a due differenti lanci della sfida. Il primo è il problema del funzionamento dello specchio ustorio, contestualizzato nel mondo reale e di rapida risoluzione, usato per introdurre le proprietà del fuoco della conica. Il secondo, la costruzione di un parabolografo con materiale facilmente reperibile, è lo stimolo di un percorso più lungo, della durata di tre lezioni. Dal video proposto si può dedurre la definizione di parabola come luogo geometrico, dal quale si ricava l'equazione dato fuoco e direttrice e poi il viceversa. Ci è sembrato però importante concludere ogni lezione con un debriefing, per consolidare gli argomenti affrontati durante la lezione. Per questa ragione, dopo lo stimolo del parabolografo, vi sarà un'alternanza tra conduzioni e chiusure (intermedie) della sfida.
[68] Se si preferisse questa seconda opzione sarebbe opportuno anticipare la lezione successiva, invertendola con la presente cronologicamente. Come si vedrà nel seguito la prossima attività potrebbe essere considerata propedeutica.

Disegna nel piano cartesiano la parabola di equazione $y = -x^2 - 2x + 3$ *il più precisamente possibile.*



Quali altre informazioni ti servirebbe avere per poterla rappresentare ancor più precisamente? _____

_____

_____

Time-table:

Attività:	**Tempo:**
Determinazione fuoco, direttrice, ecc. (esempio)	20 minuti
Determinazione fuoco, direttrice, ecc.	30 minuti
Parabola con direttrice parallela all'asse y	10 minuti

Intersezione con gli assi e segno della parabola

La conduzione della sfida

La nuova lezione comincerà con una traccia semplice:

Problema.
Determina i punti di intersezione tra la parabola di equazione $y = 2x^2 - 4x$ *e gli assi cartesiani.*

Gli studenti osserveranno come sia possibile disegnare uno "schizzo" del grafico della parabola conoscendo esclusivamente i punti di intersezione con l'asse delle ascisse e i coefficienti *a, b,* e *c*. Dopo averli invitati a fare un tentativo si proporrà la seguente richiesta: Avendo appena disegnato una rappresentazione (seppur imprecisa) della parabola in questione, lo studente sarà portato a risolvere il problema dal punto di vista grafico. Riusciranno quindi a scoprire da soli come si può risolvere una disequazione di secondo grado se solo gli verrà suggerito il legame.
La chiusura della sfida

> ***Problema.***
> *Data la parabola di equazione* $y = 2x^2 - 4x$*, determina le x per le quali la y corrispondente sia >0.*

Durante il successivo debriefing l'insegnante riorganizzerà i risultati ottenuti in un metodo risolutivo per le equazioni di secondo grado più strutturato. Potranno essere proposti come esercizi per casa altri casi particolari.

Time-table:

Attività:	**Tempo:**
Intersezione parabola con gli assi	20 minuti
Segno della parabola	40 minuti

5.2.3. Ellisse

La Chiesa di S. Andrea al Quirinale
Il lancio della sfida
Si farà venire a contatto gli studenti con una curiosa peculiarità del Portico del Podestà di Bologna chiedendo loro di svolgere come compito per casa una lettura nel blog presente al link:
http://www.comune.bologna.it/portici/storia/i-4-angoli-dei-segreti-di-bologna-il-portico-del-podest%C3%A0
oppure attraverso la visione del filmato con il seguente URL:
https://www.youtube.com/watch?v=elr4i7P2eeE .
Si tratta di un fenomeno acustico che permette a due interlocutori situati agli angoli opposti della volta a crociera, di sentirsi perfettamente anche parlando a voce bassa. Questo fenomeno è particolarmente interessante e sarà lo stimolo per la lezione.[69]
La conduzione della sfida
In classe verranno mostrate alcune immagini della chiesa di S. Andrea al Quirinale a Roma e saranno dati ai gruppi alcune immagini del progetto (piante, sezioni, ecc.). Spiegato loro che anche nella chiesa di S. Andrea al Quirinale ha luogo lo stesso fenomeno, chiederemo agli studenti di scoprire il perché.[70]

[69] Oltre al link sarà fornito agli studenti materiale preparato appositamente dall'insegnante riguardo la propagazione del suono e la sua rappresentazione.
[70] Si è scelto di dare inizialmente lo stimolo del Voltone del Podestà, e solo successivamente la chiesta di S. Andrea al Quirinale, perchè essendo un'attrazione famosa di Bologna, città facilmente raggiungibile e visitabile per chi vive a Ferrara, molto probabilmente gli studenti sono già venuti a contatto con questo fenomeno. Ciò potrebbe rendere il legame tra la matematica e la quotidianità ancora più forte.

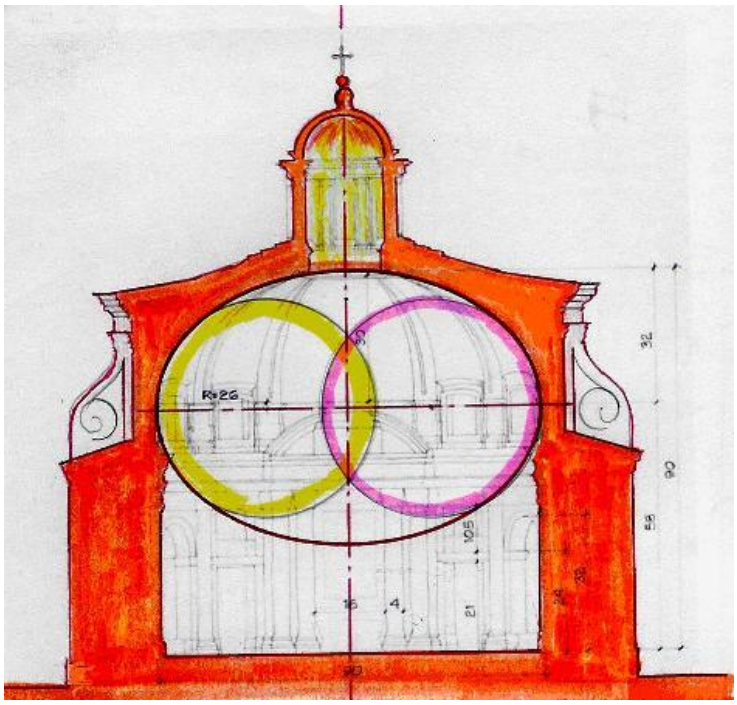


Figura 17 Sezione longitudinale del progetto della Chiesa di S. Andrea al Quirinale

Il primo passo, come fatto anche per l'attività dello specchio ustorio, sarà quello di far modellizzare il problema agli studenti con l'ausilio di una scheda di supporto. Le domande guida a cui sarà richiesto di rispondere sono:

- Quale forma ha la cupola della chiesa di S. Andrea al Quirinale?
- E la sua sezione verticale?
- Come può essere rappresentata un'onda sonora che si propaga a una determinata distanza dalla sorgente?

Per semplificare il problema proponiamo di immaginare i due interlocutori posizionati sui centri delle circonferenze[71] gialla e viola (mostrate in Figura 17).

- Se l'interlocutore al centro della circonferenza gialla parlasse come si propagherebbe il suono della sua voce? Ricorda che il suono rimbalza sulle pareti.

Gli studenti potranno ora provare a modellizzare il problema, aiutandosi con le immagini del progetto loro fornite, e spiegare come funziona il fenomeno acustico.

La chiusura della sfida

Seguirà poi un debriefing in cui verranno ascoltate alcune ipotesi di soluzione al problema. Queste saranno commentate con lo scopo di giungere alla formalizzazione della soluzione e alla definizione dei due fuochi, anche grazie all'utilizzo di figure dinamiche in GeoGebra (Figura 18). Non solo, questa fase è fondamentale anche per riflettere e confrontarsi sui diversi processi risolutivi attuati, sulla loro correttezza ed efficienza, acquisendo anche competenze oltre che conoscenze.

[71] Anche se non è ancora stata definita formalmente la circonferenza ed il suo centro, essendo questi termini di uso comune, oltre che argomenti trattati anche nella scuola secondaria di primo grado, ci si aspetta che gli alunni non abbiano difficoltà a comprendere la richiesta.

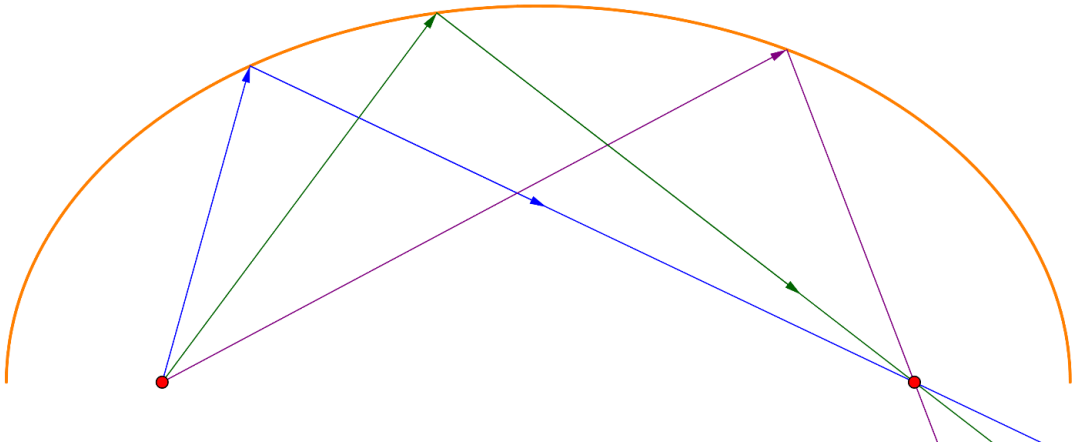


Figura 18 Immagine della costruzione dei raggi sonori riflessi uscenti da uno dei due fuochi dell'ellisse in GeoGebra

Time-table:

Attività:	**Tempo:**
Introduzione Chiesa S. Andrea al Quirinale	5 minuti
Modellizzazione problema	10 minuti
Congetture risolutive	15 minuti
Debriefing	10 minuti

Equazione dell'ellisse

Il primo passo verso lo studio dell'equazione dell'ellisse sarà nuovamente l'introduzione della sua definizione come luogo geometrico. D'altronde i percorsi che proporremo per affrontare le varie sezioni coniche saranno sempre strutturati in modalità simili.

Il lancio della sfida

La definizione sarà anticipata a casa mediante la visione di un video (al seguente link https://www.youtube.com/watch?v=NAP37NYyEt0), nel quale viene mostrata la costruzione di una ellisse mediante il metodo del giardiniere (Figura 19).

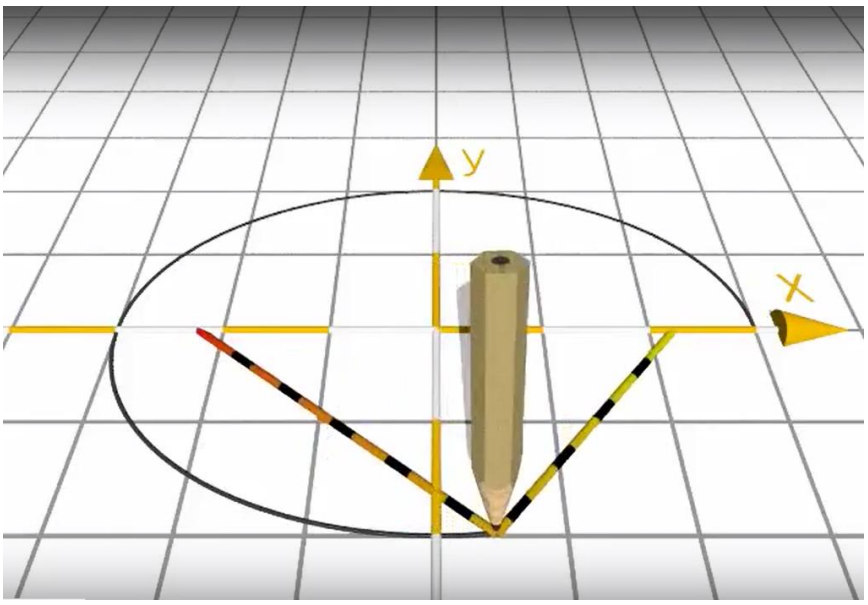


Figura 19 Fotogramma del video sulla costruzione di un'ellisse col metodo del giardiniere

La conduzione della sfida
Si farà dedurre alla classe, attraverso una discussione collettiva, la definizione di ellisse come luogo geometrico, richiedendo anche uno sforzo di formalizzazione:

> *Dati nel piano due punti F_1 ed F_2 (detti fuochi), viene chiamato ellisse il luogo geometrico dei punti P del piano per cui è costante la somma delle distanze da F_1 ed F_2. Ossia, , per qualsiasi punto P appartenente all'ellisse, $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 2a$, con a costante tale che $2a > \overline{F_1F_2}$.*

Considereremo inizialmente i due fuochi posizionati sull'asse delle ascisse e simmetrici rispetto origine (distanti c da essa).
Se servisse potremmo mostrare la costruzione della conica come luogo geometrico con l'aiuto di GeoGebra (Figura 20). Grazie alle potenzialità di questo software di geometria dinamica, in particolare dei comandi *animazione* e *traccia*, sarà possibile far vedere la costruzione in tempo reale dell'ellisse come luogo dei punti che soddisfano la già citata proprietà.

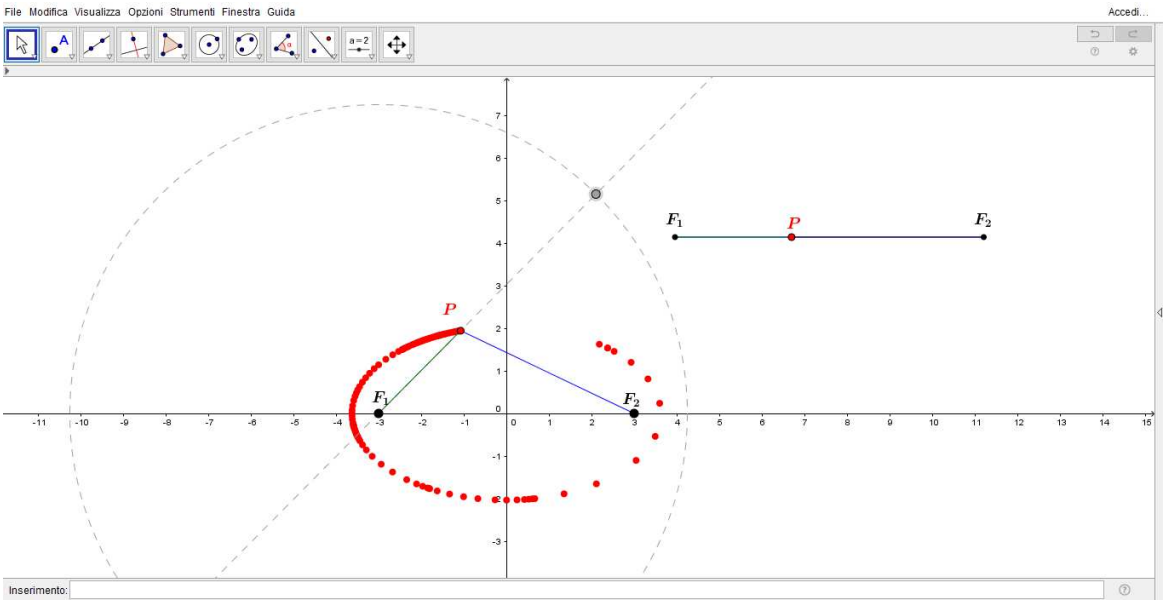


Figura 20 Immagine della costruzione dell'ellisse come luogo geometrico in GeoGebra

Assegneremo poi il seguente problema, senza necessariamente passare prima per un esempio. Avendo già fatto questo passaggio nella lezione dedicata alla parabola, è auspicabile non sia nuovamente necessario farlo.

> ***Problema.***
> *Dati i punti $F_1(-c, 0)$ e $F_2(c, 0)$, ricava l'equazione dell'ellisse con tali fuochi, sfruttando la definizione di ellisse come luogo geometrico.*

Essendo i passaggi per giungere alla conclusione del problema molto complessi e articolati, si corre il rischio di trascurare i suggerimenti delle Indicazioni Nazionali (2010) e Linee Guida (2012), che consigliano di non insistere su attività di addestramento alle tecniche di calcolo. Inoltre ciò potrebbe rendere gli studenti insoddisfatti e annoiati, l'opposto del nostro obiettivo. Calibrare la difficoltà è un aspetto chiave di ogni sfida ben progettata. Il livello di

complessità dovrebbe essere adeguato alle capacità degli studenti per dare loro la percezione di poter svolgere il compito pur apparendo impegnativo (Cecchinato e Papa, 2016a).
Dunque, una volta che tutti i gruppi saranno riusciti a impostare correttamente l'equazione

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2}+\sqrt{(x-c)^2+y^2}=2a$$

potremmo interrompere la classe, probabilmente intenta nei calcoli, e mostrare rapidamente mediante una lezione dialogata i passaggi che conducono all'equazione normale dell'ellisse

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

specificando che $b^2=a^2-c^2$ e quindi $b>a$.
Si inviterà la classe a proseguire il lavoro di gruppo per risolvere il seguente semplice esercizio, utile per sedimentale le conoscenze appena apprese.

Esercizio.
Dati i punti $F_1(-2,0)$ e $F_2(2,0)$, ricavare l'equazione normale dell'ellisse, sapendo che a=3.

Problema.
Scopri come i coefficienti a e b che compaiono nell'equazione influenzano il grafico dell'ellisse. Per fare ciò determina i punti di intersezione tra l'ellisse e gli assi cartesiani. Trai poi le tue conclusioni, aiutandoti con un disegno.

È importante ora mostrare quale sia il significato grafico dei parametri che compaiono nell'equazione. Questa osservazione dovrà nascere dal lavoro di gruppo, guidato dal testo del problema sottostante.
Chiusura della sfida
Seguirà il debriefing, in cui si svolgerà una riflessione collettiva sul lavoro appena svolto al fine di formalizzare i contenuti, senza tralasciare però l'analisi dei processi che hanno condotto alle soluzioni. Verrà inoltre rapidamente illustrato anche il caso dell'ellisse con i fuochi sull'asse delle ordinate.
Resta da risolvere il seguente problema, che potrà essere lasciato per casa e corretto durante la lezione successiva, per prolungare la conclusione della sfida al di fuori dell'aula.
Si sta dunque richiedendo agli allievi di ricavare i parametri a e b dall'equazione (e di conseguenza c), scrivere i vertici, i fuochi e poi rappresentarli sul piano cartesiano. È stato definito problema, e non esercizio, essendo la prima volta che gli studenti si trovano a risolverlo, senza una spiegazione precedente dell'insegnante, attivando così autonomamente una serie di strategie che non sono ancora state codificate. Volendo usare termini più

Problema.
Disegnare il seguente ellisse dopo aver determinato vertici e fuochi

$$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1\,.$$

Attenzione! Cerca di capire se l'ellisse ha fuochi sull'asse x o sull'asse y.

specifici si potrebbe parlare di esercizio anticipato (D'Amore et al., 2004), ossia: un esercizio standard ad un certo punto dell'iter scolastico che viene anticipato come testo-stimolo prima di quel momento. Naturalmente la scelta deve essere ponderata, in modo tale che lo studente riesca a capire il senso del testo scritto e della richiesta. Lo scopo è quello di proporre un'attività situata nella zona di sviluppo prossimale dell'alunno.

Time-table

Attività:	**Tempo**
Luogo geometrico	10 minuti
Equazione di un ellisse	10 minuti
Esercizio: equazione di un ellisse	5 minuti
Attività: Significato geometrico a e b	15 minuti
Debriefing	10 minuti
Ellisse con fuochi su asse y	10 minuti
Disegnare un'ellisse	10 minuti

5.2.4. Circonferenza

La Piazza di S. Pietro

Il lancio della sfida

Lo stimolo per introdurre la circonferenza sarà un altro fenomeno ottico che ha luogo in Pazza S. Pietro a Roma. Se nella piazza, di forma ellittica, un osservatore si posizionasse su uno dei due fuochi dell'ellisse e guardasse il colonnato a lui più vicino, come in Figura 21, vedrebbe solo una delle quattro file di colonne di cui esso è formato (vedi Figura 22). Ognuno di questi due punti, ossia i fuochi dell'ellisse, è segnalato nella piazza come "centro del colonnato" (vedi Figura 23).[72]

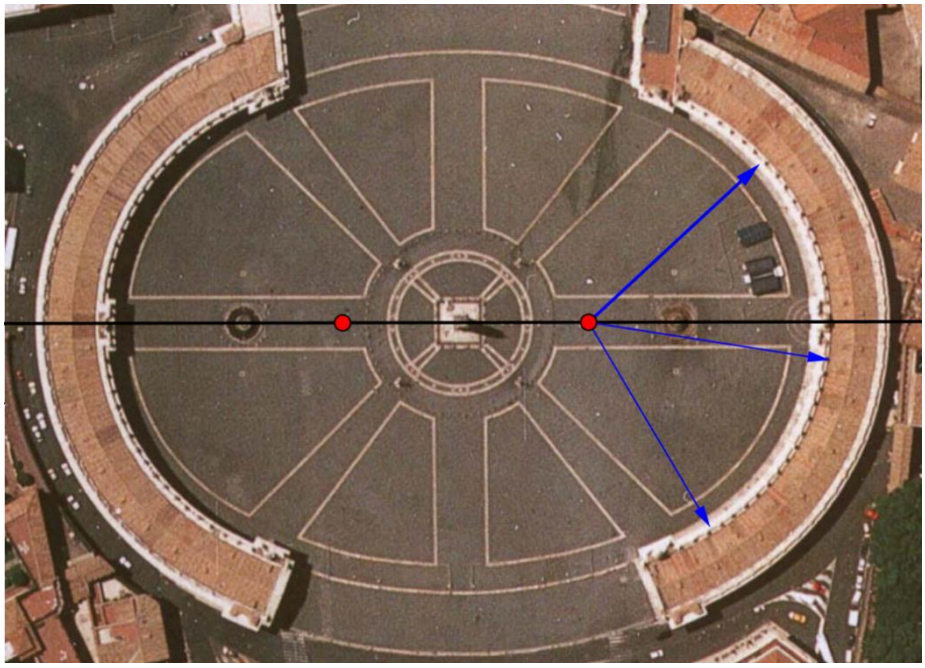


Figura 21 Piazza S. Pietro vista dall'alto con rappresentazione delle possibili direzioni d'osservazione dal centro del colonnato

[72] Per questo stimolo si è preso spunto da Carimali (2016).



Figura 22 Colonnato di Piazza S. Pietro



Figura 23 Piazza S. Pietro, vista dal "centro del colonnato"

Questo fenomeno è in realtà dovuto ad una proprietà della circonferenza. Infatti in questa situazione reale possiamo approssimare quella parte dell'ellisse delineato dal colonnato ad una porzione di circonferenza, come mostrato in Figura 24. Naturalmente si tratta di un'approssimazione grossolana, ma per i nostri scopi non è necessario entrare ulteriormente nel dettaglio.

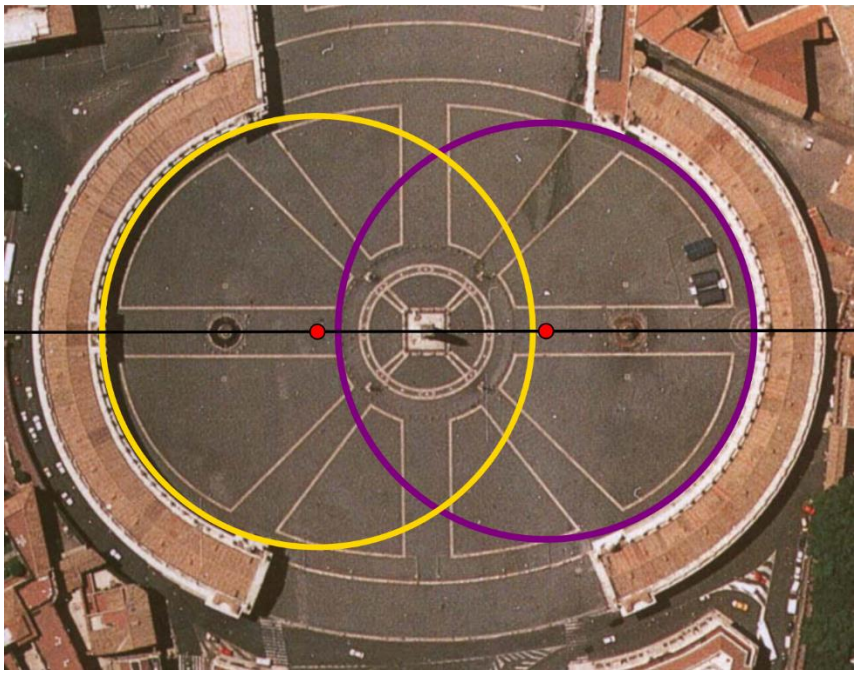


Figura 24 Piazza S. Pietro vista dall'alto, approssimazione della pianta ellittica con due circonferenze

Per proporre lo stimolo si chiederà agli studenti di svolgere per casa una rapida ricerca sulla piazza e sul colonnato della Chiesa di S. Pietro a Roma, specificando di fare particolare attenzione alla geometria e alla struttura di questi. Non è necessaria una ricerca completa, sarà sufficiente qualche appunto, e se lo desiderano, alcune immagini.

La conduzione della sfida

L'inizio della lezione verrà dedicato ad una breve discussione; si porranno agli studenti alcune semplici domande, come:

- Che forma ha la piazza di S. Pietro?
- Da quante file di colonne è composto il colonnato?
- Il colonnato circonda tutta la piazza o solo una parte di questa? Quale?

Queste, oltre a verificare l'effettivo adempimento del lavoro assegnato per casa, definirà il contesto in cui lavoreranno i gruppi. Il passo successivo sarà quello di mostrare il video che mostra il fenomeno appena descritto, presente al seguente link:
https://www.bing.com/videos/search?q=colonnato+piazza+san+pietro&&view=detail&mid=2E7EB43CEE049C5F44082E7EB43CEE049C5F4408&FORM=VRDGAR
Seguirà subito la richiesta:

- Nel video, da quante file di colonne sembra composto il colonnato? Perché?

Con una domanda sfidante come questa si darà inizio all'attività. Questa volta non saranno proposte domande guida nella scheda di supporto, che contiene solo la consegna e alcune foto utili, con lo scopo di rendere di volta in volta gli studenti più autonomi. Potrebbe però essere necessario far notare agli alunni come la parte di colonnato considerato possa essere approssimato da un arco di circonferenza. Per semplificare la situazione consigliare quindi di considerare solo la parte destra del colonnato (o indifferentemente la sinistra) e modellizzare il problema vedendo il fuoco dell'ellisse (della pianta della piazza) come centro della circonferenza che "approssima il colonnato".

La chiusura della sfida

Seguirà poi il debriefing, nel quale verranno ascoltate e analizzate le proposte dei gruppi con lo scopo, oltre che di dare una risposta al "perché?" iniziale, anche di riflettere sulle strategie risolutive usate.

Time-table:

Attività:	**Tempo:**
Debriefing stimolo	10 minuti
Stimolo Piazza S. Pietro	10 minuti
Attività stimolo	10 minuti

Equazione di una circonferenza

Il lancio della sfida

Per casa sarà stato assegnato il seguente problema.

> ***Problema.***
> *Cosa succederebbe se nell'equazione dell'ellisse i parametri a e b fossero uguali? Spiega come cambierebbe l'equazione, quale sarebbe la sua rappresentazione geometrica e cosa accadrebbe ai fuochi.*

L'obiettivo è naturalmente quello di evidenziare il legame esistente tra circonferenza ed ellisse, mostrando il primo come caso particolare del secondo. La prima parte della lezione sarà dunque dedicata alla discussione dei risultati trovati dagli studenti.

La conduzione della sfida

Si proseguirà poi chiedendo alla classe uno sforzo collettivo per trovare la definizione di circonferenza come luogo geometrico sfruttando le conoscenze acquisite e pregresse.

> *Dato nel piano un punto C detto centro, si dice circonferenza il luogo geometrico dei punti P del piano aventi da P distanza uguale ad r, detto raggio.*
> *Ossia, per qualsiasi P appartenente alla circonferenza* $\overline{CP} = r$.

Sarà un'altra occasione per innestare nelle conoscenze pregresse quelle acquisite, stimolando un apprendimento significativo e un cambiamento concettuale (Cecchinato e Papa, 2016a). Non sarà necessario introdurre mediante video lo strumento per la costruzione della conica, essendo il compasso uno oggetto di uso comune molto conosciuto e al quale faranno automaticamente riferimento.

Si darà inizio poi all'attività di gruppo in cui si chiederà di ricavare, partendo dalla definizione di luogo geometrico di una circonferenza, la sua equazione in un caso particolare. Nella stessa consegna si dirà anche di generalizzare, senza dare ulteriori indicazioni. Lo scopo è di cominciare a rendere gli studenti più autonomi, le esperienze precedenti dovrebbero essergli sufficienti per esaudire la richiesta fatta.

> ***Problema.***
> *Dato il punto C(2,3) e il raggio r=2, ricava l'equazione della circonferenza con tale centro e raggio, sfruttando la definizione di parabola come luogo geometrico. Generalizza poi il tuo ragionamento.*

La chiusura della sfida

Essendo la soluzione a questo problema abbastanza semplice dal punto di vista del calcolo, ci si può aspettare che gli alunni giungano al termine in autonomia. Sarà comunque fondamentale il debriefing per mettere in risalto entrambe le equazioni della circonferenza, suggerendo anche la sostituzione opportuna per passare dalla prima

$$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$$

alla seconda

$$x^2 + ax + y^2 + by = c.$$

Si concluderà la lezione proponendo semplici esercizi di consolidamento e di rappresentazione grafica della conica.

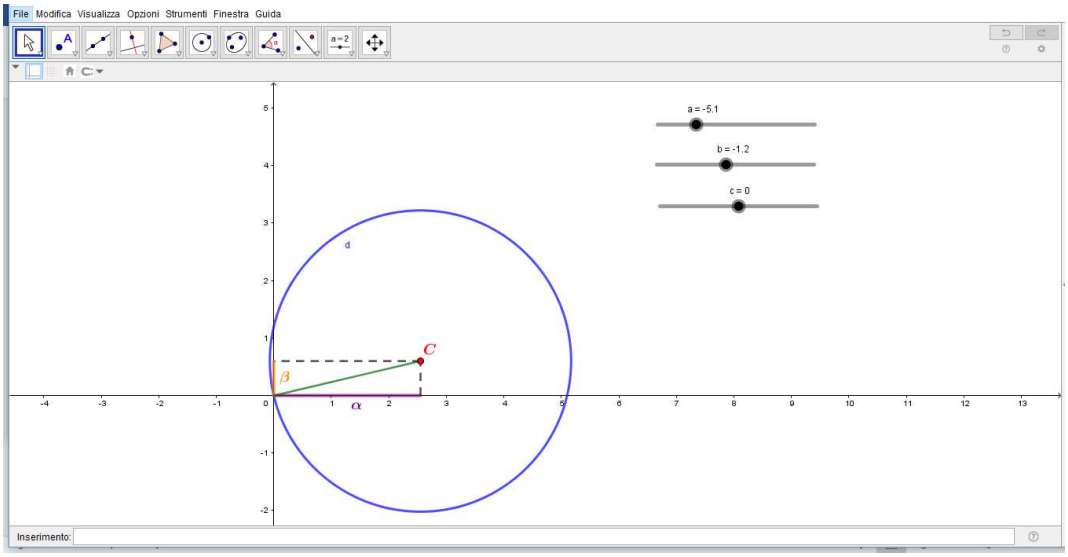


Figura 25 Fotogramma del video sulla variazione dei coefficienti dell'equazione della circonferenza in GeoGebra (https://youtu.be/FDRpDr9hCWE)

Questa fase può essere prolungata anche al di fuori dell'aula con i video di alcune costruzioni in GeoGebra in cui viene sfruttato il comando *slider* (registrate in un apposito video reperibile al link https://youtu.be/FDRpDr9hCWE e il cui fotogramma è mostrato in Figura 25).

Scopriamo insieme come influiscono i tre coefficienti a, b e c sul grafico della circonferenza.

- *Come influisce il coefficiente a sulla circonferenza? (Osserva con attenzione il centro)*

  _____

  - *Cosa accade quando $a > 0$?*

    _____

  - *Cosa accade quando $a = 0$?*

    _____

  - *Cosa accade quando $a < 0$?*

    _____

- *Come influisce il coefficiente b sulla circonferenza? (Osserva con attenzione il centro)*

  _____

  - *Cosa accade quando $b > 0$?*

    _____

  - *Cosa accade quando $b = 0$?*

    _____

  - *Cosa accade quando $b < 0$?*

    _____

- *Come influisce il parametro c sulla circonferenza? In particolare cosa si osserva quando $c = 0$?*

  _____

L'obiettivo è far osservare agli studenti come influiscono i tre parametri presenti nell'equazione della circonferenza sul suo grafico mediante il supporto di schede come la Precedente. L'attività si correggerà all'inizio del successivo incontro in aula.

Time-table:

Attività:	**Tempo:**
Definizione luogo geometrico	10 minuti
Determinazione equazione	15 minuti
Debriefing	10 minuti
Esercizi	15 minuti

5.2.5. Iperbole

Il telescopio di Cassegrain

Il lancio della sfida

Agli studenti sarà stata assegnata per casa una breve ricerca sui telescopi riflettori. L'obiettivo è semplicemente quello di avere un'idea generale dell'oggetto, sarà quindi sufficiente richiedere di annotarsi alcuni punti ritenuti importanti o interessanti.

La conduzione della sfida

La prima parte della lezione sarà dunque dedicata alla discussione sulle informazioni trovate, per valutare il lavoro svolto per casa, ma anche per introdurre lo stimolo della lezione.

Le domande che dovrebbero guidare la discussione sono:

- Cos'è un telescopio e a cosa serve?
- Cos'è un telescopio riflettore?
- Cos'è la configurazione di un telescopio?

Il telescopio riflettore di nostro interesse è quello con configurazione di Cassegrain, in quanto è formato di uno specchio primario convesso di sezione parabolica, ed uno specchio secondario concavo di sezione iperbolica, l'ultima conica che vogliamo studiare.

Questo stimolo permetterà, partendo da un'applicazione pratica riguardante una proprietà dei fuochi dell'iperbole, di introdurre questa sezione conica. Inoltre mostrerà un diverso utilizzo degli specchi parabolici, differente da quelli già mostrati; sarà un'occasione per verificare la reale comprensione della proprietà del fuoco della parabola.

Agli studenti verrà data una scheda di supporto in cui si spiegherà il funzionamento dell'oggetto e le proprietà dei fuochi dell'iperbole, seguita dalla richiesta:

Facciamo finta che in questo momento entri in classe Sara, una studentessa appena trasferita da Parma. Sara viene inserita proprio nel vostro gruppo e non sa su cosa stiate lavorando. Spiega alla nuova compagna cosa è stato fatto oggi, ricordando che essendo stata assente anche le lezioni precedenti forse avrà bisogno di comprendere anche alcuni degli argomenti trattati in precedenza, necessari per l'attività. Cercate di produrre anche un breve video con i vostri cellulari, così Sara potrà rivedere la vostra spiegazione anche a casa.

Nel video potete riprendere voi stessi mentre spiegate, riprendere solo le vostre mani mentre, fare disegni e schizzi, proporre immagini stampate,... sfruttate la vostra fantasia per rendere il video interessante, chiaro ed esaustivo.

Affinché il video risulti il più chiaro possibile scrivi qui sotto una lista di cose da dire nel video:

1. _____
2. _____
3. _____

Questa attività non sarà quindi di scoperta, ma di argomentazione, rielaborazione e comunicazione dei contenuti, oltre che di consolidamento e verifica delle conoscenze.

La conclusione della sfida

L'attività si potrà prolungare anche al di fuori dell'aula, a discrezione dei membri del gruppo, per svolgere ulteriori riprese, il montaggio, ecc. Il debriefing non avverrà durante l'incontro ma in un secondo momento deciso insieme agli studenti, rendendo questi ultimi più partecipi e responsabili del proprio apprendimento. La valutazione degli elaborati sarà di gruppo e potrà essere sia formativa che sommativa.

Time-table:

Attività:	**Tempo:**
Debriefing stimolo	10 minuti
Telescopio Cassegrain	20 minuti
Progettazione del video	30 minuti

Equazione dell'iperbole

Il primo passo verso lo studio dell'equazione della parabola sarà l'introduzione della sua definizione come luogo geometrico.

Il lancio della sfida

Questa definizione sarà anticipata a casa mediante la visione di un video (al seguente link https://www.youtube.com/watch?v=ETV_bWAPOqU) nel quale viene mostrato come costruire e utilizzare un iperbolografo con materiale facilmente reperibile (Figura 26). La classe dovrà dedurre la definizione di iperbole come luogo geometrico analizzando il filmato, come fatto per le precedenti coniche.

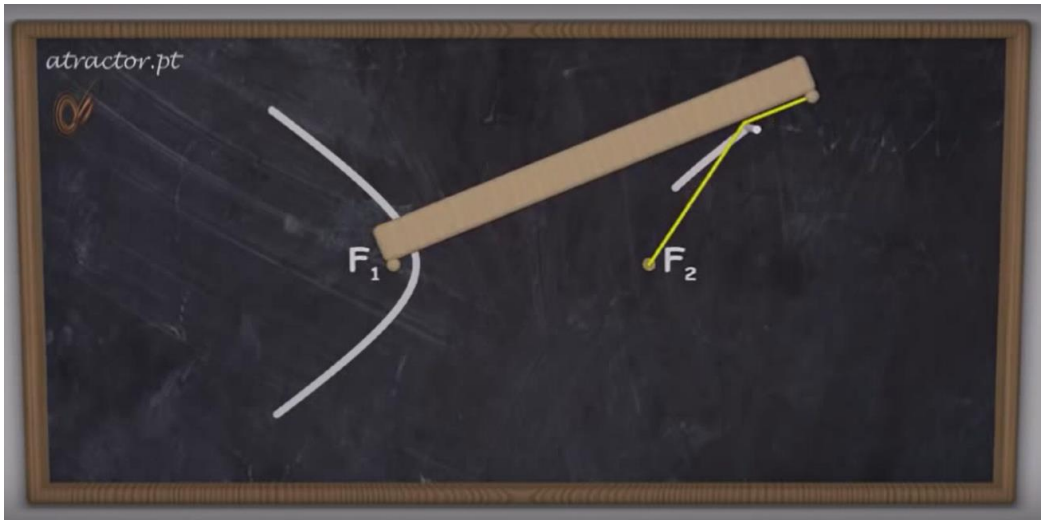


Figura 26 Fotogramma del video sulla costruzione di un'iperbole

La conduzione della sfida

In classe verranno discusse le proposte degli studenti in un framework concettuale che condurrà alla definizione formale.

Dati nel piano due punti F_1 ed F_2 (detti fuochi), viene chiamato iperbole il luogo geometrico dei punti P del piano per cui è costante la differenza delle distanze da F_1 ed F_2.
Ossia, , per qualsiasi punto P appartenente all'ellisse, $|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| = 2a$, con $a>0$ costante tale che $0<2a<\overline{F_1F_2}$.

Se fosse necessario si possono utilizzare software di geometria dinamica come GeoGebra per facilitare la visualizzazione del luogo geometrico (vedi Figura 27).

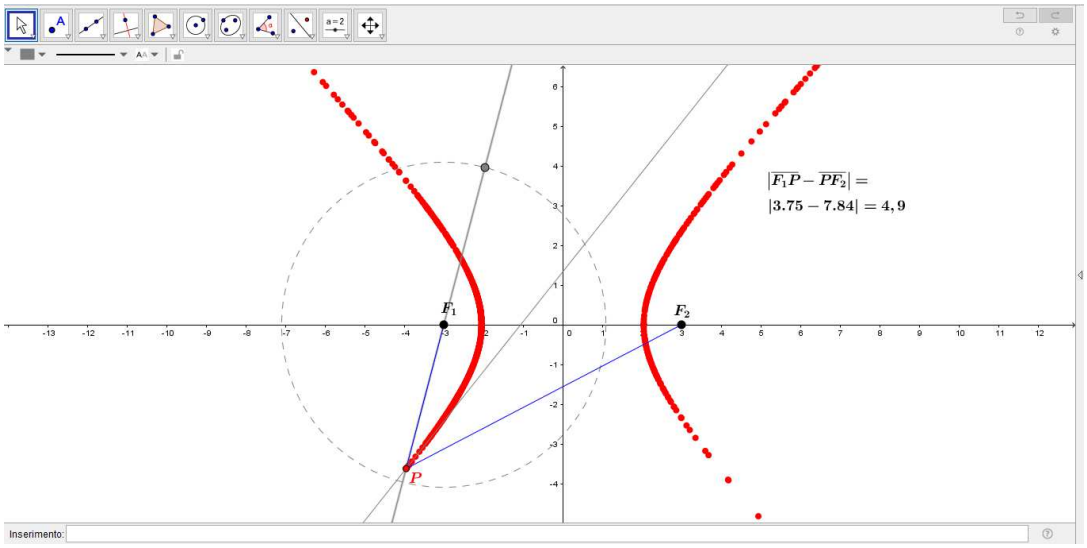


Figura 27 Immagine della costruzione dell'iperbole come luogo geometrico in GeoGebra

Per la prima parte della lezione si considererà l'iperbole con i due fuochi posizionati sull'asse delle ascisse e simmetrici rispetto origine degli assi (distanti c dall'origine). Proporremo poi il seguente problema da risolvere.

Problema.
Dati i punti $F_1(-c, 0)$ e $F_2(c, 0)$, ricava l'equazione dell'iperbole con tali fuochi, sfruttando la definizione di iperbole come luogo geometrico.

Vista la complessità di calcolo che implica la risoluzione, non essendo il nostro obiettivo quello di ricavare una dimostrazione completa e formale dell'equazione dell'iperbole, potremmo fermare gli studenti dopo pochi minuti, non appena tutti saranno riusciti ad impostarlo correttamente:

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2} - \sqrt{(x-c)^2+y^2} = 2a.$$

Mostreremo poi come giungere alla forma dell'equazione che si ricaverebbe continuando a svolgere i calcoli mediante una lezione dialogata:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{(c^2-a^2)} = 1$$

evidenziando la sostituzione $b^2 = c^2 - a^2$, con $b > 0$, necessarie per ottenere l'equazione canonica dell'iperbole

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Dopo la proposta di qualche esempio, come quello che segue, si può proseguire con la trattazione dell'argomento.

Esercizio.
Dati i punti $F_1(-3,0)$ *e* $F_2(3,0)$*, ricava l'equazione normale dell'ellisse, sapendo che* $a=2$.

Considereremo il caso in cui i due fuochi siano posizionati sull'asse y e simmetrici rispetto all'origine (distanti c da essa).
Allora, diremo che, dati i punti $F_1(0,c)$ e $F_2(0,-c)$, ragionando come fatto prima, si otterrà che l'equazione dell'ellisse

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=-1$$

avendo posto, $|\overline{PF_1}-\overline{PF_2}|=2b$ e $c^2-b^2=a^2$.
Si potrà chiede cosa rappresentino graficamente i parametri a e b che compaiono nell'equazione canonica dell'iperbole. Per rispondere a questa domanda dobbiamo prima indurre gli studenti a svolgere alcune osservazioni. Con una apposita scheda di supporto chiederemo loro di determinare le intersezioni con gli assi dell'iperbole, prima con fuochi sull'asse delle ascisse poi su quelli delle ordinate, e da ciò dedurre la risposta al nostro quesito.
La chiusura della sfida
Al termine, durante il debriefing, verrà formalizzato il significato geometrico dei parametri sfruttando il contributo di tutta la classe.
Una caratteristica particolare dell'iperbole, che la diversifica dalle altre coniche, è quella di possedere due asintoti. Essendo probabilmente il primo approccio degli studenti con questo oggetto matematico, e non avendo ancora a disposizione lo strumento di limite di una funzione, si è scelto di proporre una trattazione intuitiva e poco formale.
Grazie alla funzione *zoom* di GeoGebra si potrà rimpicciolire il grafico di un'iperbole mostrando come questa "assomigli" a due rette incidenti; anche allontanandoci dai vertici dell'iperbole quest'ultima sembrerà essere approssimata da due rette. Si potrà chiedere chi siano queste due rette. Proporremo quindi la seguente definizione.

Una retta a *si dice asintoto di una curva* γ *quando la distanza* $\overline{PH}$ *da essa di un punto* P *di* γ *tende a 0 al tendere di* P *verso infinito.*

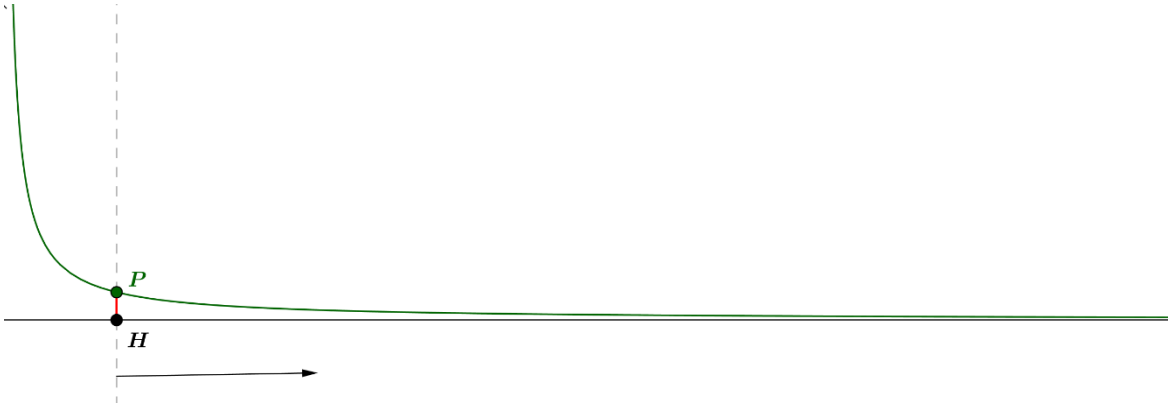


Figura 28 Immagine dell'asintoto di una curva

Per evitare di appesantire la lezione sarà preferibile mostrare subito l'equazione degli asintoti, senza chiedere agli alunni di ricavarli:

$$y = \frac{b}{a}x\,, \qquad y = -\frac{b}{a}x\,.$$

Concluderemo la lezione con un problema finale, utile per riassumere tutti i punti toccati. Se non vi fosse più tempo a disposizione quest'ultimo può essere lasciato da risolvere a casa individualmente, prolungando la chiusura della sfida al di fuori dell'aula.

Disegna il seguente iperbole, dopo aver determinato vertici e fuochi e asintoti

$$x^2 - \frac{y^2}{25} = 1\,.$$

Attenzione! Cerca di capire se l'iperbole ha fuochi sull'asse x o sull'asse y.

Time-table:

Attività:	**Tempo:**
Definizione luogo geometrico	10 minuti
Determinazione equazione (asse *x* e *y*)	20 minuti
Significato geometrico di *a* e *b*	20 minuti
Asintoti iperbole	10 minuti
Disegno iperbole	10 minuti

5.2.6. Esercitazioni e problemi

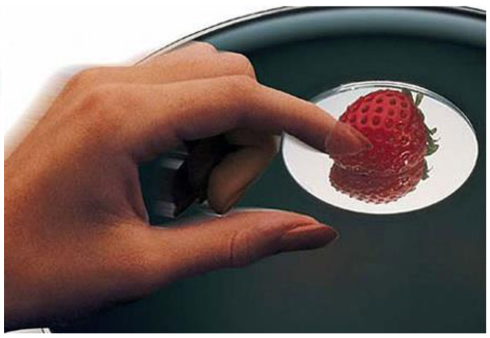
Le ultime due lezioni prima della verifica sommativa sarà l'occasione in cui gli studenti potranno esporre i propri dubbi. Non solo, quando sarà stata data risposta a tutte le domande, si potranno proporre esercizi e problemi da risolvere a gruppi o individualmente, per sedimentare le conoscenze e migliorare le competenze legate al problem solving.
Di seguito presentiamo, a titolo di esempio, alcuni degli esercizi e dei problemi che si proporranno come compiti per casa e durante le lezioni che precedono la verifica sommativa. Naturalmente l'assegnazione di questi ultimi sarà personalizzata per ogni classe, in base al livello di competenze possedute, cosicché il grado di difficoltà del compito sia sempre adeguatamente sfidante, come previsto dal flipped learning.

1. Hai mai avuto la possibilità di usare questo oggetto? https://www.bing.com/videos/search?q=ologramma+rana&&view=detail&mid=685C8DBE1E5617C7FE07685C8DBE1E5617C7FE07&FORM=VRDGAR





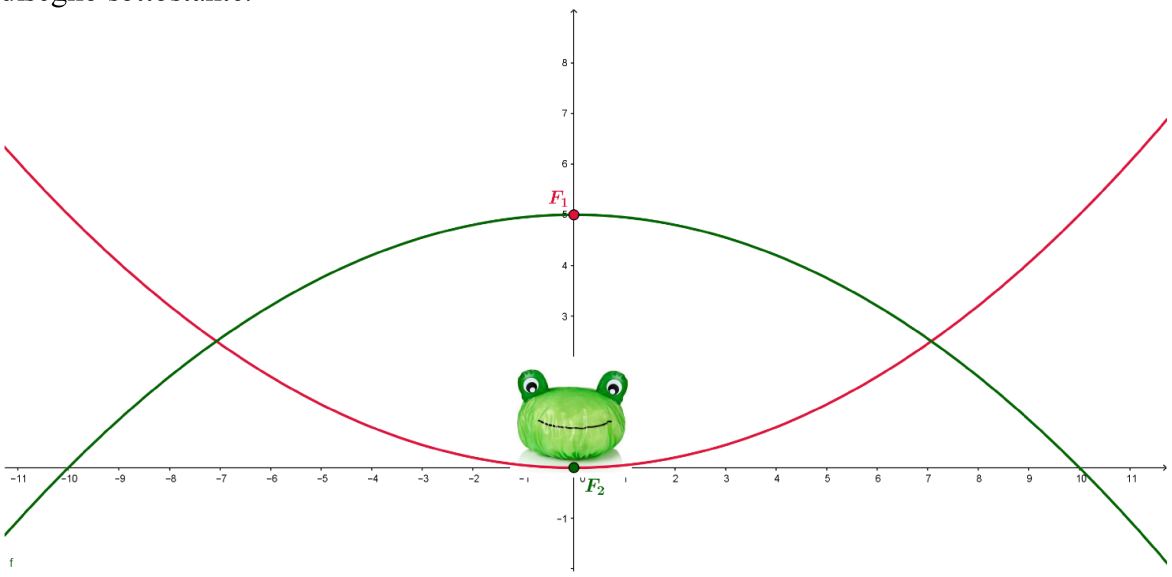




Riportiamo di seguito la descrizione del prodotto.

> *Un fantastico accessorio che permette di realizzare un'illusione ottica davvero convincente!*
> *Con Mirascope potrai letteralmente materializzare la figura di un piccolo oggetto, come un dado, una moneta o una pallina, grazie ad un incredibile gioco di specchi che ingannerà i tuoi amici: a casa, in ufficio, ovunque Mirascope farà impazzire chiunque gli si avvicini!*
> *Il Mirascope 3D produce un'immagine che sembra reale al 100%, ma non tangibile.*

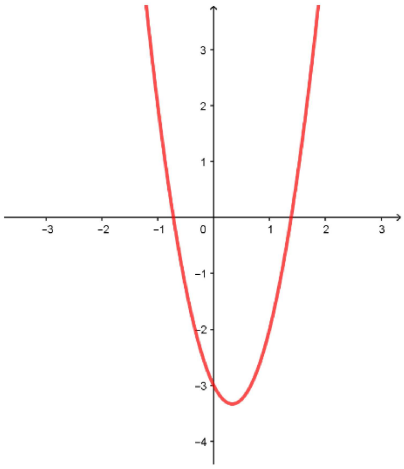
Riusciresti a spiegare da solo il fenomeno ottico in questione? Puoi aiutarti sfruttando il disegno sottostante.



4. Determina l'equazione della parabola avente i seguenti punti di intersezione con gli assi cartesiani: (3,0), (1/2, 0) e (0, 3).[73]

[73] Sebbene la richiesta corrisponda a un classico esercizio di determinazione dell'equazione della parabola passante per tre punti, la traccia può essere considerata quella di un problema (o esercizio anticipato) in quanto gli studenti non conoscono a priori il metodo risolutivo. Essi devono quindi, sfruttando anche conoscenze pregresse, trovare autonomamente le strategie adeguate per giungere alla soluzione. L'osservazione appena proposta vale anche per i problemi n°8 e 14.

5. Quali delle seguenti equazioni corrisponde alla parabola rappresentata nel piano cartesiano? Giustifica la tua risposta.



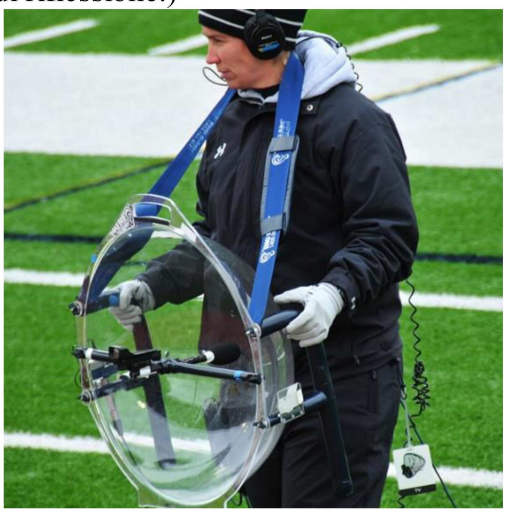
a) $y = -3x^2 + 2x - 3$
b) $y = 3x^2 + 2x + 3$
c) $y = 3x^2 - 2x - 3$
d) $y = -3x^2 + 2x + 3$

2. I fanali delle automobili sono formati da uno specchio parabolico, all'interno del quale è posizionata una lampadina. Il tutto viene sigillato da una protezione in plastica trasparente che protegge i componenti interni dagli agenti atmosferici. La luce emessa dalla lampadina segue un percorso particolare che permette ai fari di emanare due fasci di luce intensi e ben direzionati che illuminano la strada davanti l'automobile. Saresti in grado di spiegare qual è il percorso che segue la luce all'interno del fanale? Motiva le tue ipotesi.



3. Il microfono parabolico è uno strumento che consente di amplificare i suoni proveniente anche da chilometri di distanza. Viene utilizzato in svariate occasioni, ad esempio durante una partita di calcio. Il microfono parabolico è composto di una cupola a forma di paraboloide e di un microfono sorretto da appositi sostegni (come mostrato in figura). Sapresti spiegare come fa il microfono a rilevare tutti i suoni provenienti da così lontano?

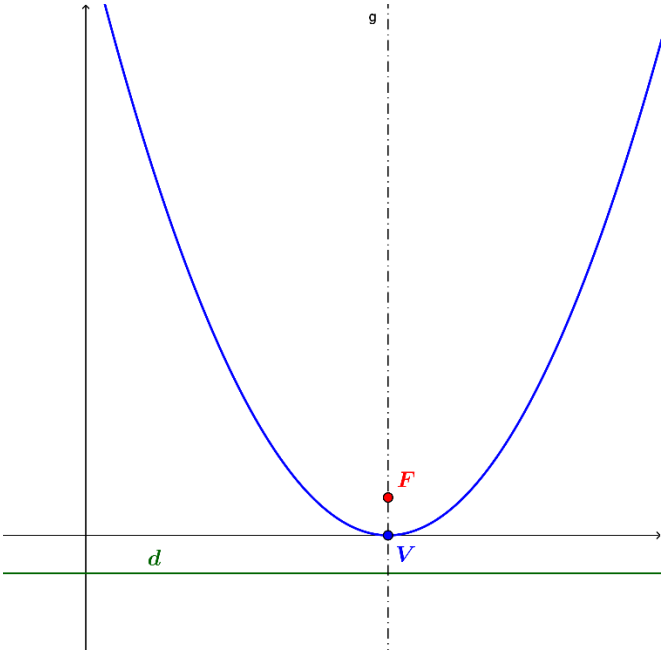
(Osservazione: le onde sonore possono essere approssimate a raggi che seguono le leggi di riflessione.)





6. Tornato dal bagno, sulla lavagna della tua classe, vedi scritto le frasi seguenti:

L'asse di simmetria di una parabola è la retta passante per il fuoco F e perpendicolare alla direttrice d.
Il vertice di una parabola è il punto di intersezione tra la parabola e l'asse di simmetria.
È in atto un'accesa discussione tra due tuoi compagni, Luca sostiene che il Vertice è l'unico punto equidistante da dal fuoco e dalla direttrice, mentre Anna sostiene che non esiste nessun punto che abbia quelle caratteristiche. Tu cosa ne pensi? Chi ha ragione e per quale motivo?
Se puoi non limitarti all'osservazione del disegno, cerca argomentazioni "più matematiche".

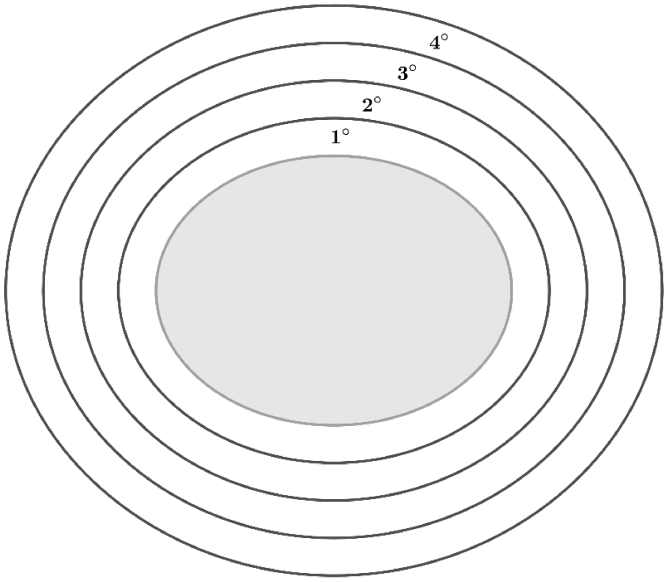


7. Paolo e Chiara stanno visitano l'Arena di Nimes, in Francia. Si tratta di un anfiteatro romano a pianta ellittica lunga 132 m e larga 100 m. Raggiunge un'altezza di 21 metri ed ha una capienza di 13000 posti a sedere in quattro meniani (ossia i diversi settori in cui è diviso orizzontalmente lo spazio destinato agli spettatori), originariamente riservati a diverse classi sociali, come mostrato in figura.





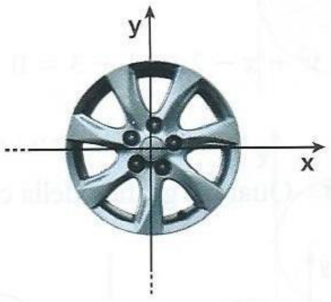
   a. Chiara si chiede quali caratteristiche dovrebbero avere le ellissi che definiscono i quattro meniani, e pensando al caso delle circonferenze concentriche suggerisce l'ipotesi di ellissi con gli stessi fuochi e valore di *a* differente. Paolo però non è convinto. Tu cosa ne pensi? Se credi che l'ipotesi di Chiara sia valida prova ad argomentarla, altrimenti cerca un modo per smentirla.
   b. Determina l'equazione dell'ellisse che definisce i contorni dell'anfiteatro posizionando all'interno di un piano cartesiano con l'asse maggiore sovrapposto all'asse delle x e i fuochi simmetrici rispetto all'origine.



8. Disegna la conica di equazione $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$. Nello stesso piano cartesiano rappresenta le seguenti rette:
   a. $y = -3$
   b. $y = 2x + 1$
   c. $y = -x + 8$

   Sapresti descrivere la posizione di ogni retta rispetto alla conica (secante, tangente o esterna)? Sapresti risolvere il problema dal punto di vista analitico?

9. Scrivi l'equazione del bordo del cerchione nel sistema di riferimento indicato, sapendo che la lunghezza della sua circonferenza è circa 12,66 dm[74].



10. Scrivi l'equazione del luogo geometrico dei punti del piano che hanno distanza 3 dal punto $(2; -4)$.
11. Considera la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$. Determina se le seguenti affermazioni sono vere o false. Giustifica le tue risposte.
    a. se $a = b$, allora il centro si trova sulla bisettrice del primo e terzo quadrante.
    b. se $a < 0$ e $b > 0$, allora il centro appartiene al primo quadrante.
    c. se $a^2 + b^2 - 4c = 0$, allora la circonferenza è costituita da un solo punto.
    d. se $a = 0$, $b = 0$ e $c < 0$, allora la circonferenza ha il centro nell'origine e raggio $\sqrt{-c}$.
12. Determina l'equazione dell'iperbole con fuochi $F_1(0, \sqrt{68})$, $F_2(0, -\sqrt{68})$ e asse trasverso lungo 16.

[74] Il problema è stato preso dal libro di testo Bergamini et al. (2016).

13. Fai almeno tre esempi di iperboli con asintoti di equazione $y = 2x$ e $y = -2x$. Disegnali sullo stesso piano cartesiano dopo aver determinato vertici e fuochi.
14. Stabilisci per quali valori del parametro k l'equazione $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{k-3} = -1$ rappresenta:
    a. un'iperbole;
    b. un'iperbole con un vertice nel punto $B_1(0; 4)$;
    c. un'iperbole con un vertice nel punto $A_1(4; 0)$.

5.3. Descrizione del progetto e del campione

La sperimentazione oggetto di questa tesi, in cui è stata proposta l'unità di apprendimento appena descritta, è stata attuata all'interno di 15 classi terze e quarte in diverse scuole secondarie di secondo grado di Ferrara e provincia. L'attuazione è avvenuta sotto forma di progetto, appartenente al ventaglio di proposte del Piano Lauree Scientifiche dell'a.s. 2017/18, dal titolo *Flipped Math! Alla scoperta delle sezioni coniche*, sebbene già a fine a.s. 2016/17 si sia svolta una sperimentazione pilota del progetto su una classe terza del Liceo sociale G. Carducci, composta da 17 studenti, necessaria per rifinire l'unità di apprendimento, le modalità di approccio didattico e gli strumenti di indagine. Tale classe non è stata considerata all'interno del nostro campione sperimentale.
Al fine di avere un campione eterogeneo e rappresentativo della realtà scolastica, si è cercato di coinvolgere nel progetto istituti superiori di diverse tipologie e indirizzi, che forniscono differenti livelli di preparazione in matematica, con studenti tendenzialmente più o meno inclini allo studio delle materie scientifiche. Gli alunni coinvolti sono ripartiti per istituti nella seguente modalità (come mostrato in Tabella 4):

- 50 appartenenti al Liceo scientifico A. Roiti, suddivisi in due classi terze composte da 24 e 26 studenti;
- 125 appartenenti al Liceo classico L. Ariosto, suddivisi in due classi terze composte da 24 e 26 studenti e tre classi quarte composte da 24, 25 e 26 studenti;
- 48 appartenenti al Liceo artistico Dosso Dossi, suddivisi in due classi terze composte da 24 e 24 studenti;
- 86 appartenenti all' I.I.S. V. Bachelet, suddivisi in quattro classi terze composte da 22, 21, 17, 19 studenti;
- 19 appartenenti all'I.I.S. L. Einaudi, iscritti a una classe terza;
- 28 appartenenti al Liceo scientifico di Bondeno, iscritti a una classe terza.

Istituto di appartenenza	n° iscritti	percentuale (%)
Liceo scientifico A. Roiti	50	14
Liceo classico L. Ariosto	125	35
Liceo artistico Dosso Dossi	48	13,6
I.I.S. V. Bachelet	86	24,2
I.I.S. L. Einaudi	19	5,3
Liceo scientifico di Bondeno	28	7,9
Tot.	356	100

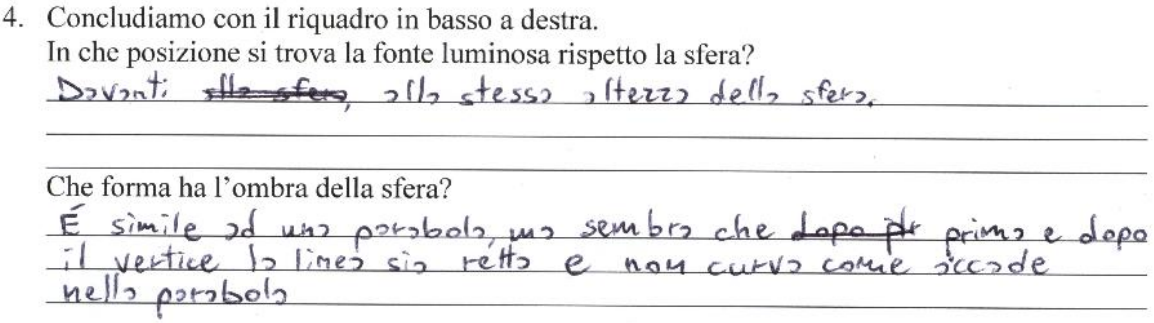
Tabella 4 Numero e percentuale di iscritti a ogni istituto all'interno del campione che ha partecipato al progetto

5.4. Esperienza in classe

Dopo aver presentato il campione di studenti che ha partecipato al progetto *Flipped Math!* proponiamo nel presente paragrafo un resoconto dell'esperienza, mettendo in particolare rilievo la risposta delle diverse classi all'unità di apprendimento, ciò che riteniamo sia andato bene e ciò che invece avremmo voluto fosse andato diversamente.
Per fare ciò ripercorreremo l'intero laboratorio, argomento per argomento, per poi trarre alcune conclusioni complessive basandoci sulla nostra personale esperienza e sulle osservazioni svolte durante lo svolgimento del progetto.

5.4.1. Introduzione

L'attività di scoperta sulle coniche come ombra di una sfera si è rivelata decisamente fruttuosa, anche al fine di comprendere le conoscenze pregresse degli studenti sull'argomento. Ciò che è emerso è una conoscenza di tre delle sezioni coniche, la circonferenza, l'ellisse e la parabola, anche se a volte le prime due sono state chiamate usando terminologie imprecise, ma presenti nel gergo comune, come cerchio, tondo od ovale. L'iperbole invece non sembra fosse nota a nessuno, gli alunni si sono riferiti ad essa come "parabola schiacciata" o "triangolo senza base", affibbiandole un nome che ne descrive la forma (Figura 29). Tali osservazioni iniziali sono state utili al momento dell'introduzione del concetto di asintoto e della sua influenza sul grafico.


4. Concludiamo con il riquadro in basso a destra.
In che posizione si trova la fonte luminosa rispetto la sfera?
Davanti ~~alla sfera~~, alla stessa altezza della sfera.

Che forma ha l'ombra della sfera?
É simile ad una parabola, ma sembra che ~~dopo~~ prima e dopo il vertice la linea sia retta e non curva come accade nella parabola

Figura 29 Porzione della scheda *L'ombra di una sfera*, completata da uno studente di liceo classico L. Ariosto

L'obiettivo della lezione è stato quello di far individuare agli alunni, tramite un'attività di scoperta, le diverse coniche viste come sezioni della superficie conica a due falde. L'attività è stata accolta da tutte le classi con grande entusiasmo, anche se in alcune di esse si è reso necessario introdurre il concetto di sezione; in un'ipotetica versione migliorata dell'unità di apprendimento questo potrebbe essere inserito tra i prerequisiti che gli studenti devono acquisire a casa prima della lezione. Durante lo svolgimento dell'attività sono emerse diverse strategie per soddisfare la richiesta: c'è stato chi ha costruito coni di carta e gli ha tagliati con le forbici, simulando varie inclinazioni del piano (come in Figura 30), chi ha disegnato raffigurazioni in tre dimensioni, e chi ha sfruttato alcuni ragionamenti sulle caratteristiche delle singole coniche (curva aperta o chiusa, ramo singolo o doppio, ecc.) usando rappresentazioni in due dimensioni. Spesso gli alunni sono riusciti a determinare anche le coniche degeneri, in alcuni casi queste sono state considerate più facili da ricavare perché conseguenza di riflessioni su casi particolari, più semplici da immaginare.

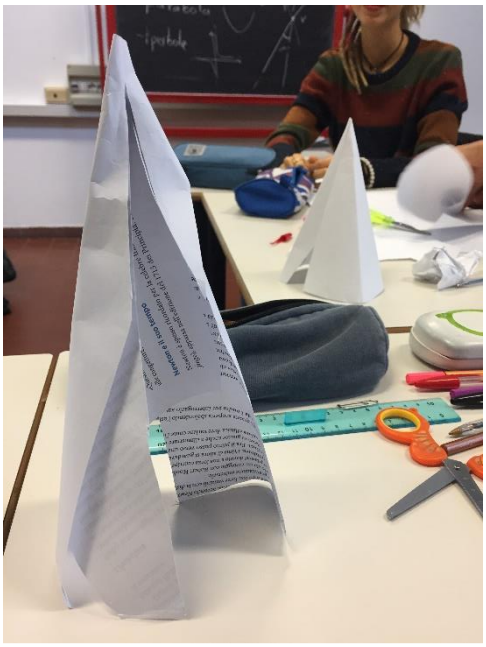


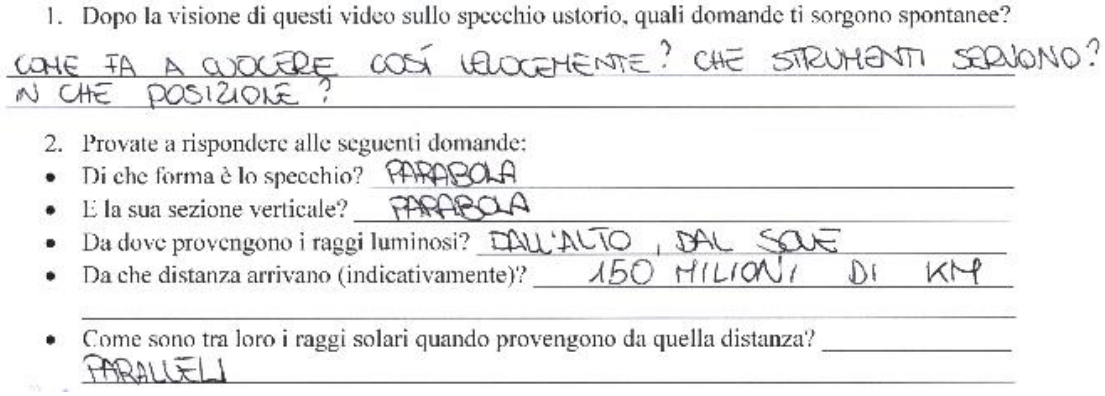
Figura 30 Cono di carta sezionato usato come supporto visivo per la risoluzione della scheda *Le sezioni coniche* da uno studente del liceo classico

Il debriefing si è svolto con il contributo di tutti, infatti se una certa conica che non era stata determinata da una coppia di studenti era stata identificata da un'altra. L'utilizzo del software GeoGebra si è rivelato essere un valore aggiunto: non solo ha supportato gli alunni che dichiaravano di non riuscire ad immaginare la situazione in tre dimensioni, ma ha attirato l'attenzione di tutti.
Complessivamente l'attività sembra essere stata apprezzata dalle classi, nelle quali non si sono evidenziate differenze in dipendenza della tipologia di scuola di appartenenza.

5.4.2. Parabola

Per introdurre il concetto di parabola è stato usato lo stimolo dello specchio ustorio, facendo guardare a casa un video sulla cucina solare, sul quale hanno dovuto preparare anche alcune domande. Emerge qui uno dei problemi più importanti, che ha caratterizzato l'intero percorso (per questo non verrà ribadito nel seguito): il mancato svolgimento dei compiti da parte di alcuni elementi della classe. Questo aspetto, avvertito in modo decisamente più importante negli istituti tecnici e professionali rispetto ai licei, non è certo una novità nel mondo della scuola, ma quando si lavora in modalità flipped ciò può avere un'influenza maggiore, rischiando di escludere dalla lezione coloro che non si sono preparati. Questa è la ragione per cui il framework concettuale iniziale ha assunto tanta rilevanza, perché non solo ha permesso di controllare il lavoro effettuato fuori dall'aula, ma ha reso possibile anche recuperare chi non lo ha svolto (Cecchinato e Papa, 2016a).
La richiesta di pensare ad alcune domande sul filmato visionato, seppur potesse sembrare un compito semplice, non lo è stato; probabilmente perché questo genere di attività raramente è proposta agli studenti, nonostante la sua valenza formativa per il pensiero critico.
Le domande che sono emerse con maggior frequenza sono state: "di che materiale è lo strumento", "perché cucina il cibo più velocemente?", "influisce la sua posizione rispetto al sole?", "come funziona?". Data risposta ai primi tre quesiti, il quarto è stato lasciato come consegna per l'attività in classe.
Le domande guida si sono rivelate indispensabili per modellizzare il problema, anche se non semplici da soddisfare. Innanzitutto la determinazione della forma dello specchio ustorio è stata tutt'altro che facile: nei casi migliori paragonato ad antenne paraboliche o parti di sfera,

in quelle peggiori addirittura a figure piane, come la circonferenza o la parabola, evidenziando la poca confidenza degli studenti nel distinguere superfici in due o tre dimensioni.
La determinazione della sezione verticale è risultata essere più semplice, riferita ad una semicirconferenza o a una parabola (Figura 31). Un fatto curioso è che a volte chi ha identificato lo specchio ustorio con una semisfera ha visto nella sua sezione verticale una parabola, mettendo ancora in evidenza la poca familiarità degli alunni con il concetto di sezione.


1. Dopo la visione di questi video sullo specchio ustorio, quali domande ti sorgono spontanee?

COME FA A CUOCERE COSÍ VELOCEMENTE? CHE STRUMENTI SERVONO? IN CHE POSIZIONE?

2. Provate a rispondere alle seguenti domande:
- Di che forma è lo specchio? PARABOLA
- E la sua sezione verticale? PARABOLA
- Da dove provengono i raggi luminosi? DALL'ALTO, DAL SOLE
- Da che distanza arrivano (indicativamente)? 150 MILIONI DI KM
- Come sono tra loro i raggi solari quando provengono da quella distanza? PARALLELI

Figura 31 Porzione della scheda *Lo specchio ustorio*, completata da un gruppo dell'istituto tecnico V. Bachelet

Infine, per la spiegazione del fenomeno, sono principalmente due le ipotesi che i gruppi hanno proposto: una che vede lo specchio come incalanatore di raggi luminosi restituiti sotto forma di calore in modo uniforme, come un particolare forno (Figura 32), un'altra che sfrutta la legge di riflessione studiata a casa e ridiscussa a inizio lezione (Figura 33), anche se non sempre applicata nel modo corretto (Figura 34). Ogni gruppo si è impegnato nel tentativo di dare risposta alla domanda assegnata, sfruttando conoscenze pregresse più o meno specifiche del campo scientifico.
Il debriefing è consistito nella discussione tra i vari gruppi sulle diverse ipotesi proposte, terminata quando chi aveva sfruttato la legge di riflessione correttamente riusciva a convincere gli altri della validità della sua spiegazione.

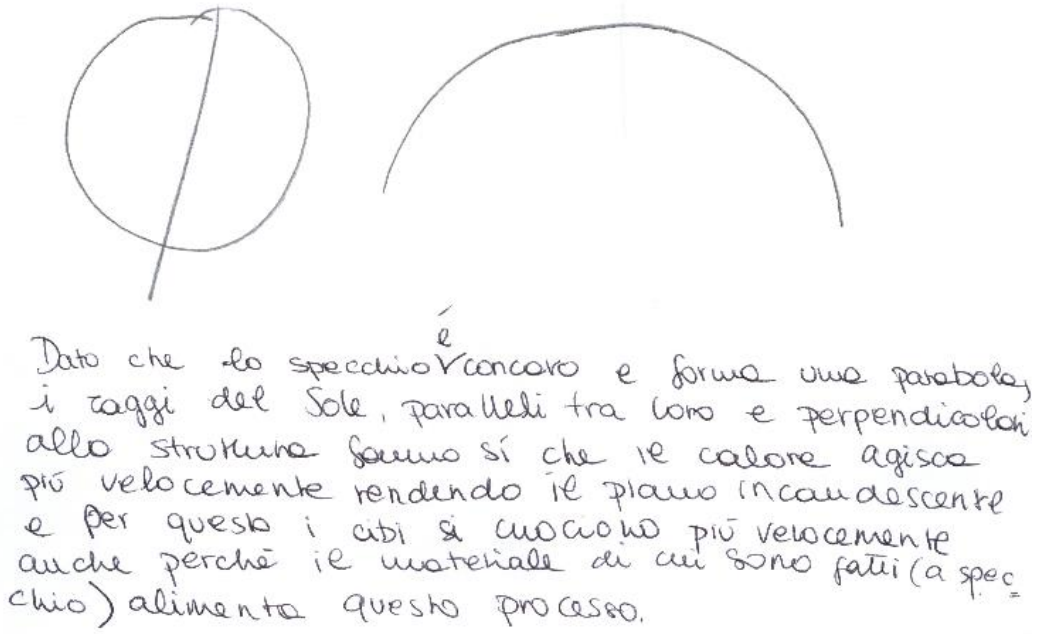

Dato che lo specchio è concavo e forma una parabola, i raggi del Sole, paralleli tra loro e perpendicolari allo struttura fanno sì che il calore agisca più velocemente rendendo il piano incandescente e per questo i cibi si cuociono più velocemente anche perchè il materiale di cui sono fatti (a specchio) alimenta questo processo.

Figura 32 Porzione della scheda *Lo specchio ustorio*, completata da un gruppo del liceo classico L. Ariosto

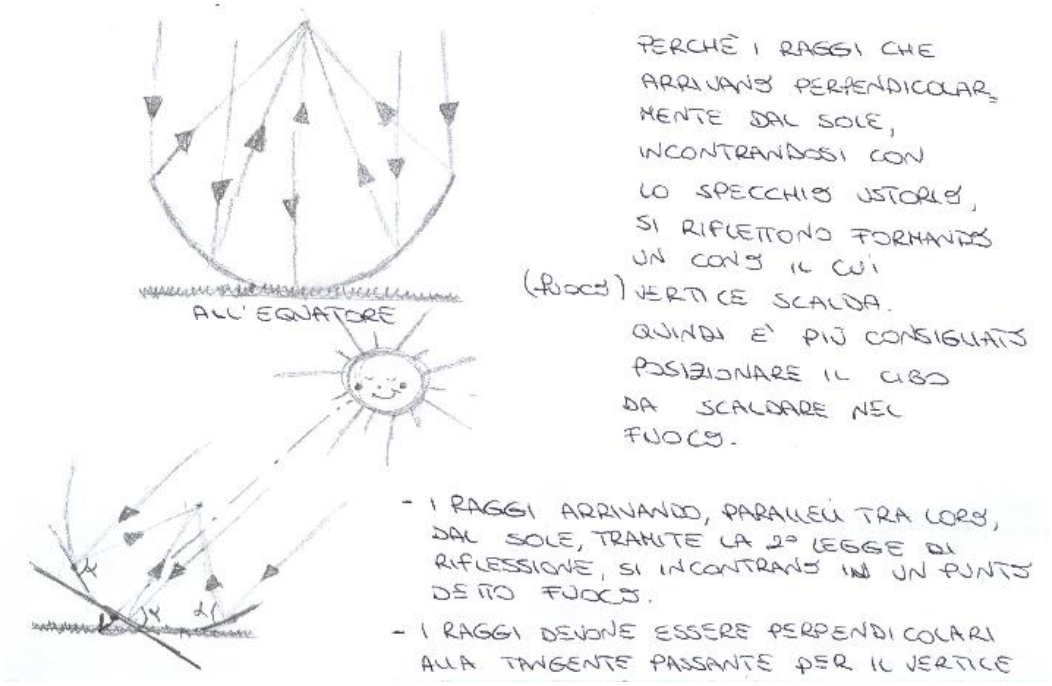


Figura 33 Porzione della scheda *Lo specchio ustorio*, completata da un gruppo del liceo scientifico A. Roiti

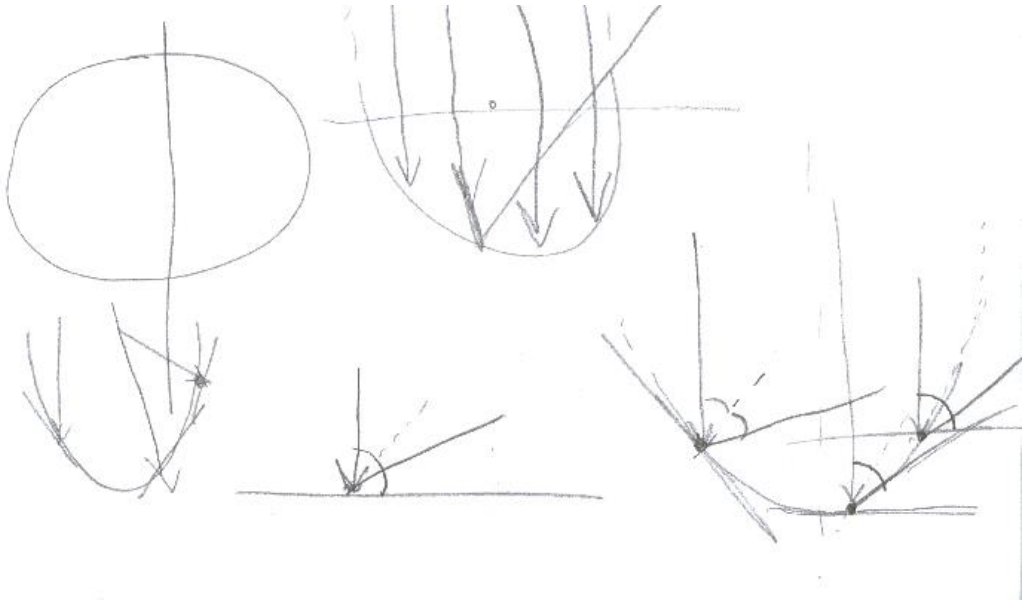


Figura 34 Porzione della scheda *Lo specchio ustorio*, completata da un gruppo dell'istituto tecnico V. Bachelet

Il filmato usato per introdurre la definizione di parabola come luogo geometrico sembra essere stato molto apprezzato, ritenuto utile per comprendere davvero il suo significato. Da essa si è scelto di far ricavare l'equazione della parabola, dato fuoco e direttrice, solo alle classi appartenenti ai licei, in particolare la successiva generalizzazione è stata proposta esclusivamente a quelli scientifici. Mentre questi ultimi sono stati piuttosto autonomi nello svolgimento dell'attività, salvo alcuni errori di distrazione o di calcolo che sono stati corretti tempestivamente grazie alla libertà che il docente ha acquisito con il nuovo ruolo, quelli che non hanno matematica come materia caratterizzante hanno avuto bisogno di un maggior sostegno e indirizzamento per procedere fino al completamento. Il debriefing è stato un momento per sedimentare i risultati ottenuti e riflettere in particolare sul processo di generalizzazione.

Negli istituti tecnici e professionali si è invece preferito proporre la versione semplificata, che i frequentanti del liceo hanno svolto a casa. I gruppi hanno completato con partecipazione attiva il compito, dimostrando impegno e reale interesse nel tentare di comprendere il legame tra i coefficienti dell'equazione della parabola e il suo grafico, basandosi sull'osservazione della figura in GeoGebra. Gli studenti hanno fatto richieste mirate sulla variazione degli slider per completare la scheda.
Il fatto curioso che vogliamo evidenziare, probabilmente dipeso dalle modalità con cui abbiamo utilizzato il software, è che da molte risposte emerge una dinamicità legata alla variazione dei parametri. Ad esempio, come mostrato in Figura 35, gli alunni si esprimono scrivendo espressioni del tipo "si apre verso il basso" oppure "va su e giù". Tutto ciò è stato spunto per attuare ulteriori riflessioni durante il momento della chiusura della sfida.

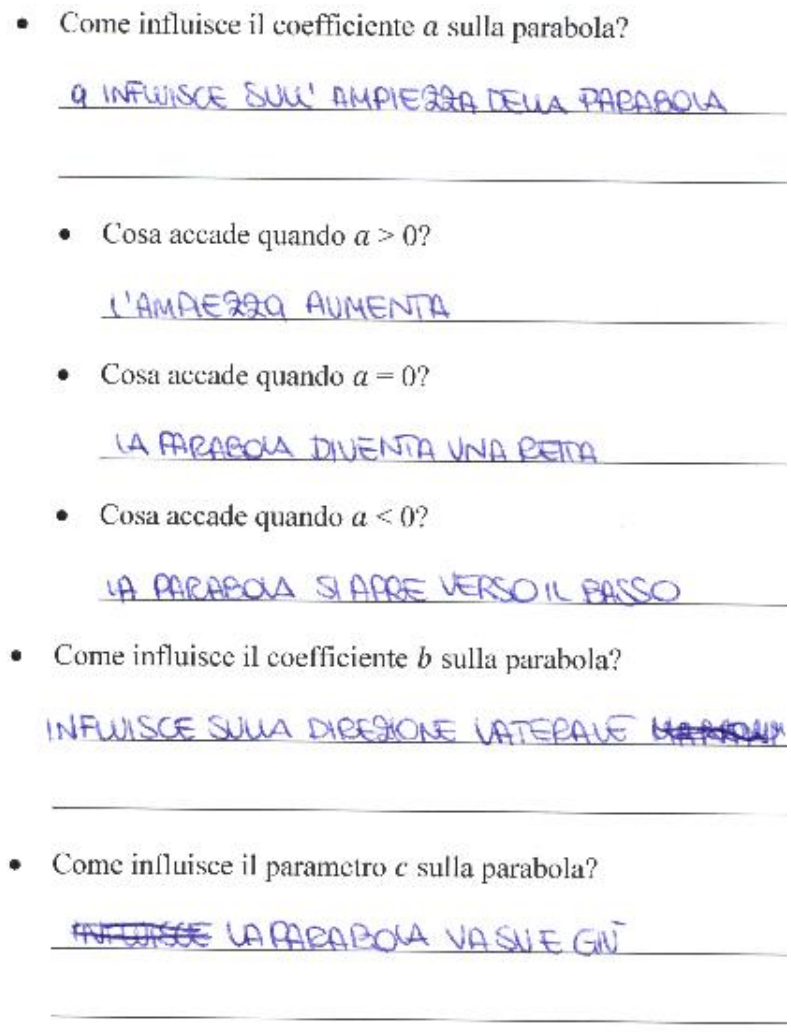


Figura 35 Porzione della scheda *Coefficienti dell'equazione della parabola*, completata da un gruppo dell'istituto tecnico V. Bachelet

Si è optato per una distinzione per classi anche per la lezione successiva, mantenendo l'obiettivo comune di giungere alla rappresentazione grafica della parabola. La versione originale è stata proposta esclusivamente ai licei scientifici (Figura 36), dai quali non è stata molto apprezzata: percepita come eccessivamente macchinosa e poco stimolante ha portato in alcuni casi anche difficoltà di comprensione. Pensiamo dunque che, per un'ipotetica versione migliorata del percorso didattico, possa essere più proficuo designare a tutte le tipologie di scuola la variante semplificata, naturalmente con diversi livelli di approfondimento.

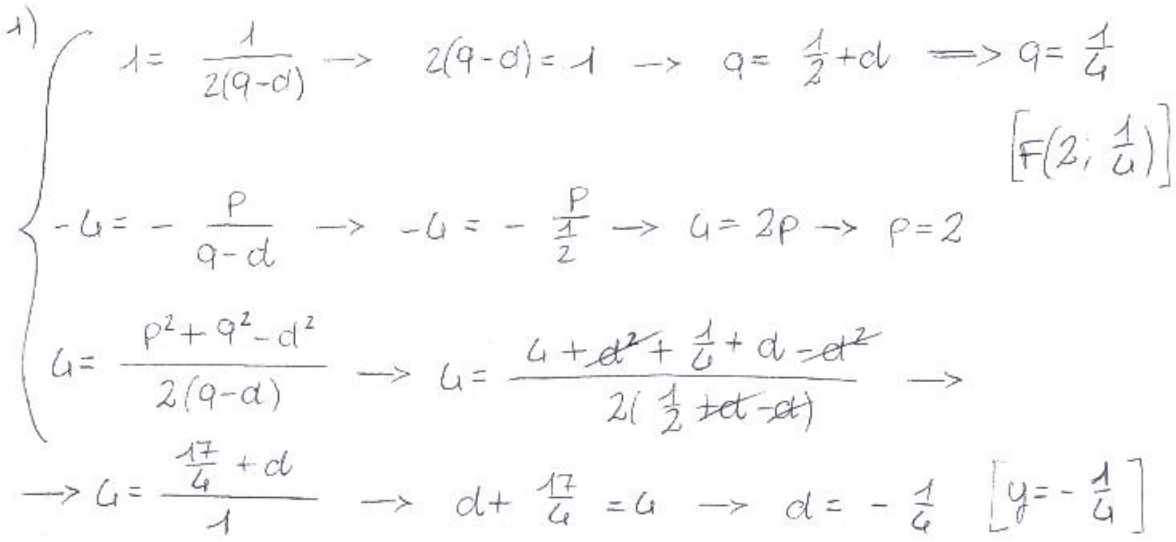


Figura 36 Porzione della scheda *Fuoco e direttrice*, completata da un gruppo del liceo scientifico di Bondeno

Vediamo dunque nel seguito come si è svolta l'attività nelle classi in cui la matematica non è materia caratterizzante.
Come già detto nella presentazione dell'unità di apprendimento, è stata anticipata la lezione riguardo l'intersezione della conica con gli assi cartesiani e il suo segno. La richiesta di determinare le intersezioni con gli assi è stato un buon modo per ripassare le equazioni di secondo grado e ribadirne (o introdurne) il suo significato grafico. Il compito è stato svolto da tutti i gruppi con successo, più complessa invece la richiesta di determinarne il segno (Figura 37).

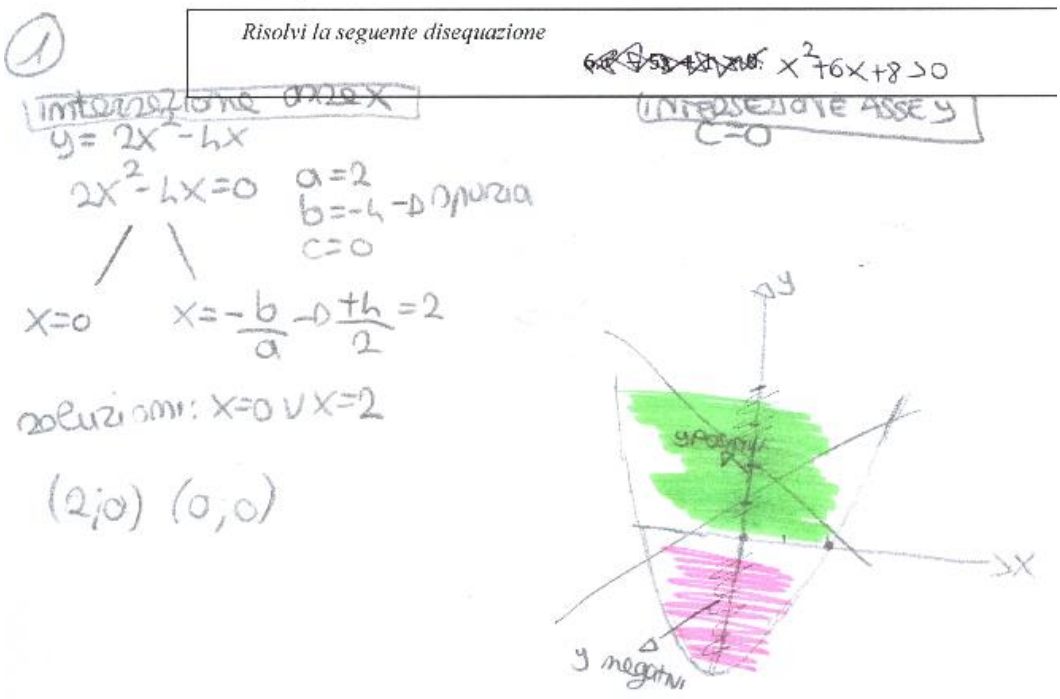


Figura 37 Porzione della scheda *Intersezione e segno di una parabola*, completata da un gruppo del liceo classico L. Ariosto

L'intervento del docente all'interno di ogni gruppo è stato fondamentale, e la possibilità di personalizzare i consigli per farli procedere nella risoluzione si è rivelato essere particolarmente fruttuoso per via delle difficoltà di tipo differente che sono state incontrate.

Conseguentemente anche la risoluzione di disequazioni di secondo grado ha richiesto il dispendio di molte energie, si sono dovute prevedere numerose attività di consolidamento affinché gli studenti acquisissero l'abilità richiesta. Vogliamo specificare infine che nelle classi in cui l'argomento delle disequazioni di secondo grado era già stato affrontato (licei scientifici e istituti tecnici), svincolato dal concetto di parabola, il metodo grafico da noi proposto è risultato essere poco incisivo. Gli studenti, liberi di approcciarsi ai compiti nelle modalità che ritenevano più opportune, hanno quasi sempre prediletto l'algoritmo meccanico appreso nei mesi precedenti. Sembra che la memorizzazione di regole, spesso percepite come "cadute dal cielo", sia da loro preferibile rispetto al ragionamento e all'utilizzo delle conoscenze pregresse, probabilmente specchio dell'approccio alla matematica a cui sono stati abituati e di cui fanno fatica a liberarsi.
La lezione appena descritta è stata anticipata rispetto a quella sulla rappresentazione della conica, proprio perché saper disegnare "lo schizzo di una parabola" è requisito indispensabile per affrontarla. La prima consegna, che chiedeva appunto di raffigurare graficamente una data parabola conoscendone solo l'equazione, aveva lo scopo di far percepire ai gruppi la necessità di conoscere altre informazioni sulla conica studiata oltre alle intersezioni con gli assi e alla concavità, e così è stato. Alcuni gruppi si sono resi conto che il proprio disegno sembrava essere "storto" (mancanza dell'asse di simmetria), altri si sono chiesti a che quota posizionare il punto più alto/basso (mancanza del vertice) o addirittura hanno sentito la necessità di conoscere fuoco e direttrice, per poter utilizzare il parabolografo che il filmato iniziale gli aveva insegnato a costruire (Figura 38).

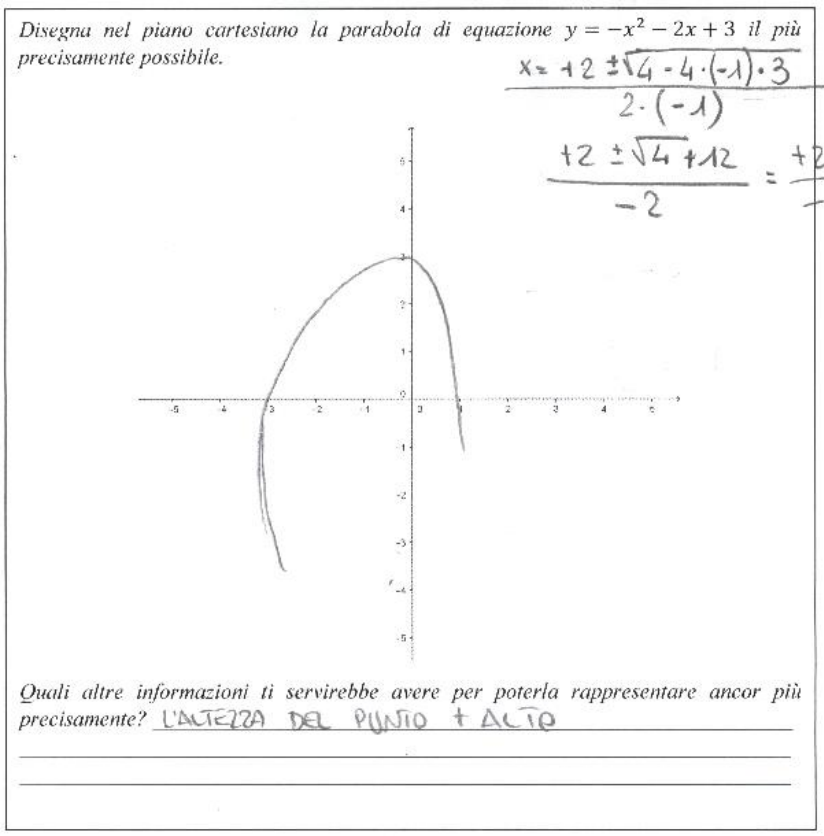


Figura 38 Porzione della scheda *Disegno di una parabola*, completata da un gruppo del istituto tecnico Bachelet

Durante il debriefing, dopo aver confrontato le varie informazioni che servivano ai singoli gruppi per rappresentare la curva con maggior precisione, si è discusso in una lezione dialogata delle formule di direttrice, fuoco, vertice e asse di simmetria. Questo ha permesso di completare la richiesta fulcro della lezione con maggior accuratezza.

5.4.3. Ellisse

Per introdurre l'ellisse è stato usato lo stimolo del fenomeno acustico caratteristico del Portico del Podestà a Bologna, da molti già conosciuto e provato. Questo ha aumentato il coinvolgimento degli studenti, che hanno potuto raccontare la propria esperienza desiderando di comprenderla più nel dettaglio. Come già anticipato nel capitolo precedente questo stimolo ha avuto il solo obiettivo di rendere il fenomeno più interessante agli occhi degli studenti, per spingerli a studiarlo nel caso particolare della chiesa di S. Andrea al Quirinale.

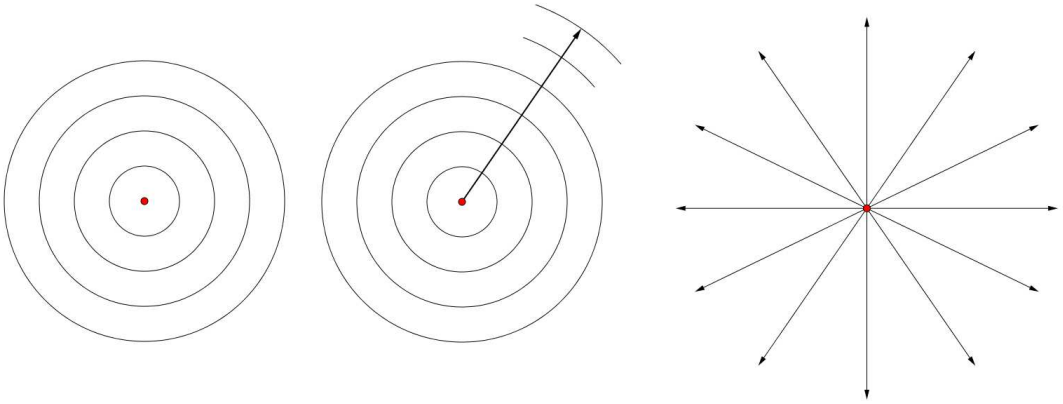


Figura 39 Rappresentazione grafica della propagazione del suono

Anche in tale circostanza le domande guida sono state un aiuto fondamentale per la modellizzazione del problema, soprattutto per richiamare i contenuti studiati a casa sulla propagazione del suono. In esso veniva mostrato come i fronti d'onda del suono, raffigurati da circonferenze concentriche quando la sua origine è puntiforme, si allontanano da quest'ultima creando una rappresentazione grafica formata da frecce disposte a raggiera (Figura 39), specificando che tali frecce seguono le leggi di riflessione già note. Nonostante il framework concettuale iniziale, questo aspetto non è stato compreso appieno, infatti le due ipotesi più ricorrenti, riportate in Figura 40 e Figura 41, dipendono proprio da ciò. Alcuni studenti hanno continuato a raffigurare la propagazione delle onde sonore mediante circonferenze concentriche, senza riuscire a trovare una soluzione; è stato qui indispensabile l'intervento del docente, differente in ogni singolo gruppo, per permettere il proseguimento dell'attività.

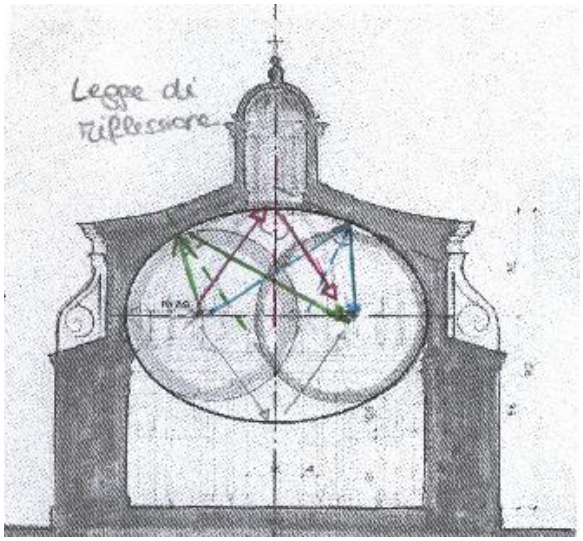


Figura 40 Porzione della scheda *La chiesa di S. Andrea*, completata da un gruppo del liceo classico L. Ariosto

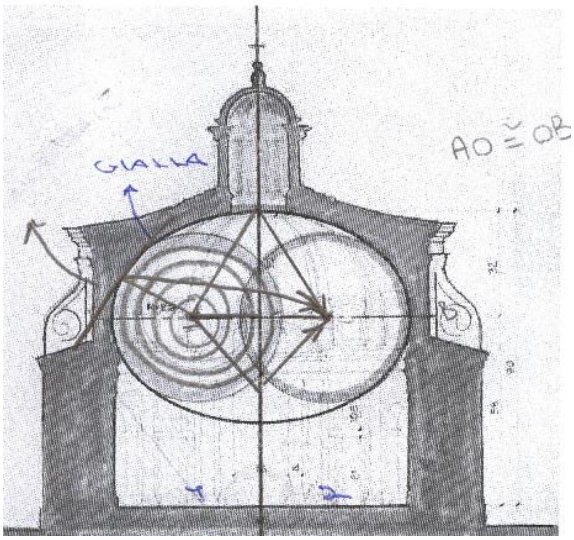


Figura 41 Porzione della scheda *La chiesa di S. Andrea*, completata da un gruppo del liceo classico L. Ariosto

Un'osservazione, che si è rivelata essere ricorrente all'interno delle diverse classi, è legata alla possibilità di posizionare i due interlocutori non necessariamente sui fuochi dell'ellisse, ma semplicemente simmetrici rispetto al suo centro. Queste congetture, che ci sono sembrate indice di senso critico oltre che di reale interesse, sono dipese dalla rappresentazione della sezione verticale fornita ai gruppi, che essendo uno schizzo del progetto della chiesa conteneva anche il suo asse di simmetria (evidenziato in giallo in Figura 42). Per comodità gli alunni hanno utilizzato l'intersezione dell'ellisse di sezione con l'asse come punto di incidenza del "raggio di voce" uscente dal soggetto parlante. Questo ha permesso loro di osservare che, spostando i due interlocutori in modo da mantenere la medesima distanza dal centro, il "raggio di voce" considerato poteva arrivare in ogni caso a chi ascolta. Così facendo non sono stati presi in considerazione tutti gli altri "raggi di voce", che naturalmente sarebbero stati riflessi in differenti direzioni, non potendo realizzare il fenomeno studiato.
Questo tipo di osservazione, nato spontaneamente dagli alunni, ci è sembrato un buon elemento di riflessione da proporre durante il debriefing, che mediante l'intervento di tutti, sotto la guida consapevole del docente, ha permesso di farli giungere ad una comprensione più profonda.
Il filmato usato per introdurre la definizione di ellisse come luogo geometrico ci è stato molto utile per testare l'autonomia degli studenti nel approcciarsi al concetto di luogo geometrico, avendolo già trattato in modo simile con la parabola. In una discussione collettiva gli alunni sono riusciti a ricavare tale definizione, correggendosi le imprecisioni a vicenda e suggerendosi termini specifici e simbologie appropriate.

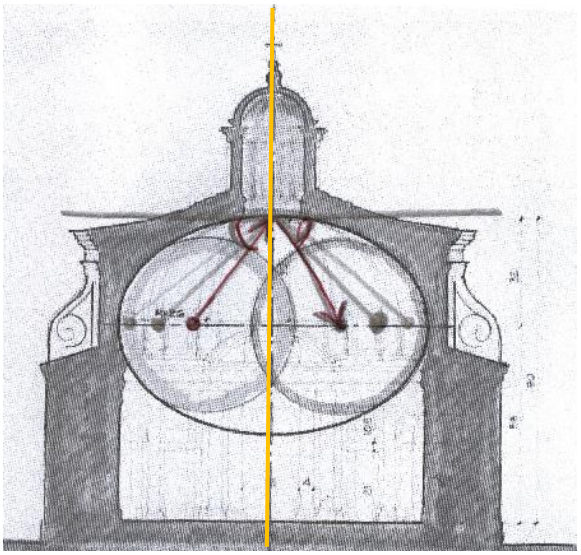


Figura 42 Porzione della scheda *La chiesa di S. Andrea*, completata da un gruppo del liceo artistico Dosso Dossi

In seguito le classi hanno impostato il problema che gli avrebbe permesso di ricavare l'equazione della curva, senza procedere con i passaggi successivi, come già detto nel paragrafo precedente; il procedimento gli è stato solo illustrato rapidamente, con l'obiettivo di giungere all'equazione e proporre attività di approfondimento sui suoi coefficienti.
Poiché la richiesta si riconduceva alla risoluzione di sistemi di secondo grado di due equazioni in due incognite, non si sono evidenziati problemi nei licei scientifici, salvo alcuni errori di distrazione o di calcolo, avendo questi ultimi una certa familiarità con tali strumenti matematici. Diverso è stato per gli altri tipi di licei e istituti, che hanno avuto bisogno del sostegno dell'insegnante in tutte le fasi: l'impostazione del sistema, la sua risoluzione, l'interpretazione dei risultati ottenuti e la conseguente determinazione dei vertici (Figura 43).

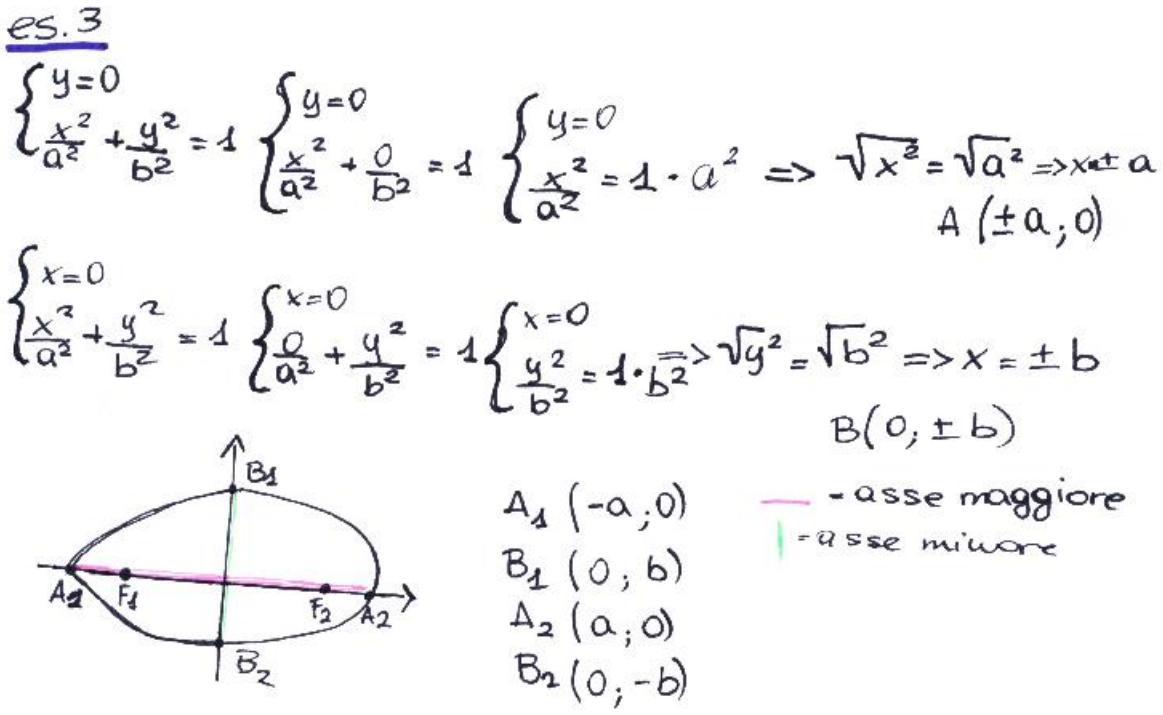


Figura 43 Porzione della scheda *Equazione di un'ellisse*, completata da un gruppo del liceo classico L. Ariosto

In alcuni casi abbiamo preferito proporre una traccia semplificata, limitandola ad un esempio particolare ed eliminando così la difficoltà dei parametri, per poi svolgere la generalizzazione mediante una lezione dialogata.
Questa situazione ha messo in evidenza un altro dei problemi ricorrenti più sentiti, non solo nella sperimentazione ma nella pratica didattica quotidiana in matematica: la mancanza dei prerequisiti. In matematica, forse più che in altre materie, la presenza di lacune influenza fortemente la possibilità di costruire conoscenza e di comprendere appieno i nuovi concetti, e l'accumularsi di tali situazioni rende difficile il recupero. Pensiamo sia per questo che il materiale personalizzato inviato ai singoli e le ore dedicate al ripasso dei prerequisiti non siano stati sufficienti per tutti, impedendo di far partire l'intera classe da un livello sufficiente per affrontare l'unità di apprendimento senza difficoltà.
Il percorso sull'ellisse è stato terminato con la somministrazione del problema della sua rappresentazione grafica data l'equazione. Nuovamente, ciò non si è rivelato essere difficile per gli studenti di liceo scientifico, che lo hanno risolto quasi come un semplice esercizio, ma si è dimostrato essere una sfida complessa per gli altri tipi di liceo e soprattutto per gli istituti, che sono riusciti comunque a portare a termine la richiesta con una certa autonomia o con un supporto del docente limitato e puntuale. In quasi tutte le classi la tendenza è stata quella di affrontare il problema in due modalità differenti: impostare nuovamente il sistema di secondo grado, ripercorrendo i passaggi svolti nel punto precedente della scheda, oppure sfruttare le conoscenze acquisite sul significato grafico di *a* e *b* per posizionare direttamente i vertici sugli assi e dedurre la locazione dei fuochi. Abbiamo lasciato gli studenti liberi di scegliere l'approccio che preferivano, assicurandoci però durante il debriefing che fossero entrambi chiari.

5.4.1. Circonferenza

Per introdurre la circonferenza è stato usato lo stimolo del colonnato della Piazza di S. Pietro a Roma, mostrando il video del curioso fenomeno ottico e facendo svolgere una piccola ricerca sull'architettura della piazza e del colonnato. Il fenomeno ha interessato a tal punto gli alunni che in alcune classi la discussione collettiva è cominciata spontaneamente; tutti hanno voluto proporre la propria ipotesi, confrontandosi con senso critico insieme ai

compagni, giungendo alla soluzione del problema ancor prima che le schede fossero state consegnate ai gruppi. Il ragionamento che generalmente è stato seguito, più o meno linearmente e a volte indirizzato da domande stimolo del docente, è il seguente: le colonne "si nascondono una dietro l'altra" rispetto al centro del colonnato, sono quindi disposte a raggiera, inoltre le colonne appartenenti alla stessa fila sono tutte equidistanti dal punto di osservazione, e dunque non è possibile che si tratti di un fenomeno ottico dell'ellisse considerando la sua definizione di luogo geometrico, ma piuttosto della circonferenza che approssima la parte di piazza considerata (un esempio in Figura 44).

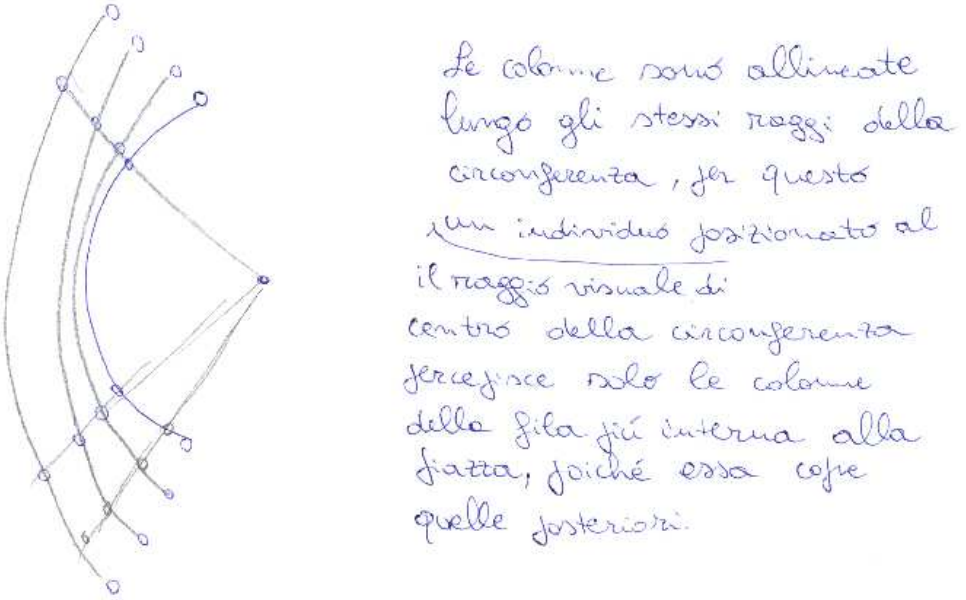


Figura 44 Porzione della scheda *La piazza di S. Pietro*, completata da un gruppo del liceo classico L. Ariosto

A questo punto la definizione di circonferenza come luogo geometrico è stata ricavata senza alcuna difficoltà, a volte lasciata da determinare come compito per casa quando il problema della piazza di S. Pietro terminava allo scadere dell'ora.
Da essa è stata fatta ricavare l'equazione della conica (prima con un esempio particolare e poi in generale) a tutte le classi, considerando la maggior semplicità delle procedure rispetto alle altre due curve affrontate. Come accaduto in precedenza, la maggior familiarità degli allievi di liceo scientifico con i processi dimostrativi gli ha permesso di soddisfare la richiesta senza incontrare ostacoli rilevanti, gli altri tipi di liceo, e soprattutto gli istituti, hanno avuto un maggior bisogno di sostegno da parte dell'insegnante, sia nell'impostazione del problema che nella risoluzione dell'equazione (Figura 45).

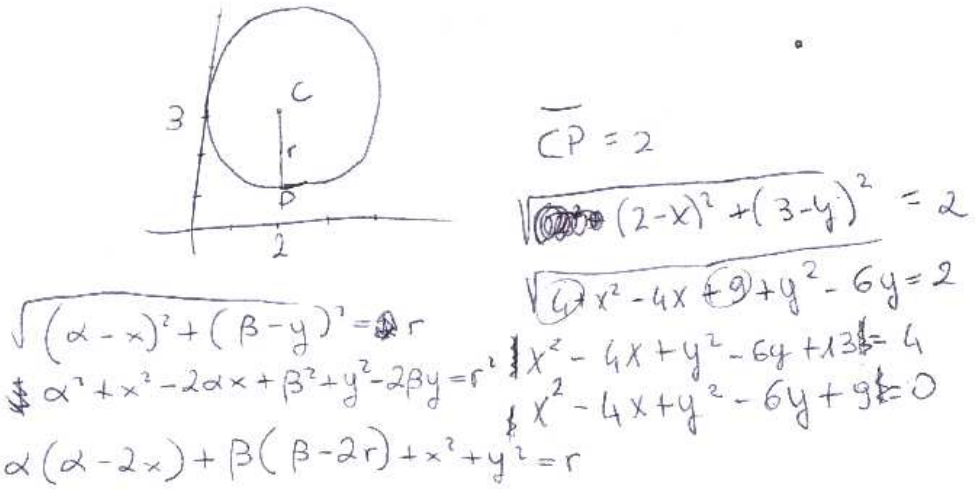
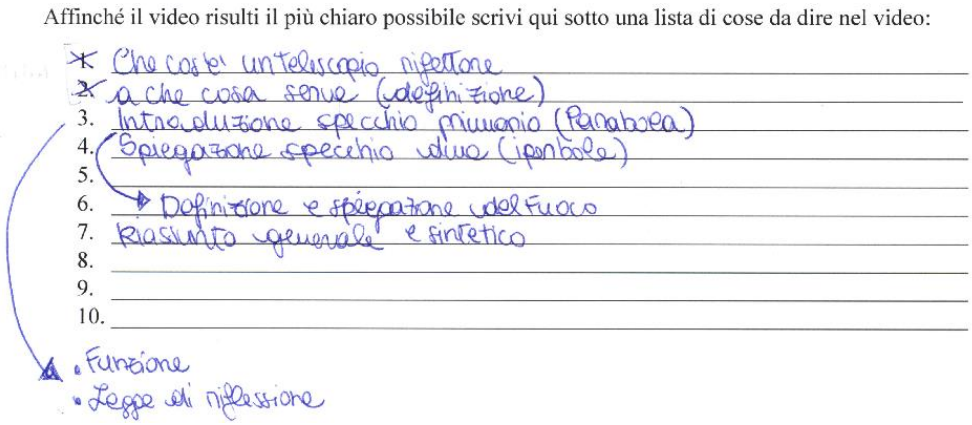


Figura 45 Porzione della scheda *L'equazione di una circonferenza*, completata da un gruppo del liceo scientifico A. Roiti

Inoltre la mancanza di una corrispondenza grafica dei parametri a, b, e c, in contrapposizione con quella ben definita di α, β e r, ha costituito un problema significativo per gli studenti di queste classi. Nonostante l'attività da svolgere con GeoGebra, a casa o in classe, per comprendere l'influenza sul grafico dei parametri dell'equazione in forma normale, questo problema è stato difficile da superare e spesso la confusione che veniva fatta tra i parametri usati nelle due diverse equazioni peggiorava la situazione. Alla luce di ciò si potrebbe pensare all'aggiunta di attività progettate ad hoc in un'ipotetica versione migliorata dell'unità di apprendimento, mirata proprio alle difficoltà evidenziate.

5.4.1. Iperbole

Per introdurre l'iperbole è stato usato lo stimolo del telescopio riflettore, proponendo un'attività creativa di argomentazione. Nella maggior parte delle classi la risposta iniziale alla presentazione della traccia è stata di preoccupazione e diffidenza; essendo una richiesta completamente inusuale gli studenti si sono sentiti spiazzati e confusi, per questo il nuovo ruolo del docente è stato ancora una volta essenziale, per poter chiare i diversi dubbi e timori dei singoli gruppi. Durante la lezione in classe gli alunni hanno organizzato la struttura del video, scegliendo i contenuti da esporre e le modalità per farlo, scrivendo i copioni e pensando a elementi del filmato che avrebbero potuto rendere la visione più accattivante (Figura 46).


Affinché il video risulti il più chiaro possibile scrivi qui sotto una lista di cose da dire nel video:

1. Che cos'è un telescopio riflettore
2. a che cosa serve (definizione)
3. Introduzione specchio primario (Parabola)
4. Spiegazione specchio ellisse (iperbole)
5.
6. Definizione e spiegazione del Fuoco
7. Riassunto generale e sintetico
8.
9.
10.

- Funzione
- Legge di riflessione

Figura 46 Porzione della scheda *Il telescopio di Cassegrain* completata da un gruppo del liceo artistico Dosso Dossi

Dopo pochi minuti il clima della classe si è trasformato, gli alunni risultavano essere sereni, divertiti e impegnati; anche gli elementi che solitamente tendevano a essere meno coinvolti e interessati si sono dimostrati essere membri fondamentali per il gruppo. La realizzazione dei video è avvenuta per lo più in momenti extrascolastici e per questo la deadline è stata concordata con la classe. Quando possibile i video sono stati visionati anche in aula, e non solo dal docente, permettendo di aprire una discussione collettiva sui punti di forza e di debolezza di ogni prodotto. In questa occasione gli studenti si sono dimostrati ancora una volta attenti osservatori e sono stati in grado di offrire critiche costruttive ai propri compagni. Il filmato usato per introdurre la definizione di iperbole come luogo geometrico è stato molto utile per aiutare gli alunni a visualizzare quest'ultima, ritenuta la più difficile da comprendere. In seguito le classi hanno impostato il problema che gli avrebbe permesso di ricavare l'equazione della curva, senza procedere con i passaggi successivi, come già detto all'interno dell'unità di apprendimento; il procedimento gli è stato solo illustrato, con lo scopo di arrivare all'equazione e proporre attività di riflessione sui suoi coefficienti, similmente a quanto fatto con l'ellisse. Il compito è stato affrontato infatti con minor difficoltà, anche nelle classi più problematiche. La differenza principale è stata la sorpresa di quei gruppi che, non essendosi accorti che la curva non interseca entrambi gli assi

cartesiani, hanno ottenuto un risultato impossibile in uno dei due sistemi impostati (Figura 47).

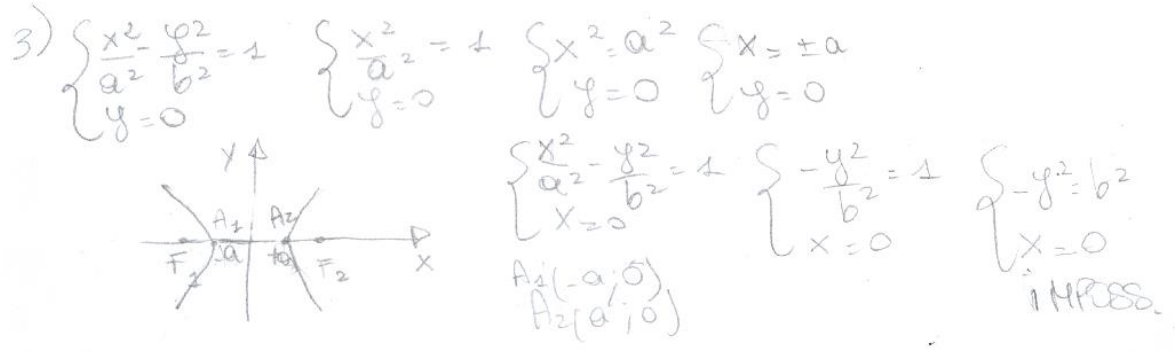


Figura 47 Porzione della scheda *L'equazione di un'iperbole*, completata da un gruppo del liceo artistico Dosso Dossi

Per introdurre i due asintoti dell'iperbole si è richiamata l'attività sulle coniche come ombra di una sfera, in cui gli studenti aveva identificato l'iperbole come "parabola schiacciata" o "triangolo senza base", evidenziando la caratteristica della conica di diventare rettilinea allontanandosi dal vertice. Questa è stata messa ulteriormente in evidenza con la funzione *zoom* di GeoGebra; inoltre il software è stato un sostegno importante per aiutare gli alunni a visualizzare come la distanza tra la curva e l'asintoto diminuisca sempre più, tendendo a zero, senza mai assumente quel valore. D'altronde il concetto di limite che sottende la definizione, non ancora nota alle classi, è uno dei più complessi a livello di istruzione secondaria. Qui viene messo in risalto un problema, già comparso anche nelle lezioni precedenti ma in modo più velato (per questo non ancora menzionato), ossia quello del legame tra registro grafico e algebrico, di difficile interiorizzazione. Emerso, ad esempio, al momento di affrontare il problema dell'intersezione di una certa conica con gli assi, per il quale bisognava conoscere il relativo strumento algebrico del sistema di due equazioni in due incognite, o quando si è proceduto dalla definizione di luogo geometrico all'equazione della curva, nella quale gli studenti desideravano assegnare un valore alle variabili x e y, non riuscendo a identificare proprio in essere la possibilità di rappresentazione grafica a cui facevano riferimento. Costruire un legame tra i diversi registri rappresentativi di un costrutto matematico è tanto difficile quanto fondamentale nell'insegnamento-apprendimento della matematica, spesso sottovalutato dai docenti, affrontando la questione con la semplice somministrazione di esercizi meccanici che possono essere portati a termine anche senza una piena e reale comprensione. Abbiamo identificato un'ulteriore conferma di ciò nella tendenza degli alunni a identificare gli asintoti non attraverso un'equazione, ma mediante il secondo membro della stessa, come si può osservare in Figura 48 in cui si scrive "ASINTOTI $= 5x$ e $-5x$".

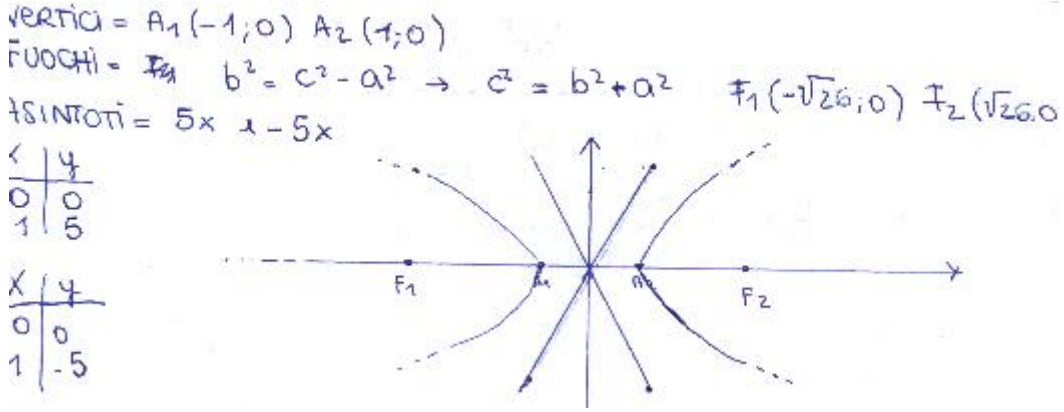


Figura 48 Porzione della scheda *L'equazione di un'iperbole*, completata da un gruppo del liceo classico L. Ariosto

Potrebbe essere interessante progettare un'unità di apprendimento in modalità flipped che introduca gli studenti alla geometria analitica, cominciando dagli argomenti più semplici, come la retta, puntando ad un apprendimento più significativo e duraturo che li conduca ad affrontare il percorso *Flipped Math! Alla scoperta delle sezioni coniche* con maggior consapevolezza.
La funzione degli asintoti nella rappresentazione grafica dell'iperbole non è stata evidente per tutti da principio, sono stati infatti rappresentati come oggetti a sé stanti senza legame con la conica, un esempio è riportato in Figura 48. In alcuni casi gli asintoti sono stati addirittura disegnati con inclinazione casuale, senza riferimento alle sue equazioni. Far confrontare i gruppi tra di loro durante il debriefing finale è stato sufficiente per mettere in evidenza tutti i problemi appena esposti, correggendo i diversi errori commessi durante la risoluzione.

5.4.1. Esercitazioni e verifica

Sono state generalmente dedicate due lezioni allo svolgimento di esercizi e problemi per il consolidamento e l'approfondimento dei numerosi argomenti trattati. Nella maggior parte dei casi durante la prima lezione gli studenti hanno svolto le schede appositamente create in gruppo, ma senza la suddivisione in ruoli; la presenza dei compagni ha funto da sostegno e confronto in caso di necessità, ma il lavoro era da svolgere individualmente. Nella maggior parte dei gruppi c'è stata una partecipazione attiva di tutti i membri, una reale cooperazione e un aiuto reciproco. Il sostegno offerto dal docente è stato puntuale e personalizzato, in dipendenza delle differenti difficoltà di ogni gruppo, che aveva la libertà di scegliere gli esercizi e i problemi da una scheda con ampia proposta, così da poter lavorare su quegli argomenti ritenuti più ostici con i pari, lasciando quelli più semplici da terminare a casa.
Durante la seconda lezione gli alunni si sono approcciati alle tracce proposte individualmente, avendo comunque la possibilità di chiedere consiglio ai compagni di classe e al docente, sempre presente tra i banchi e vigile sui processi risolutivi messi in atto per intervenire tempestivamente.
Questi momenti di confronto sono stati avvertiti dagli studenti come fondamentali per chiarire i propri dubbi, comprendere più approfonditamente gli argomenti e approcciarsi con una maggior serenità alla disciplina.
La verifica era formata non solo di esercizi, ma anche di veri e propri problemi (affrontabili nei tempi a disposizione per la prova), naturalmente di difficoltà calibrata sul livello della classe. Per molti non conoscere anticipatamente la tipologia di esercizi presenti nel compito in classe è stata una vera novità, che in alcuni casi ha portato anche a stati di ansia e preoccupazione. Ciò nonostante i risultati sono stati complessivamente buoni, e volendo fare un confronto con le valutazioni precedenti di ogni singolo alunno si potrebbe notare sicuramente un miglioramento delle valutazioni per la quasi totalità. Naturalmente l'ultima considerazione non ha nessuna rilevanza scientifica non essendo stato svolto un pre e un post test uguale per tutto il campione, d'altronde non è questo l'obiettivo del presente lavoro di tesi e l'attuazione di un disegno di ricerca di quel tipo sarebbe stato difficile considerando l'eterogeneità del campione.

5.5. Conclusioni

In questo capitolo è stata descritta la sperimentazione grazie al quale abbiamo potuto raccogliere materiale self-report sulla motivazione degli studenti in matematica, per poter svolgere le analisi presentate negli ultimi due capitoli.
L'unità di apprendimento è stata creata ad hoc per il progetto *Flipped Math! Alla scoperta delle sezioni coniche*, limitando al minimo l'utilizzo di strumenti tecnologici (conoscendo le carenze di molte scuole del ferrarese), prevedendo un ammontare di ore idoneo (circa 18) ad affrontare l'argomento lasciando tempo a sufficienza per lo svolgimento del restante

programma scolastico, concentrandosi su alcuni elementi comuni a tutte le tipologie di scuole (dal liceo scientifico, per il quale è risultato essere un'introduzione da completare, all'istituto professionale, che ha coperto molto più del piano da loro previsto), ecc.
Dopo un'introduzione sulle coniche, viste come ombre di una sfera e sezioni di una superficie conica retta a due falde, si sono affrontati nell'ordine la parabola, l'ellisse, la circonferenza e l'iperbole. Per tutte le curve elencate si è proposto uno stimolo curioso legato alle loro applicazioni reali, seguite dalla definizione di luogo geometrico, dall'equazione e dalla rappresentazione grafica, con particolare attenzione al significato geometrico dei coefficienti.
Le classi che hanno partecipato al progetto sono state 15, per un totale di 356 studenti, appartenenti a diverse tipologie di liceo (scientifico, classico e artistico), ma anche di istituti (tecnico e professionale), offrendo un campione piuttosto eterogeneo.
L'unità di apprendimento è stata spesso differenziata in base al livello di competenza delle classi (messo in evidenza anche dal test dei prerequisiti) per assicurare l'offerta di attività a livello ottimale, come il flipped learning suggerisce di fare, lasciando però invariata la struttura del percorso, le modalità di approccio e i contenuti fondamentali.
La reazione degli studenti è stata positiva, dimostrando partecipazione attiva, impegno e interesse, senza distinzione in base alla tipologia di scuola. Quest'ultimo fattore ha invece influito su altri aspetti, ad esempio nei licei sono emersi meno frequentemente problemi legati al mancato svolgimento dei compiti a casa, in particolare in quelli scientifici sono state evidenziate meno lacune e una maggior familiarità con il ragionamento matematico, i processi argomentativi, dimostrativi o di generalizzazione, il legame tra i registri rappresentativi, ecc., permettendogli di incontrare un minor numero di ostacoli durante l'approccio alle attività.
Ci sembra che le difficoltà incontrate non siano dipese dalla metodologia usata, ma siano piuttosto comuni nell'insegnamento-apprendimento della matematica; sarebbe interessante verificare se con sperimentazioni più lunghe queste ultime si riuscissero ad attenuare.
Numerosi invece gli aspetti positivi legati alle caratteristiche del flipped learning, ad esempio la proposta di video stimolo e sfide legate alla realtà hanno scaturito sempre grande partecipazione e interesse, l'uso di software didattici ha attirato l'attenzione degli alunni e sostenuto i processi di visualizzazione, l'applicazione di strategie di peer education hanno favorito lo sviluppo di competenze socio-relazionali e la partecipazione, rendendo il clima di classe disteso, aspetto favorito anche dal nuovo ruolo del docente.
Naturalmente le osservazioni proposte in questi ultimi due paragrafi si basano su riflessioni personali, sviluppate a seguito delle osservazioni svolte in classe durante l'attuazione del progetto. Nel prossimo capitolo invece presenteremo l'indagine svolta sul materiale raccolto sfruttando strumenti statistici di maggior affidabilità scientifica.

6. Analisi statistica

Il divertimento della ricerca scientifica è anche
trovare sempre altre frontiere da superare,
costruire mezzi più potenti d'indagine,
teorie più complesse,
cercare sempre di progredire
pur sapendo che probabilmente ci si avvicinerà sempre più a comprendere la realtà,
senza arrivare mai a capirla completamente.

Margherita Hack

Nel presente capitolo svolgeremo un'analisi statistica sui dati raccolti da un questionario somministrato prima e dopo lo svolgimento della sperimentazione descritta in precedenza, con l'obiettivo di riscontrare eventuali differenze significative sui fattori motivazionali in matematica imputabili all'utilizzo del flipped learning.
Abbiamo già anticipato che il quadro teorico di riferimento per questa analisi è la teoria dell'autodeterminazione di Deci e Ryan (1985), vogliamo specificare però che con il nostro questionario non abbiamo l'intenzione di vedere se l'apprendimento capovolto sostenga o meno i bisogni psicologici fondamentali, come fatto già da Sergis et al. (2018), anche perché la soddisfazione di tali bisogni non implica automaticamente il passaggio alla motivazione intrinseca, potrebbe semplicemente condurre a un aumento del grado di autodeterminazione di quella estrinseca. Invece il nostro scopo in questo capitolo è di verificare se vi siano cambiamenti nei livelli di motivazione intrinseca ed estrinseca. Più in generale, indagheremo altri fattori legati alla motivazione, per restituire un quadro della situazione il più completo possibile; espliciteremo quali sono tali fattori e i loro legami con la motivazione secondo la teoria dell'autodeterminazione nei prossimi paragrafi.
Si svolgeranno inoltre alcune analisi differenziando il campione in classi, principalmente in base al genere e al livello di preparazione in matematica.
Lo studio sulle differenze di genere ha una lunga storia in didattica e psicologia, anche se i risultanti sono spesso discordanti. Vi è comunque un generale accordo su alcuni risultati: una tendenza degli individui di sesso maschile a provare interesse e "predisposizione" per la matematica o le materie scientifiche, mentre soggetti di sesso femminile sembrano avere più confidenza e attrazione verso il mondo letterario e artistico, differenza probabilmente legata a stereotipi di genere (Meece et al., 2006). Alla luce della sottorappresentanza della donna in carriere matematiche, scientifiche e tecnologiche, l'attenzione della ricerca si focalizza sempre più sulle differenze di genere contestualizzate nell'ambito dell'affect in matematica (Else-Quest et al., 2010). Per tali ragioni abbiamo deciso di svolgere questo tipo di analisi sui nostri dati, non solo per evidenziare eventuali effetti significativi sull'uno o sull'altro sesso, ma anche per tracciare considerazioni indipendenti dalla metodologia da noi utilizzata (sui dati raccolti prima della sperimentazione), facendo una "fotografia" della situazione legata ai fattori motivazionali e affettivi in una classe di matematica.

Anche gli studi sulla reciproca influenza tra i fattori affettivi e le performance scolastiche hanno una lunga storia in didattica e psicologia, ed è convinzione ormai condivisa che la motivazione sia un buon perditore dei risultati in una certa disciplina (Mason e Arcani, 2001), anche in matematica (Middleton, 1995).
Entreremo maggiormente nel dettaglio delle ipotesi, punto di partenza di questa analisi statistica, nel paragrafo che segue.

6.1.Ipotesi

Lo scopo di questa analisi è quello di verificare alcune delle ipotesi presentate nel capitolo quarto, riguardanti gli effetti che il flipped learning ha sui fattori motivazionali e più in generale su quelli affettivi ad essi correlati, inserendoci all'interno del campo specifico dell'insegnamento-apprendimento della matematica. In particolare vogliamo constatare se negli alunni, dopo essersi approcciati allo studio della disciplina (nel nostro caso specifico delle sezioni coniche) attraverso l'uso della metodologia didattica in esame, vi sia un aumento della motivazione intrinseca a discapito di quella estrinseca e della demotivazione tra i tempi t_0 (prima della sperimentazioe) e t_1 (dopo la sperimentazione).
In secondo luogo vogliamo verificare se ci sia una crescita della frequenza di emozioni positive provate, come ad esempio gioia, orgoglio, soddisfazione, unitamente a una diminuzione di quelle negative, tra cui paura, vergogna e ansia. La ragione per la quale viene indagato questo aspetto è il suo legame con la motivazione; sembra infatti che ad un livello di motivazione estrinseca meno autodeterminato corrispondano emozioni negative, invece alla motivazione intrinseca, o a un livello più alto di autodeterminazione in quella estrinseca, corrispondano emozioni positive (Kasser e Ryan, 1996). Conoscere tale fattore affettivo potrebbe quindi restituirci dati interessanti sulla motivazione degli studenti.
Supponiamo poi che il locus of control, dopo l'utilizzo della metodologia attiva, sia più interno: la ragione per cui viene indagato tale aspetto è la sua relazione con il locus di causalità di un comportamento. Quest'ultimo è esterno per i livelli meno autodeterminati di motivazione estrinseca, interno per quelli più autodeterminati e per la motivazione intrinseca (Deci e Ryan, 2000). Essendo stato dimostrato il legame lineare tra le due tipologie di locus (Deci e Connell, 1989) riteniamo che i seguenti domini possano fornire informazioni interessanti per lo studio della motivazione.
Inoltre, considerando la presenza di gender gap in molte nazioni, tra cui l'Italia, e in particolar modo nella sfera scientifica (Else-Quest, 2010), vogliamo indagare tale tendenza per capire se sia presente anche nel nostro campione nel caso specifico della matematica, supponendo una differenza di genere nelle modalità in cui il metodo dell'apprendimento capovolto influenzi i fattori sopra esposti.
Infine, ipotizziamo che esista una differenza significativa negli effetti che la metodologia ha sugli studenti con differenti livelli di preparazione in matematica. Più precisamente, supponiamo che chi possiede un livello medio-basso possa avere maggiori benefici dalla sperimentazione, mentre chi ha un livello alto non venga influenzato in modo altrettanto evidente. Tale congettura ci è stata suggerita dai risultati di alcune ricerche (e.g. Mason e Arcani, 2001) secondo cui il livello di preparazione in una materia è un buon perditore della tipologia di motivazione del soggetto in quella determinata disciplina. Dunque si può immaginare che gli studenti con un livello di preparazione alto siano più motivati intrinsecamente rispetto a chi ha una preparazione media o scarsa, e quindi abbiano un margine di miglioramento minore. Per quanto riguarda gli alunni con valutazioni gravemente insufficienti pensiamo che, secondo lo stesso ragionamento, il recupero della motivazione sia probabilmente un percorso lungo e articolato e un cambio della metodologia didattica non sia sufficiente per ottenere la trasformazione auspicata.

6.2. Materiali e metodi

6.2.1. Strumento di indagine

Lo strumento di indagine somministrato al campione è un questionario in scala Likert[75] appositamente creato per la sperimentazione e riportato in Appendice B.1. Abbiamo scelto di non utilizzare strumenti già validati, che non si adattavano bene alle nostre esigenze, per poter avere la libertà di esplorare questioni specifiche di nostro interesse che altrimenti non saremmo riusciti ad investigare. Questa decisione è spesso accettata, se non auspicabile, nel campo della ricerca in didattica della matematica quando ciò conduce ad un'analisi più fine degli aspetti considerati.

Il questionario non è però stato progettato partendo da zero, si è presa in larga parte ispirazione da quello proposto da D'Alessio et al. (2007) riguardo il ruolo dei processi motivazionali e volitivi nell'apprendimento. Abbiamo fatto riferimento al lavoro degli autori soprattutto per quanto riguarda la strutturazione, suddividendo il questionario in sei tabelle in base ai diversi incipit:

- "Studio matematica perché…", per indagare il livello e la tipologia di motivazione;
- "Non studio matematica perché…", per indagare il livello di demotivazione;
- "Quando prendo un bel voto penso che…", per indagare la posizione del locus of control in caso di successo;
- "Quando prendo un brutto voto penso che…", per indagare la posizione del locus of control in caso di fallimento;
- "Quando studio matematica penso…", per indagare il livello e la tipologia di motivazione;
- "Quando studio matematica provo…", per indagare il livello e la tipologia di emozioni.

Queste frasi incomplete vengono concluse con differenti possibili versioni, andando a costituire i 63 item totali ai quali gli studenti devono attribuire un valore di frequenza o di accordo. La scala è formata da un range che varia da 1 a 5, dove 1 indica l'estremo con minore frequenza/accordo, mentre 5 quello con più alta frequenza/accordo. Ogni item fornisce informazioni sulla tipologia di motivazione provata, l'attribuzione causale o le emozioni avvertite, ma di questo si tratterà più nel dettaglio nel paragrafo 6.1.1.1. relativo alla definizione dei domini. Alcuni degli incipit e degli item sono stati presi dal questionario di D'Alessio et al. (2007), altri invece sono stati aggiunti per soddisfare le nostre esigenze di ricerca. Un'ulteriore differenza presente tra il nostro strumento e quello degli autori consiste, naturalmente, nella direzione specifica che abbiamo dato all'oggetto rispetto a al quale il campione deve compilare il questionario: la matematica.

Il questionario sottoposto agli studenti è stato il medesimo prima dell'inizio della sperimentazione (al tempo t_0) e dopo (al tempo t_1), così da rendere possibile il confronto tra le risposte date durante le due sessioni.

6.2.1.1. Definizione dei domini

Gli item del questionario sono stati suddivisi all'interno di nove domini in base al fattore che indagano. Riportiamo nel seguito la definizione dei domini che abbiamo previsto, specificando per ognuno di essi gli item contenuti.

- Motivazione: può essere definita come "una configurazione organizzata di esperienze soggettive che consente di spiegare l'inizio, la direzione, l'intensità e la persistenza di un comportamento diretto a uno scopo" (De Beni e Moè, 2000).
    - *Motivazione intrinseca*: è il dominio che indaga il costrutto interno che fa riferimento ad aspetti motivazionali come la curiosità epistemica, la motivazione di effectance, l'autodeterminazione, l'esperienza di flusso e

[75] In Appendice B.2.7. si trova un approfondimento sulla scala Likert.

l'interesse. Gli item in questo dominio sono i n° 1, 7, 9, 10, 11, 32. 33, 34 (R)[76], 36, 37, 38, 40.

Alcuni degli item possono essere racchiusi in sottodomini che richiamano una particolare tipologia di motivazione intrinseca:

- Curiosità epistemica: 1,9;
- Motivazione di effectance: 7, 11;
- Interesse: 10
- Esperienza di flusso: 32, 34(R), 36, 38
- Autodeterminazione: 37

- *Motivazione estrinseca*: è il dominio che indaga il costrutto interno che fa riferimento ad aspetti motivazionali come la riuscita e il successo. Gli item in questo dominio sono i n° 2, 3, 4, 5, 6, 8, 35, 39.
- *Demotivazione*: è il dominio che indaga l'assenza dell'intenzione di perseguire un'attività considerata non interessante o al di sopra delle proprie potenzialità. Gli item in questo dominio sono i n° 12, 13, 14, 15, 16, 17.

Si è pensato di far riferimento ai diversi filoni di ricerca della motivazione intrinseca, nonostante la teoria di riferimento scelta sia quella dell'autodeterminazione di Deci e Ryan (1985), poiché ognuno di essi è strettamente correlato alla teoria considerata. Il legame con la motivazione di *effectance* è già stato introdotto, essendosi i due autori basati proprio sulla teoria di White (1959) per elaborare il concetto di bisogno di competenza, così come quello con la motivazione di *flow*. Infatti anche Csikszentmihalyi (1975) asserì che per vivere un'esperienza di flusso è necessario affrontare una sfida di livello ottimale, in grado di far provare al soggetto un senso di competenza autentico. In generale la motivazione intrinseca contempla un impegno attivo applicato al compito considerato interessante e che promuove una crescita personale. Tali attività sono caratterizzate da quelle che Berlyne (1971) chiama proprietà collative dell'ambiente, che stimolano la curiosità epistemica. Infine, durante lo svolgimento dell'attività, il livello di interesse aumenta o diminuisce in base al grado in cui il soggetto sta soddisfacendo il suo bisogno psicologico (Deci e Ryan, 2000).

- Locus of control: è una delle tre dimensioni, insieme a stabilità e controllabilità, attraverso cui le attribuzioni causali vengono distinte secondo il modello di Weiner (1985). Può essere definita come "la modalità di interpretazione degli eventi, valutata secondo la polarità interno /esterno" (D'Alessio et al., 2007, p.38).
  - *Locus of control interno (successo)*: è il dominio che indaga le cause di un successo che vengono individuate come interne alla persona. Gli item in questo dominio sono i n° 19, 22, 23, 24.1.
  - *Locus of control esterno (successo)*: è il dominio che indaga le cause di un successo che vengono individuate come esterne alla persona. Gli item in questo dominio sono i n° 18, 20, 21, 24.
  - *Locus of control interno (fallimento)*: è il dominio che indaga le cause di un insuccesso che vengono individuate come interne alla persona. Gli item in questo dominio sono i n° 26, 29, 31, 31.1.

[76] Con 34(R) identifichiamo il reverse dell'Item 34. Svolgere il reverse di un item consiste nell'invertire la scala dei valori che è possibile assegnargli. Nel nostro caso il valore 1 viene sostituito con il 5, il 2 con il 4, il 4 con il 2 e il 5 con l'1. Ciò avviene quando l'item indaga il dominio a cui appartiene utilizzando proposizioni che negano quelle che esprimono una caratteristica del dominio stesso.

- *Locus of control esterno (fallimento)*: è il dominio che indaga le cause di un insuccesso che vengono individuate come esterne alla persona. Gli item in questo dominio sono i n° 25, 27, 28, 30.

- Emozioni: non è facile trovare una definizione esplicita del termine emozione, nonostante la lunga tradizione di studi in ambito filosofico e psicologico (Zan, 2000). Goleman (1996) scrive:

  > "Io riferisco il termine emozione a un sentimento e ai pensieri, alle condizioni psicologiche e biologiche che lo contraddistinguono, nonché a una serie di propensioni ad agire" (p. 333).

  In particolare, per una distinzione tra emozioni positive e negative facciamo riferimento alla teoria dell'origine cognitiva delle emozioni di Ortony et al. (1988), che descrive queste ultime come "emozioni motivate" a conseguenze di eventi, azioni di agenti, o aspetti di oggetti. Gli autori classificano le reazioni agli eventi in essere contento ed essere dispiaciuto, le reazioni agli agenti in approvare e disapprovare, e quelle agli oggetti in gradire e non gradire. Tali dicotomie hanno permesso una classificazione delle emozioni in positive e negative.
  - *Emozioni positive*: è il dominio che indaga le reazioni agli eventi, agenti e oggetti che causano rispettivamente contentezza, approvazione e gradimento. Gli item contenuti in questo dominio sono i n° 41, 44, 46, 49, 51, 52, 55.
  - *Emozioni negative*: è il dominio che indaga le reazioni agli eventi, agenti e oggetti che causano rispettivamente dispiacimento, disapprovazione e non gradimento. Gli item in questo dominio sono i n° 42, 43, 45, 47, 48, 50, 53, 54, 56, 57, 58, 59, 60, 61.

6.2.2. Composizione del campione

Il campione di studenti che ha partecipato alla sperimentazione è stato presentato nel paragrafo 5.3. L'aver compilato il questionario ad entrambi i tempi (t_0 e t_1) è un requisito indispensabile per la validità dell'indagine, quindi è stato necessario escludere tutti gli alunni che non erano presenti in entrambi i momenti della somministrazione (Howitt e Cramer, 2014). Il campione iniziale, dopo la pulizia dei dati, si è così ridotto a 297 studenti:

- 46 appartenenti al Liceo scientifico A. Roiti, suddivisi in due classi 3° composte da 23 e 23 studenti;
- 105 appartenenti al Liceo classico L. Ariosto, suddivisi in due classi 3° composte da 21 e 19 studenti e tre classi 4° composte da 22, 23 e 20 studenti;
- 39 appartenenti al Liceo artistico Dosso Dossi, suddivisi in due classi 3° composte da 21 e 18 studenti;
- 72 appartenenti all' I.I.S. V. Bachelet, suddivisi in quattro classi 3°, composte da 18, 21, 12, 21 studenti;
- 13 appartenenti all'I.I.S. L. Einaudi, iscritti a una classe 3°;
- 22 appartenenti al Liceo scientifico di Bondeno, iscritti a una classe 3°.

Si rilevano quindi 212 studenti iscritti a licei (di cui 68 con indirizzo scientifico e 144 con altri indirizzi), 72 iscritti a istituti tecnici e 13 iscritti a istituti professionali.

Istituto di appartenenza	n° iscritti	percentuale (%)
Liceo scientifico A. Roiti	46	15,5
Liceo classico L. Ariosto	105	35,3
Liceo artistico Dosso Dossi	39	13.1
I.I.S. V. Bachelet	72	24,3
I.I.S. L. Einaudi	13	4,4
Liceo scientifico di Bondeno	22	7,4
Tot.	356	100

Tabella 5 Numero e percentuale di iscritti ai differenti istituti dopo la pulizia dei dati

Tipologia di istituto	n° iscritti	percentuale (%)
Liceo con indirizzo scientifico con altri indirizzi	212 68 144	71,4 22,9 48,5
Istituto tecnico	72	24,3
Istituto professionale	13	4,3
Tot.	297	100

Tabella 3 Numero e percentuale di iscritti alle differenti tipologia di scuola dopo la pulizia dei dati

Il campione è stato poi suddiviso in base a due differenti caratteristiche: genere e livello di preparazione in matematica.
La ripartizione per genere ha evidenziato la presenza all'interno del campione di 88 elementi di genere maschile (indicati nel dataset con il numero 1) e di 209 elementi di genere femminile (indicato nel dataset con il numero 2).

Genere	n° studenti	percentuale (%)
Maschi (1)	88	29,6
Femmine (2)	209	70,4
Tot.	297	100

Tabella 4 Numero e percentuale di maschi e femmine dopo la pulizia dei dati

La suddivisione per livello di preparazione è stata eseguita individuando 4 classi in base alla media dei voti ottenuti in matematica dagli studenti prima dell'inizio del progetto:

- livello 1: caratterizzato da una preparazione bassa con valutazione media < 5, a cui appartengono 33 soggetti;
- livello 2: caratterizzato da una preparazione medio-bassa con valutazione media appartenente all'intervallo $[5; 7)$ a cui appartengono 142 soggetti;
- livello 3: caratterizzato da una preparazione medio-alta con valutazione media appartenente all'intervallo $[7; 9)$ a cui appartengono 95 soggetti;
- livello 4: caratterizzata da una preparazione alta con valutazione media appartenente all'intervallo [9;10] a cui appartengono 27 soggetti.

Livello di preparazione in matematica	n° studenti	percentuale (%)
1	33	11,1
2	142	47,9
3	95	32
4	27	9
Tot.	297	100

Tabella 6 Numero e percentuale di studenti suddivisi per livello di preparazione in matematica

6.2.3. Metodi

Le analisi statistiche[77] sono state realizzate utilizzando il programma SPSS (*Statistical Package for Social Science*) versione 22.0.

Prima di procedere con le analisi abbiamo operato sul dataset, sostituendo le risposte non date ai singoli item con la media di scala, ossia 3. Ciò è avvenuto solo quando tali eventualità erano casi isolati; se il problema risultava essere frequente il soggetto veniva eliminato dal campione (sistemazione del dataset).

Abbiamo prima proceduto a un'analisi statistica descrittiva degli item al tempo t_0 suddivisi per dominio, mettendo in evidenza media, deviazione standard, asimmetria, errore standard dell'asimmetria curtosi, errore standard della curtosi, minimo e massimo[78]. Per ogni item è stato rappresentato il rispettivo istogramma che riassume graficamente tutte le informazioni sopra elencate ai fini di verificare la normalità dei dati.

A livello esplorativo, per controllare l'affidabilità dei domini del questionario, è stato usato il metodo dell'alfa di Cronbach[79], seguita da un'analisi statistica item-totale con l'obiettivo di leggere l'influenza che ogni item ha sul dominio a cui appartiene. In particolare sono state misurate la media di scala, la varianza di scala e l'alfa di Cronbach nel caso in cui venga rimosso un particolare item, oltre che la correlazione item-totale corretta.

Successivamente abbiamo calcolato le medie dei singoli domini, al tempo t_0 e t_1, la deviazione standard, il massimo e il minimo.

Per concludere l'analisi descrittiva è stata impostata una verifica delle correlazioni bivariate tra domini[80].

Prima di cominciare l'analisi statistica inferenziale, che ha come scopo l'induzione delle caratteristiche di una popolazione dall'osservazione di una parte di essa, abbiamo suddiviso i domini in due gruppi: caratteristiche motivazionali positive (motivazione intrinseca, locus of control interno in caso di successo, locus of control interno in caso di fallimento, emozioni positive) e caratteristiche motivazionali negative (motivazione estrinseca, demotivazione, locus of control esterno in caso di successo, locus of control esterno in caso di fallimento, emozioni negative).

Per determinare eventuali differenze delle dimensioni tra il tempo t_0 e t_1 abbiamo utilizzato un'analisi per modelli lineari generalizzati (GLM) per misure ripetute entro i soggetti[81],

[77] Un approfondimento teorico sulle analisi statistiche svolte si trova in Appendice B.2.

[78] I comandi selezionati sono stati: statistiche descrittive → frequenza → media/ deviazione standard/ max/ min/ asimmetria/curtosi

[79] I comandi selezionati sono stati: scala → analisi di affidabilità → (selezionare gli item di interesse)

[80] I comandi selezionati sono stati: correlazioni bivariate → (selezionare i domini di interesse)

[81] I comandi selezionati sono stati: modello lineare generalizzato → misure ripetute → nome fattore/numero livelli/altro fattore → opzioni → (si inseriscono i fattori) → seleziona confronto effetti principali → adattamento intervallo di confidenza (statistica descrittive, stima influenza degli effetti, potenza osservata, test di omogeneità).

conducendo anche il test di sfericità di Mauchly per la verifica dell'omogeneità delle varianze.
Per mettere in evidenza quali fossero i domini del gruppo in cui sono state rilevate differenze significative, abbiamo svolto il test post-hoc di comparazioni multiple di Sidak. I risultati con un valore di p minore di $0{,}05$ o prossimi a questo valore, sono stati considerati statisticamente significativi.
Si è poi ripetuto lo stesso procedimento suddividendo il campione in classi per genere (maschio e femmina) e per livello di preparazione in matematica (livelli 1, 2, 3, 4), sfruttando l'opzione *filtro*.
Abbiamo infine realizzato un GLM ponendo come variabile tra soggetti il genere e il livello di preparazione in matematica.

6.3. Risultati

Nell'analisi statistica descrittiva i valori di curtosi e asimmetria di ogni item sono risultati essere quasi totalmente contenuti nei range accettabili (da -1 a $+1$) per la parametricità, inoltre la linea di tendenza negli istogrammi di ogni item indica una distribuzione normale. Riportiamo a titolo di esempio le Figure 49 e 50 relative agli item contenuti nel dominio della motivazione intrinseca con alcuni dei relativi istogrammi (Figure 51 e 52), mettendo in Appendice B.3. gli altri output (Figure da 86 a 96 e Figure da 97 a 156).

Statistiche

		Item1	Item7	Item9	Item10	Item11	Item32
N	Valido	297	297	297	297	297	297
	Mancante/i	0	0	0	0	0	0
Media		3,2929	4,0370	2,8283	3,0640	4,2492	3,0572
Deviazione std.		1,07414	,95258	1,16573	1,21336	,86907	1,03979
Asimmetria		-,342	-1,019	,120	-,123	-1,439	-,169
Errore standard dell'asimmetria		,141	,141	,141	,141	,141	,141
Curtosi		-,361	1,061	-,690	-,799	2,640	-,684
Errore standard della curtosi		,282	,282	,282	,282	,282	,282
Minimo		1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Massimo		5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00

Figura 49 Statistica descrittiva degli item appartenenti al dominio motivazione intrinseca

Statistiche

		Item33	Item34	Item36	Item37	Item38	Item40
N	Valido	297	297	297	297	297	297
	Mancante/i	0	0	0	0	0	0
Media		2,5657	3,1987	2,9293	2,8047	2,6734	2,6094
Deviazione std.		1,20103	1,04829	1,10208	1,02778	1,18453	1,11303
Asimmetria		,392	,162	,034	,004	,226	,077
Errore standard dell'asimmetria		,141	,141	,141	,141	,141	,141
Curtosi		-,764	-,907	-,605	-,506	-,807	-,931
Errore standard della curtosi		,282	,282	,282	,282	,282	,282
Minimo		1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Massimo		5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00

Figura 50 Statistica descrittiva degli item appartenenti al dominio motivazione intrinseca

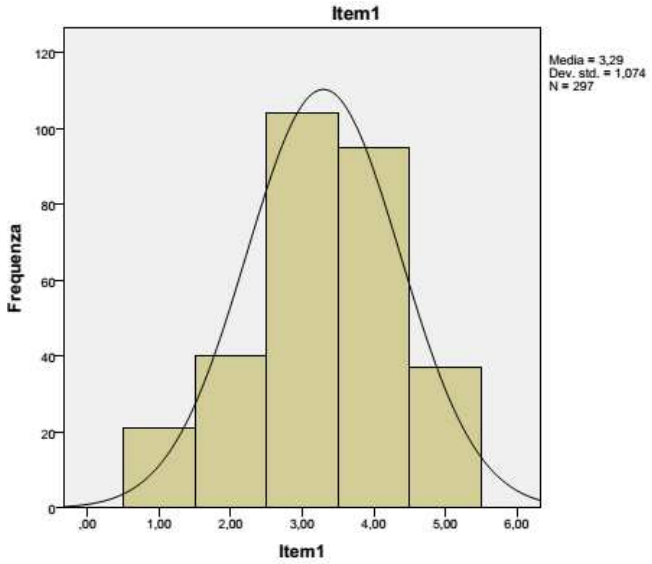


Figura 51 Istogramma item 1

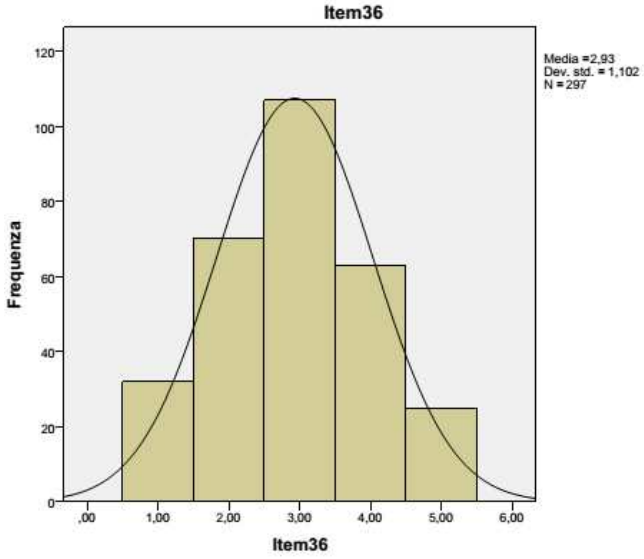


Figura 52 Istogramma item 36

I valori dell'alfa di Cronbach, calcolati per ogni dominio, hanno:

- una buona coerenza $(0{,}80 \leq \alpha < 0{,}90)$ per motivazione intrinseca $(\alpha = 0{,}874)$, demotivazione $(\alpha = 0{,}803)$, emozioni positive $(\alpha = 0{,}830)$, emozioni negative $(\alpha = 0{,}886)$, come mostrato in Figure da 53 a 56;
- una coerenza moderata $(0{,}60 \leq \alpha < 0{,}70)$ per motivazione estrinseca $(\alpha = 0{,}654)$;
- una coerenza scarsa $(0{,}50 \leq \alpha < 0{,}60)$ per locus of control esterno in caso di fallimento $(\alpha = 0{,}559)$;
- una coerenza insufficiente $(\alpha < 0{,}50)$ per locus of control interno in caso di successo $(\alpha = 0{,}398)$, locus of control esterno in caso di successo $(\alpha = 0{,}498)$, locus interno in caso di fallimento $(\alpha = 0{,}297)$.

Abbiamo inoltre osservato che misurando l'alfa di Cronbach nel caso in cui i domini dei locus of control interni fossero stati riuniti sotto uno stesso nome, senza distinzione tra la casistica successo/fallimento, si sarebbe ottenuto un valore fortemente scadente, pari a $0{,}002$.
I risultati appena esposti sono stati riportatati nelle Figure da 157 a 162 in Appendice B.3.

Statistiche di affidabilità

Alfa di Cronbach	N. di elementi
,874	12

Figura 53 Alfa di Cronbach per il dominio motivazione

Statistiche di affidabilità

Alfa di Cronbach	N. di elementi
,803	6

Figura 54 Alfa di Cronbach per il dominio demotivazione

Statistiche di affidabilità

Alfa di Cronbach	N. di elementi
,886	14

Figura 55 Alfa di Cronbach per il dominio emozioni negative

Statistiche di affidabilità

Alfa di Cronbach	N. di elementi
,830	7

Figura 56 Alfa di Cronbach per il dominio emozioni positive

Anche la correlazione item-totale dei quattro domini dei locus of control (vedi Figure da 57 a 60) non è accettabile per nessun item, a differenza degli altri domini (vedi Figure da 163 a 167 in Appendice B.3.). Si osservi però che l'eliminazione di alcuni item non avrebbe migliorato in modo considerevole il valore dell'alfa di Cronbach.

Statistiche elemento-totale

	Media scala se viene eliminato l'elemento	Varianza scala se viene eliminato l'elemento	Correlazione elemento-totale corretta	Alfa di Cronbach se viene eliminato l'elemento
Item19	9,8081	4,703	,069	,485
Item22	8,3300	4,648	,168	,378
Item23	9,9529	3,322	,321	,196
Item24.1	8,9697	3,975	,340	,208

Figura 57 Statistica item-totale del locus of control interno in caso di successo

Statistiche elemento-totale

	Media scala se viene eliminato l'elemento	Varianza scala se viene eliminato l'elemento	Correlazione elemento-totale corretta	Alfa di Cronbach se viene eliminato l'elemento
Item18	7,4007	4,613	,158	,480
Item20	7,7609	3,824	,395	,242
Item21	7,1886	5,201	,101	,512
Item24	8,0741	3,488	,399	,221

Figura 58 Statistica item-totale del locus of control esterno in caso di successo

Statistiche elemento-totale

	Media scala se viene eliminato l'elemento	Varianza scala se viene eliminato l'elemento	Correlazione elemento-totale corretta	Alfa di Cronbach se viene eliminato l'elemento
Item26	9,5556	5,599	,056	,343
Item29	8,9630	4,407	,076	,372
Item31	8,5118	4,818	,171	,216
Item31.1	8,6465	4,641	,376	,017

Figura 59 Statistica item-totale del locus of control interno in caso di fallimento

Statistiche elemento-totale

	Media scala se viene eliminato l'elemento	Varianza scala se viene eliminato l'elemento	Correlazione elemento-totale corretta	Alfa di Cronbach se viene eliminato l'elemento
Item25	5,2222	3,363	,335	,495
Item27	7,0875	3,715	,355	,481
Item28	6,5354	2,939	,383	,456
Item30	7,2054	3,988	,318	,510

Figura 60 Statistica item-totale del locus of control esterno in caso di fallimento

Per quanto riguarda le correlazioni lineari bivariate al tempo t_0, riportiamo in Figura 61 i valori di correlazione, che sono stati considerati significativi quando $p < 0{,}05$[82].

- vi è una correlazione lineare positiva altamente significativa tra locus of control interno in caso di successo e motivazione intrinseca ($r = 0{,}659, p = 0{,}000$), tra emozioni positive e motivazione intrinseca ($r = 0{,}712, p = 0{,}000$), tra locus of control esterno in caso di successo e demotivazione ($r = 0{,}399, p = 0{,}000$), tra locus of control interno in caso di fallimento e demotivazione ($r = 0{,}489, p = 0{,}000$), tra locus of control esterno in caso di fallimento e demotivazione ($c = 0{,}376, p = 0{,}000$), tra emozioni negative e demotivazione ($r = 0{,}529, p = 0{,}000$), tra emozioni positive e locus of control interno in caso di successo ($r = 0{,}483, p =$

[82] Abbiamo deciso di tenere in considerazione anche correlazioni lineari deboli, con $|r| > 0{,}35$, ma con una significatività molto elevata ($p < 0{,}001$), specificando in ogni caso i due valori.

0,000), tra emozioni negative e locus of control interno in caso di fallimento, tra emozioni negative e locus of control esterno in caso di fallimento ($r = 0{,}362, p = 0{,}000$);

- vi è una correlazione lineare negativa altamente significativa tra demotivazione e motivazione intrinseca ($r = -0{,}707, p = 0{,}000$), locus of control interno in caso di successo e demotivazione ($r = -0{,}492, p = 0{,}000$), emozioni positive e demotivazione ($r = -0{,}579, p = 0{,}000$), emozioni negative e motivazione intrinseca ($r = -0{,}461, p = 0{,}000$), emozioni negative ed emozioni positive ($r = 0{,}438, p = 0{,}000$).

Correlazioni

		Motivazione_intrinseca	Motivazione_estrinseca	Demotivazione	Locus_Control_interno	Locus_Control_esterno	Locus_Control_interno_fallimento	Locus_Control_esterno_fallimento	Emozioni_positive	Emozioni_negative
Motivazione_intrinseca	Correlazione di Pearson	1	-,066	-,707**	,659**	-,273**	-,361**	-,215**	,712**	-,461**
	Sign. (a due code)		,258	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	297	297	297	297	297	297	297	297	297
Motivazione_estrinseca	Correlazione di Pearson	-,066	1	,177**	,080	,239**	,076	,140*	-,043	,209**
	Sign. (a due code)	,258		,002	,168	,000	,191	,016	,465	,000
	N	297	297	297	297	297	297	297	297	297
Demotivazione	Correlazione di Pearson	-,707**	,177**	1	-,492**	,399**	,489**	,376**	-,579**	,529**
	Sign. (a due code)	,000	,002		,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	297	297	297	297	297	297	297	297	297
Locus_Control_interno	Correlazione di Pearson	,659**	,080	-,492**	1	-,172**	-,257**	,008	,483**	-,338**
	Sign. (a due code)	,000	,168	,000		,003	,000	,894	,000	,000
	N	297	297	297	297	297	297	297	297	297
Locus_Control_esterno	Correlazione di Pearson	-,273**	,239**	,399**	-,172**	1	,315**	,276**	-,134*	,253**
	Sign. (a due code)	,000	,000	,000	,003		,000	,000	,021	,000
	N	297	297	297	297	297	297	297	297	297
Locus_Control_interno_fallimento	Correlazione di Pearson	-,361**	,076	,489**	-,257**	,315**	1	,269**	-,304**	,466**
	Sign. (a due code)	,000	,191	,000	,000	,000		,000	,000	,000
	N	297	297	297	297	297	297	297	297	297
Locus_Control_esterno_fallimento	Correlazione di Pearson	-,215**	,140*	,376**	,008	,276**	,269**	1	-,230**	,362**
	Sign. (a due code)	,000	,016	,000	,894	,000	,000		,000	,000
	N	297	297	297	297	297	297	297	297	297
Emozioni_positive	Correlazione di Pearson	,712**	-,043	-,579**	,483**	-,134*	-,304**	-,230**	1	-,438**
	Sign. (a due code)	,000	,465	,000	,000	,021	,000	,000		,000
	N	297	297	297	297	297	297	297	297	297
Emozioni_negative	Correlazione di Pearson	-,461**	,209**	,529**	-,338**	,253**	,466**	,362**	-,438**	1
	Sign. (a due code)	**,000**	**,000**	**,000**	,000	,000	,000	,000	,000	
	N	297	297	297	297	297	297	297	297	297

**. La correlazione è significativa a livello 0,01 (a due code).

*. La correlazione è significativa a livello 0,05 (a due code).

Figura 61 Correlazioni lineari tra domini al tempo t_0

Risultati similari sono stati osservati anche al tempo t_1, come mostrato nella Figura 168 in Appendice B.3.

Dai grafici[83] ottenuti dopo aver eseguito ANOVA tra-soggetti per misure ripetute, distinta per genere e livello di preparazione, abbiamo confrontato le diverse classi del campione al tempo t_0 e t_1.

Per quanto riguarda le differenze di genere, al tempo t_0 si osserva dal grafico in Figura 62 (e nelle Figure da 169 a 172 in Appendice B.3.) che nelle femmine il livello di motivazione estrinseca, di emozioni negative e del locus of control, sia interno che esterno, in caso di fallimento è di poco maggiore rispetto a quello dei maschi (motivazione estrinseca: $\bar{X}_F = 3{,}7367, \bar{X}_M = 3{,}5639$; emozioni negative: $\bar{X}_F = 2{,}4030, \bar{X}_M = 2{,}0925$; locus of control interno in caso di fallimento: $\bar{X}_F = 3{,}0084, \bar{X}_M = 2{,}8920$; locus of control esterno in caso di fallimento $\bar{X}_F = 2{,}2053, \bar{X}_M = 2{,}0994$), mentre sono lievemente minori i valori relativi a emozioni positive ($\bar{X}_F = 2{,}7761, \bar{X}_M = 2{,}9643$) e al locus of control interno in caso di successo ($\bar{X}_F = 3{,}0481, \bar{X}_M = 3{,}1761$). I punteggi medi del locus of control esterno in caso di successo sono praticamente eguagliabili ($\bar{X}_F = 2{,}5374, \bar{X}_M = 2{,}5455$). Al tempo t_1 la situazione descritta rimane essenzialmente la stessa (in Figura 63 e nelle Figure da 169 a a172 in Appendice B.3.), salvo per il locus of control esterno in caso di fallimento per cui le posizioni assunte dai due generi si invertono: il livello delle femmine diventa minore di quello dei maschi ($\bar{X}_F = 2{,}1783, \bar{X}_M = 2{,}3182$). Si può notare inoltre una diminuzione del gap nel

[83] Nei grafici dell'ANOVA tra soggetti, in Figure da 62 a 65, vale la seguente legenda: 1 indica la motivazione intrinseca; 2 indica la motivazione estrinseca; 3 indica la demotivazione; 4 indica il locus of control interno in caso di successo; 5 indica il locus of control esterno in caso di successo; 6 indica il locus of control interno in caso di fallimento; 7 indica il locus of control esterno in caso di fallimento; 8 indica le emozioni positive; 9 indica le emozioni negative.

dominio delle emozioni negative, grazie soprattutto alla diminuzione dei valori associati alle femmine ($\bar{X}_F = 2{,}2954, \bar{X}_M = 2{,}1055$). Si può anche osservare un aumento della differenza nel locus of control esterno in caso di successo per via della diminuzione del punteggio ad esso assegnato dalle femmine ($\bar{X}_F = 2{,}4517, \bar{X}_M = 2{,}6051$). Tratteremo più dettagliatamente delle variazioni in base al genere dal tempo t_0 al t_1, sfruttando la funzione filtro nell'analisi GLM per misure ripetute.

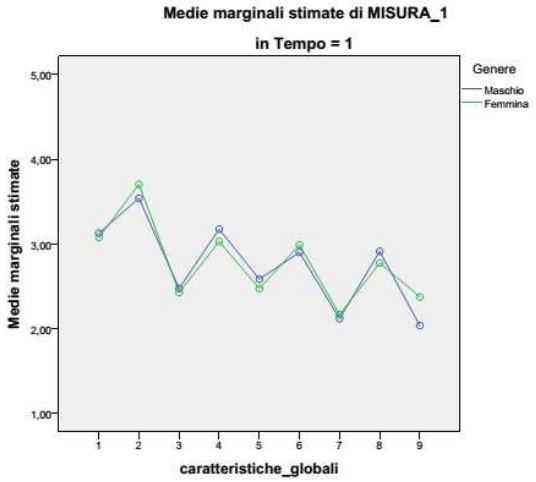


Figura 62 ANOVA tra-soggetti per genere al tempo t_0

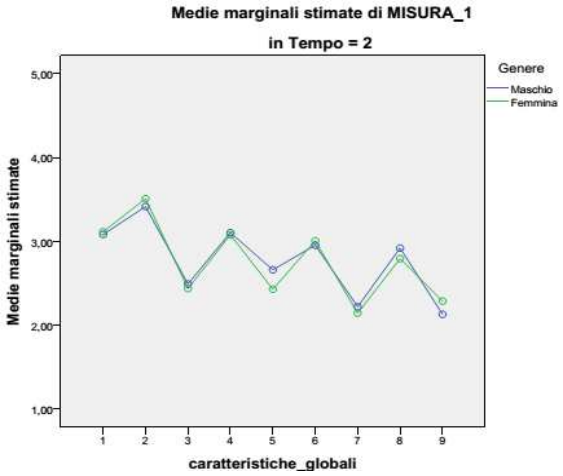


Figura 63 ANOVA tra-soggetti per genere al tempo t_1

Di più semplice esposizione sono i risultati ottenuti dall'analisi al tempo t_0 sul confronto tra i domini in base al livello di preparazione in matematica. Dai grafici in Figura 64 (e dalle tabelle nelle Figure da 173 a 180 in Appendice B.3.) si può osservare come per i domini appartenenti al gruppo caratteristiche motivazionali positive a livelli di preparazione maggiore corrispondano punteggi più alti e, viceversa, per le caratteristiche motivazionali negative a livelli minori corrispondono punteggi inferiori[84]. Fa eccezione il locus of control interno in caso di fallimento che, seppur componente delle caratteristiche motivazionali positive, diminuisce il suo valore all'aumentare del grado di preparazione degli studenti.

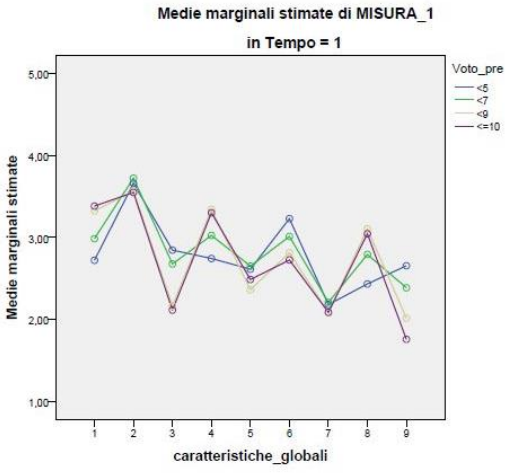


Figura 64 ANOVA tra-soggetti per livelli al tempo t_0

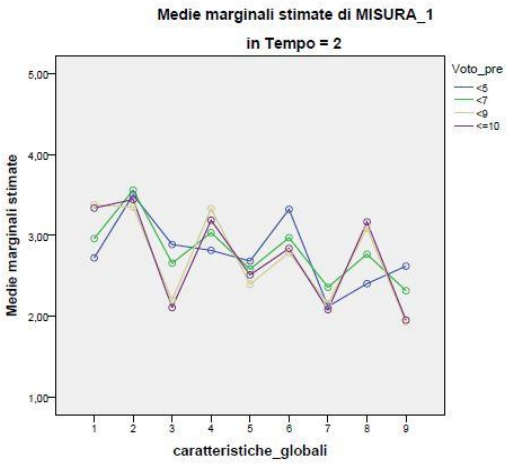


Figura 65 ANOVA tra-soggetti per livelli al tempo t_1

[84] Volendo fare una precisazione, i domini di motivazione estrinseca, locus of control esterno, sia in caso di successo che di fallimento, sono caratterizzati da un'inversione dei livelli 1 e 2, quindi i primi hanno valori superiori rispetto i secondi, anche se la differenza è minima (e.g. motivazione estrinseca: $\bar{X}_{L1} = 3{,}6953$; $\bar{X}_{L2} = 3{,}7509$). L'ordine per gli altri livelli prosegue invece come detto.

Al tempo t_1 l'ordine di disposizione dei vari livelli rispetto ai domini non è sostanzialmente cambiato[85], come si può notare dalla Figura 65 (e dalle tabelle in Figure da 173 a 180 in Appendice B.3.).
Grazie all'analisi GLM abbiamo confrontato il gruppo delle caratteristiche motivazionali positive[86] tra il tempo t_0 e t_1. Dopo aver attuato il test di sfericità di Mauchly, risultato significativo ($p = 0{,}000$) (Figura 66), abbiamo considerato il valore di correlazione di Greenhouse-Geisser ($F = 0{,}149$). Dall'osservazione della Figura 67, alla voce tempo*caratteristiche positive, si è potuto quindi concludere che non sussistono cambiamenti significativi ($p = 0{,}903$) per le differenti caratteristiche motivazionali positive nel tempo.

Test di sfericità di Mauchly[a]

Misura: Punteggi

Effetto tra soggetti	W di Mauchly	Appross. Chi-quadrato	gl	Sign.	Epsilon[b] Greenhouse-Geisser	Epsilon[b] Huynh-Feldt	Epsilon[b] Limite inferiore
tempo	1,000	,000	0	.	1,000	1,000	1,000
caratteristiche_positive	,324	330,805	5	,000	,581	,584	,333
tempo * caratteristiche_positive	,736	89,971	5	,000	,838	,846	,333

Figura 66 Test di sfericità di Mauchly per le caratteristiche motivazionali positive[87]

Test di effetti entro soggetti

Misura: Punteggi

Origine		Somma dei quadrati di tipo III	gl	Media quadratica	F	Sign.	Parametro di non centralità	Potenza osservata[a]
tempo	Sfericità presunta	,022	1	,022	,105	,746	,105	,062
	Greenhouse-Geisser	,022	1,000	,022	,105	,746	,105	,062
	Huynh-Feldt	,022	1,000	,022	,105	,746	,105	,062
	Limite inferiore	,022	1,000	,022	,105	,746	,105	,062
Errore (tempo)	Sfericità presunta	62,304	295	,211				
	Greenhouse-Geisser	62,304	295,000	,211				
	Huynh-Feldt	62,304	295,000	,211				
	Limite inferiore	62,304	295,000	,211				
caratteristiche_positive	Sfericità presunta	26,101	3	8,700	14,007	,000	42,020	1,000
	Greenhouse-Geisser	26,101	1,743	14,971	14,007	,000	24,420	,996
	Huynh-Feldt	26,101	1,753	14,890	14,007	,000	24,553	,997
	Limite inferiore	26,101	1,000	26,101	14,007	,000	14,007	,962
Errore (caratteristiche_positive)	Sfericità presunta	549,712	885	,621				
	Greenhouse-Geisser	549,712	514,314	1,069				
	Huynh-Feldt	549,712	517,113	1,063				
	Limite inferiore	549,712	295,000	1,863				
tempo * caratteristiche_positive	Sfericità presunta	,055	3	,018	,149	,930	,448	,078
	Greenhouse-Geisser	,055	2,515	,022	,149	,903	,375	,075
	Huynh-Feldt	,055	2,539	,022	,149	,905	,379	,076
	Limite inferiore	,055	1,000	,055	,149	,700	,149	,067
Errore (tempo*caratteristiche_positive)	Sfericità presunta	109,513	885	,124				
	Greenhouse-Geisser	109,513	741,960	,148				
	Huynh-Feldt	109,513	748,860	,146				
	Limite inferiore	109,513	295,000	,371				

a. Calcolato utilizzando alfa = ,05

Figura 67 Test effetti entro soggetti per caratteristiche motivazionali positive

[85] Puntualizzando, il locus of control esterno in caso di successo subisce una piccola inversione tra i livelli 1 e 2 al tempo t_1, presentandosi nell'ordine già descritto che caratterizza i domini delle caratteristiche motivazionali negative ($\bar{X}_{L1} = 2{,}6406$; $\bar{X}_{L2} = 3{,}2{,}5704$).
[86] Nei grafici di Figure 68, 72, 73, 76, 77, 78 e 79, relativi alle caratteristiche motivazionali positive, vale la seguente legenda: 1 indica la motivazione intrinseca; 2 indica il locus of control interno in caso di successo; 3 indica il locus of control interno in caso di fallimento; 4 indica le emozioni positive.
[87] Legenda:
a. Progettazione: intercettazione
   Progettazione entro soggetti: tempo + caratteristiche_positive + tempo * caratteristiche_positive.
b. Può essere utilizzato per adattare i gradi di libertà per i test di importanza mediati. I test corretti sono visualizzati nella Tabella test entro soggetti.

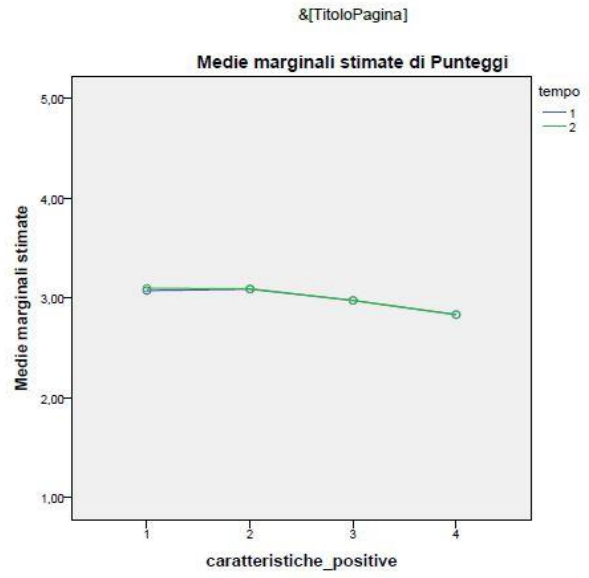


Figura 68 Caratteristiche motivazionali positive ai tempi t_0 (1) e t_1 (2)

Analizzando le caratteristiche motivazionali negative[88], facendo riferimento al valore di correlazione di Greenhouse-Geisser ($F = 8{,}230$) (test di sfericità di Mauchly non superato ($p = 0{,}014$)), si sono riscontrate differenze altamente significative nell'interazione tempo*caratteristiche negative ($p = 0.000$), oltre che per i fattori caratteristiche negative ($p = 0{,}000$) e tempo ($p = 0{,}004$). Si è potuto quindi concludere che tra i due tempi t_0 e t_1 si verificano cambiamenti significativi per le differenti caratteristiche negative (Figure 69 e 70).
Poiché nel tempo le caratteristiche motivazionali negative cambiano in modo significativo, essendo l'interazione altamente significativa, occorre procedere con il confronto multiplo per evidenziare quale combinazione tempo*caratteristiche negative sia rilevante. I domini risultati significativi sono stati la motivazione estrinseca ed le emozioni negative con una diminuzione della media da t_0 a t_1 rispettivamente di 0,18000 ($p < 0{,}0001$) e 0,07071 ($p < 0{,}05$).

Test di sfericità di Mauchly[a]

Misura: Punteggi

Effetto tra soggetti	W di Mauchly	Appross. Chi-quadrato	gl	Sign.	Epsilon[b] Greenhouse-Geisser	Epsilon[b] Huynh-Feldt	Epsilon[b] Limite inferiore
tempo	1,000	,000	0	.	1,000	1,000	1,000
caratteristiche_negative	,799	65,450	9	,000	,892	,904	,250
tempo * caratteristiche_negative	,931	20,780	9	,014	,966	,981	,250

Figura 69 Test di sfericità di Mauchly per le caratteristiche motivazionali negative

[88] Nei grafici di Figure 68, 71, 74, 75, 80, 81, 82 e relativi alle caratteristiche motivazionali negative, vale la seguente legenda: 1 indica la motivazione estrinseca; 2 indica la demotivazione, 3 indica il locus of control esterno in caso di successo; 4 indica il locus of control esterno in caso di fallimento; 4 indica le emozioni negative.

Test di effetti entro soggetti

Misura: Punteggi

Origine		Somma dei quadrati di tipo III	gl	Media quadratica	F	Sign.	Parametro di non centralità	Potenza osservata[a]
tempo	Sfericità presunta	1,845	1	1,845	8,274	,004	8,274	,818
	Greenhouse-Geisser	1,845	1,000	1,845	8,274	,004	8,274	,818
	Huynh-Feldt	1,845	1,000	1,845	8,274	,004	8,274	,818
	Limite inferiore	1,845	1,000	1,845	8,274	,004	8,274	,818
Errore (tempo)	Sfericità presunta	65,545	294	,223				
	Greenhouse-Geisser	65,545	294,000	,223				
	Huynh-Feldt	65,545	294,000	,223				
	Limite inferiore	65,545	294,000	,223				
caratteristiche_negative	Sfericità presunta	755,695	4	188,924	352,852	,000	1411,409	1,000
	Greenhouse-Geisser	755,695	3,568	211,799	352,852	,000	1258,971	1,000
	Huynh-Feldt	755,695	3,617	208,916	352,852	,000	1276,342	1,000
	Limite inferiore	755,695	1,000	755,695	352,852	,000	352,852	1,000
Errore (caratteristiche_negative)	Sfericità presunta	629,653	1176	,535				
	Greenhouse-Geisser	629,653	1048,987	,600				
	Huynh-Feldt	629,653	1063,461	,592				
	Limite inferiore	629,653	294,000	2,142				
tempo * caratteristiche_negative	Sfericità presunta	4,040	4	1,010	8,230	,000	32,918	,999
	Greenhouse-Geisser	4,040	3,864	1,046	8,230	,000	31,801	,998
	Huynh-Feldt	4,040	3,922	1,030	8,230	,000	32,277	,998
	Limite inferiore	4,040	1,000	4,040	8,230	,004	8,230	,816
Errore (tempo*caratteristiche_negative)	Sfericità presunta	144,338	1176	,123				
	Greenhouse-Geisser	144,338	1136,078	,127				
	Huynh-Feldt	144,338	1153,098	,125				
	Limite inferiore	144,338	294,000	,491				

a. Calcolato utilizzando alfa = ,05

Figura 70 Test di effetti entro soggetti per caratteristiche motivazionali negative

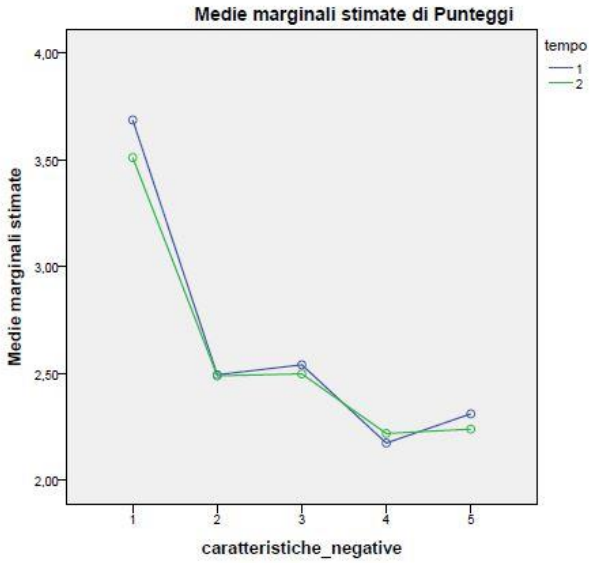


Figura 71 Caratteristiche motivazionali negative ai tempi t_0 (1) e t_1 (2)

Nel caso della motivazione estrinseca decrescono in particolare gli item 2 ("…non voglio avere il debito"), 3 ("… mi potrebbe essere utile per superare i test di ingresso all'università o per un mio futuro lavoro"), 8 ("… ho paura di prendere brutti voti") e 35 ("…mi piace svolgere compiti che so già fare"). In quello delle emozioni negative vi è un calo soprattutto negli item 45 (inadeguatezza), 48 (depressione), 56 (irritazione), 57 (rabbia) e 58 (paura).

	Item 2	Item 3	Item 8	Item 35
Differenza medie tra t_1 e t_0	-0,3131	-0,2121	-0,2660	-0,2020

Tabella 7 Differenze delle medie degli item 2, 3, 8, 35 tra il tempo t_1 e t_0

	Item 45	Item 48	Item 56	Item 57	Item 58
Differenze medie tra t_1 e t_0	-0,1010	-0,1010	-0,1010	-0,2256	-0,1650

Tabella 8 Differenze delle medie degli item 45, 48, 56, 57 e 58 tra il tempo t_1 e t_0

Con la GLM per misure ripetute, sfruttando la funzione filtro per selezionare il genere, abbiamo valutato l'eventuale presenza di differenze significative per caratteristiche motivazionali positive e negative.
Svolgendo le analisi sulle caratteristiche positive non sono emerse differenze significative né per maschi né per femmine (vedi in Figure 181, 182, 193 e 194 in Appendice B.3.). Infatti, dopo il test di sfericità di Mauchly, non superato per entrambi i generi (rispettivamente $p = 0{,}000$, $p = 0{,}000$), si è fatto riferimento al valore di correlazione di Greenhouse-Geisser (rispettivamente $F = 0{,}121$, $F = 0{,}369$) che, appunto, non è significativo (rispettivamente $p = 0{,}926$, $p = 0{,}735$).

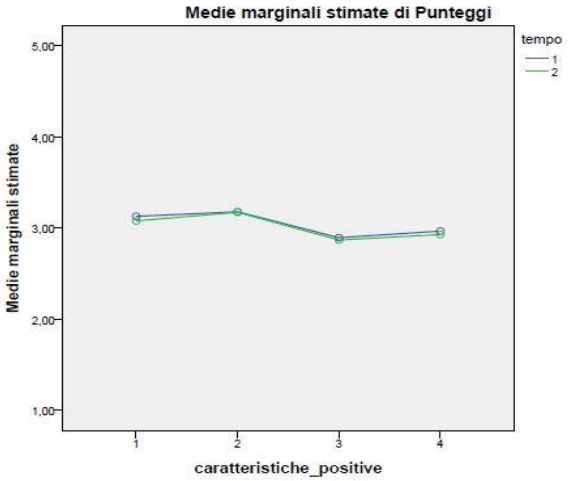


Figura 72 Caratteristiche positive per genere maschile al tempo t_0 (1) e t_1 (2)

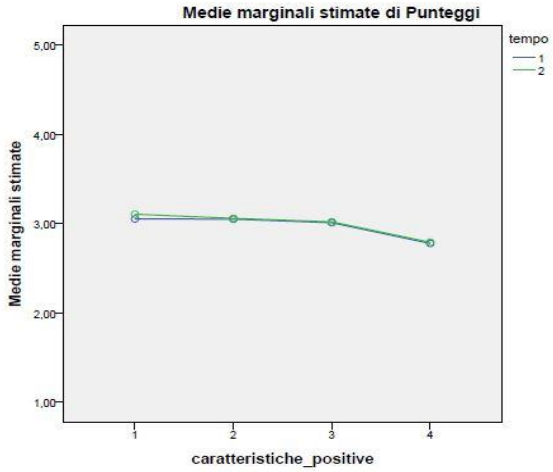


Figura 73 Caratteristiche positive per genere femminile al tempo t_0 (1) e t_1 (2)

Al contrario per l'interazione tra caratteristiche motivazionali negative e tempo si sono evidenziate differenze significative per entrambi i generi (vedi Figure 183, 184, 195 e 196 in Appendice B.3.). Sia per maschi che per femmine il test di sfericità di Mauchly non è stato superato (rispettivamente $p = 0{,}040$, $p = 0{,}014$), si è quindi fatto riferimento al valore di correlazione di Greenhouse-Geisser (rispettivamente $F = 6{,}577$, $F = 3{,}507$) che, appunto, è significativo (rispettivamente $p = 0{,}000$, $p = 0{,}009$). Per la caratteristica tempo si sono evidenziate differenze significative solo per il genere femminile ($p = 0{,}000$).

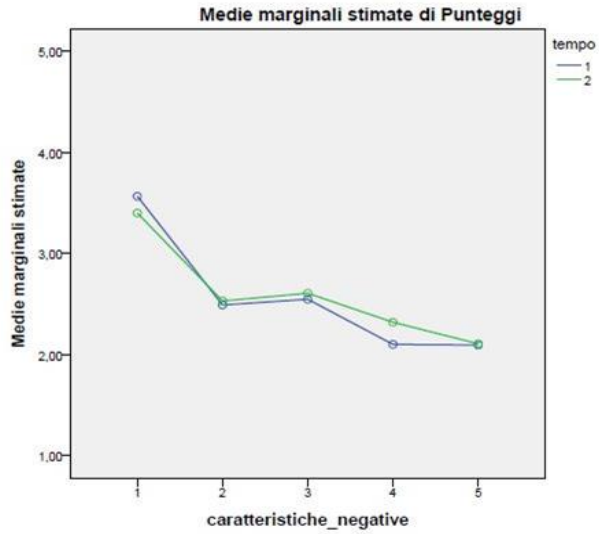


Figura 74 Caratteristiche negative per genere maschile al tempo t_0 (1) e t_1 (2)

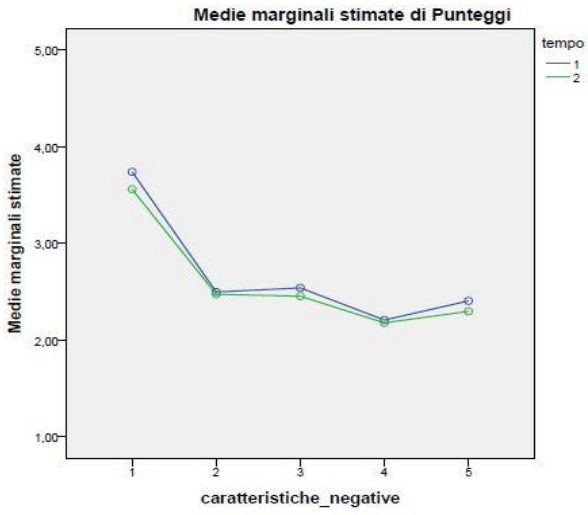


Figura 75 Caratteristiche negative per genere femminile al tempo t_0 (1) e t_1 (2)

In particolare, per il genere femminile, i domini che hanno influito sono la motivazione estrinseca e le emozioni negative, con una diminuzione della media da t_0 a t_1 rispettivamente di 0,1862 ($p < 0{,}0001$) e 0,1096 ($p < 0{,}01$). Per il genere maschile invece, i domini che hanno influito sono la motivazione estrinseca e il locus of control esterno in caso di fallimento, con una diminuzione della media del primo da t_0 a t_1 di 0,1662 ($p < 0{,}001$) e una aumento di quella del secondo di 0,2188 ($p < 0{,}01$).

	Item 25	Item 27	Item 28	Item 30
Differenza medie tra t_1 e t_0	0,1818	0,3068	0,2273	0,1591

Tabella 9 Differenza delle medie degli item 25, 27, 28, 30 del dominio locus of control esterno in caso di fallimento

Abbiamo ripetuto il procedimento per il campione suddiviso nelle classi di livello di preparazione in matematica. Nuovamente non si sono riscontrate differenze significative per le caratteristiche motivazionali positive in tutti i livelli. Riassumiamo i risultati più importanti nella Tabella 10 riportando i dati originali in appendice (Figure da 185 a 188 e da 197 a 200 in Appendice B.3.).

	Sign. Test di sfericità di Mauchly	Valore di correlazione di riferimento	F	p	Sign.
Livello 1	0,001	Greenhouse-Geisser	0,957	0,391	ns
Livello 2	0,000	Greenhouse-Geisser	0,091	0,950	ns
Livello 3	0,000	Greenhouse-Geisser	1,480	0,228	ns
Livello 4	0,183	Sfericità presunta	0,231	0,874	ns

Tabella 10 Test di Mauchley e Correzione di Greenhouse-Geisser per i livelli da 1 a 4 nelle caratteristiche motivazionali positive

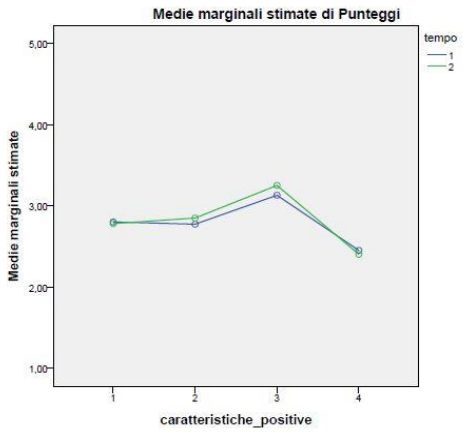


Figura 76 Caratteristiche positive per livello 1
al tempo t_0 (1) e t_1 (2)

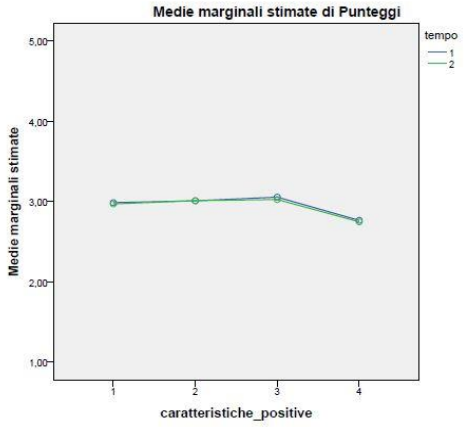


Figura 77 Caratteristiche positive per livello 2
al tempo t_0 (1) e t_1 (2)

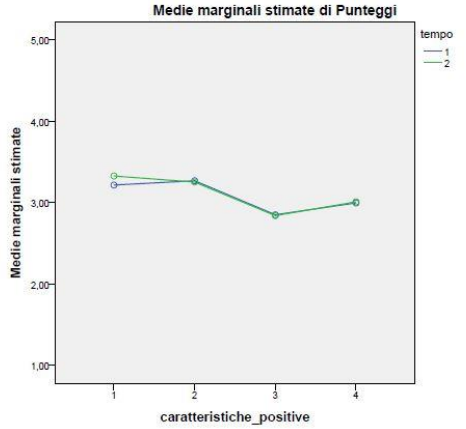


Figura 78 Caratteristiche positive per livello 3
al tempo t_0 (1) e t_1 (2)

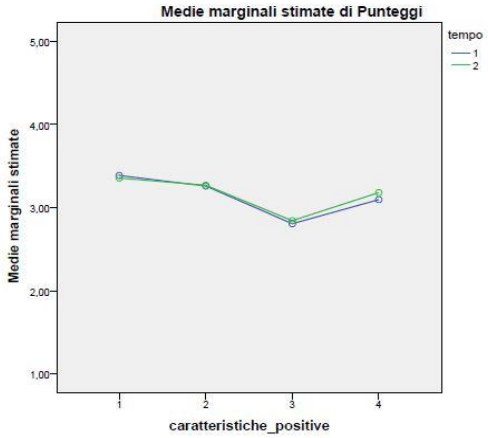


Figura 79 Caratteristiche positive per livello 4
al tempo t_0 (1) e t_1 (2)

Nel caso dell'interazione tra le caratteristiche motivazionali negative e il tempo sono emerse differenze altamente significative per i livelli 2, 3, significative per il livello 4 e non significative per il livello 1. Riassumiamo i risultati più importanti nella Tabella 11 riportando i dati originali in Appendice B.3. (Figure da 189 a 192 e da 201 a 204). Si è potuta evidenziare una significatività per la caratteristica del tempo solo per i livelli 2 ($p = 0{,}025$) e 3 ($p = 0{,}053$).

	Sign. Test di sfericità di Mauchly	Valore di correlazione di riferimento	F	p	Sign.
Livello 1	0,930	Sfericità presunta	1,232	0,301	ns
Livello 2	0,004	Greenhouse-Geisser	4,425	0,002	sì
Livello 3	0,134	Sfericità presunta	4,167	0,003	sì
Livello 4	0,967	Sfericità presunta	2,380	0,056	sì

Tabella 11 Test di Mauchley e Correzione di Greenhouse-Geisser
per i livelli da 1 a 4 nelle caratteristiche motivazionali negative

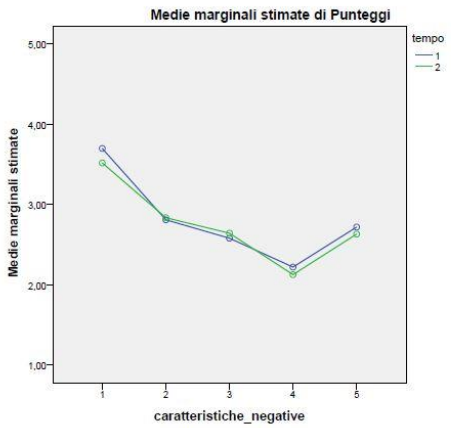


Figura 80 Caratteristiche negative per livello 1 al tempo t_0 (1) e t_1(2)

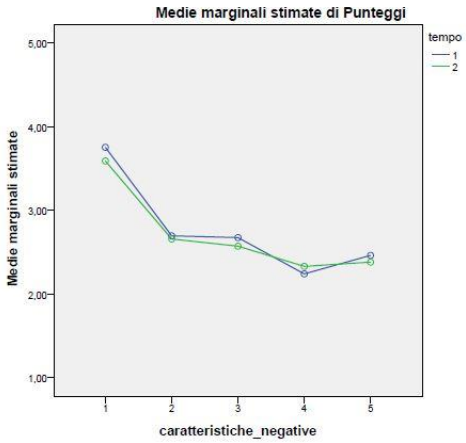


Figura 81 Caratteristiche negative per livello 2 al tempo al tempo t_0 (1) e t_1(2)

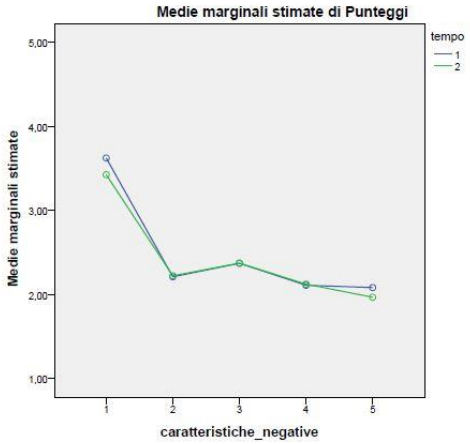


Figura 82 Caratteristiche negative per livello 3 al tempo t_0 (1) e t_1 (2)

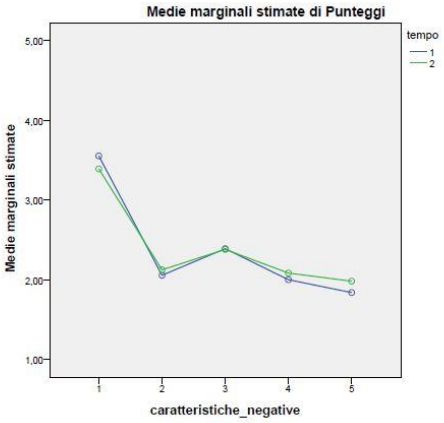


Figura 83 Caratteristiche negative per livello 4 al tempo t_0 (1) e t_1 (2)

In particolare per i livelli 2 e 3 i domini che hanno influito sono la motivazione estrinseca e le emozioni negative, con una diminuzione della media da t_0 a t_1 come mostrato in Tabella 12:

	Motivazione estrinseca		Emozioni negative	
	Differenza	Significatività	Differenza	Significatività
Livello 2	0,1629	$p < 0{,}001$	0,08048	$p < 0{,}05$
Livello 3	0,2066	$p < 0{,}001$	0,1203	$p < 0{,}01$

Tabella 12 Differenza e significatività dei domini motivazione estrinseca ed emozioni negative per il livelli 1 e 2

Ciò che ha influito sul livello 4 è invece il dominio delle emozioni negative, con un aumento della media da t_0 a t_1 pari a 0,1429 ($p < 0{,}05$). Gli item che sembrano aver avuto un maggior aumento sono il 45 (inadeguatezza), il 54 (apatia), il 57 (rabbia), il 59 (ansia) e il 61 (disgusto), come mostrato in Tabella 13.

	45 (inadeguatezza)	54 (apatia)	57 (rabbia)	59 (ansia)	61 (disgusto)
Differenza media tra t_0 e t_1	0,2222	0,3333	0,2222	0,2222	0,2963

Tabella 13 Differenza delle medie degli item 45, 54, 57, 59, 61 del dominio emozioni negative per il livello 4

6.4. Discussione

Iniziamo la discussione dei risultati con un esito che, seppur frutto di un'analisi di tipo esplorativo, pensiamo possa dare una maggior solidità alla nostra ricerca. Dal calcolo dell'alfa di Cronbach si evince che più della metà dei domini (motivazione intrinseca ed estrinseca, demotivazione, emozioni positive e negative) ha una buona coerenza interna, dunque gli item contenuti in ognuno di essi misurano tutti lo stesso costrutto. Il questionario sembra quindi essere attendibile nell'indagine dei domini elencati. Diverso invece per i quelli riguardanti il locus of control, che hanno dimostrato avere una coerenza scarsa o insufficiente. Si è però osservato dall'analisi item-totale che l'eliminazione di alcuni item non avrebbe migliorato in modo considerevole il valore dell'alfa di Cronbach, per tale ragione abbiamo scelto di non modificare i contenuti dei domini, considerando anche che essi sono composti da soltanto 4 item[89]. Inoltre le finalità di questa tesi non sono legate alla costruzione di un questionario e alla sua validazione, lo strumento di indagine dovrebbe essere semplicemente il mezzo attraverso cui si esplorano determinati domini.

Svolgendo queste verifiche abbiamo inoltre ritrovato risultati noti anche in letteratura. Quando sono stati riuniti i locus of control interni, senza distinzione tra i due possibili scenari di successo e fallimento, si è ottenuto un valore fortemente scadente, pari a $0{,}002$. Ciò ha dato un ulteriore conferma alle dichiarazioni di D'Alessio et al. (2007), i quali sostengono l'importanza di differenziare lo stile attributivo che utilizza lo studente in base al riuscito o mancato raggiungimento degli obiettivi preposti. Gli autori evidenziano la difficoltà di delineare un tratto stabile della tendenza attributiva, che resti indipendente dal contenuto, dal contesto e dalla possibilità di riuscita in un determinato compito: "può capitare che lo studente attribuisca a sé i propri successi e agli altri i propri insuccessi oppure nelle varie circostanze utilizzi uno stile piuttosto che un altro" (p. 43). Per tale ragione in ambito scolastico ritengono sia preferibile creare uno strumento che differenzi l'attribuzione di causalità in caso di successo e insuccesso. Ciò sembra essere stato verificato anche dal nostro questionario riferito specificatamente alla matematica.

Durante le analisi statistiche descrittive, così come in quelle inferenziali, abbiamo ottenuto anche dati che esulano dal nostro obiettivo principale, ossia quello di studiare l'eventuale influenza del flipped learning applicato all'insegnamento-apprendimento della matematica sui fattori motivazionali. Tali informazioni si sono dimostrate spesso interessanti, rivelando la condizione relativa a certi aspetti affettivi e motivazionali nella disciplina (prima di cominciare le sperimentazioni). Diverse le considerazioni che abbiamo potuto fare su di essi, alcune delle quali erano già state effettuate in studi precedenti sulla motivazione in ambito psicologico, proprio come abbiamo appena mostrato con il locus of control. Ritrovare nel campo specifico della motivazione in matematica risultati noti in quello più generico della motivazione ad apprendere, ci sembra di per sé un esito rilevante del nostro lavoro, seppur "collaterale".

Ulteriori fatti condivisi da psicologi e pedagogisti sono stati riscontrati dalle indagini sulla correlazione lineare tra i domini. Poiché non vi sono differenze sostanziali tra le conclusioni tratte dai risultati ai tempi t_0 e t_1, svolgeremo alcune riflessioni limitandoci solo agli esiti della prima somministrazione.

Facendo riferimento alla Figura 61, considerando la prima colonna relativa alla motivazione intrinseca, si nota come essa sia correlata positivamente in modo significativo con il locus of control interno in caso di successo. Ritroviamo quindi parzialmente, anche nello studio della matematica, i risultati di Ryan e Connell (1989), secondo cui all'aumentare del livello di motivazione intrinseca o del grado di autodeterminazione in quella estrinseca, il locus of control diventa tendenzialmente più interno al soggetto. Vi è invece una correlazione negativa con il dominio della demotivazione, che diminuisce all'aumentare della

[89] Come consigliato da Howitt e Cramer (2014).

motivazione intrinseca. In effetti già D'Alessio et al. (2007), svolgendo alcune analisi di correlazione tra la demotivazione e l'autoregolazione, osservarono una correlazione negativa tra i due domini. Ciò significa che all'aumentare della demotivazione diminuisce la presenza di autoregolazione in un dato comportamento, che alla luce del nostro quadro teorico si traduce in uno spostamento del livello di motivazione provata lungo il continuum allontanandosi da quella intrinseca. Tali conclusioni sono proprio quelle emerse dal nostro studio applicato all'insegnamento-apprendimento della matematica.
Infine rintracciamo alcuni esiti della ricerca di Kasser e Ryan (1996) nel fatto seguente: la motivazione intrinseca risulta essere correlata in modo positivo e negativo rispettivamente con emozioni positive e negative. Gli autori infatti mettono in evidenza un aumento della presenza di affettività positiva[90] all'accrescere della motivazione intrinseca o del livello di autodeterminazione in quella estrinseca, oltre a una diminuzione di sentimenti come angoscia, depressione, ecc. Tale fatto è stato rinvenuto, appunto, anche dalla correlazione lineare della demotivazione con i due domini relativi alle emozioni, rinforzando ulteriormente i nostri risultati.
Procedendo nel commento della tabella già nominata osserviamo come la demotivazione sia correlata con tutti i quattro domini del locus of control. Tale correlazione risulta essere negativa con il locus of control interno in caso di successo e positiva in caso di fallimento, quindi all'aumentare del livello di demotivazione vi è una tendenza ad attribuire a se stessi i cattivi risultati, ma non quelli buoni. Ciò si verifica più in generale con la motivazione ad apprendere, infatti è noto come gli studenti in situazione di impotenza appresa[91], condizione che conduce appunto alla demotivazione (Barbero Vignola e Duca, 2014), abbiano esattamente le attribuzioni causali da noi descritte. Il soggetto tende a interpretare qualsiasi risultato negativo come dipendente dalle abilità insufficienti possedute e viceversa il raggiungimento di un obiettivo desiderato come il frutto di un caso, indipendente da sé (Seligman, 1975).
Tornando ai risultati emersi dal nostro studio sulla demotivazione, viene messa in evidenza una correlazione positiva significativa con il locus of control esterno, sia in caso di successo che di fallimento. Sembra quindi che uno studente più è demotivato più tende ad attribuire a cause esterne sia i buoni che i cattivi risultati in matematica. Seppur tali conclusioni sembrano entrare parzialmente in opposizione con le considerazioni proposte in precedenza, non è difficile pensare che un soggetto demotivato, con la convinzione che qualsiasi sua azione in matematica risulterebbe completamente inutile, abbia la tendenza a percepire ogni risultato, positivo o negativo che sia, come estraneo e indipendente da sé.
Altri dati significativi mettono in relazione il locus of control interno con le emozioni. Esso si correla positivamente con le emozioni positive in caso di successo e con quelle negative in caso di fallimento. Parrebbe quindi che quando gli studenti si attribuiscono il merito dei propri buoni risultati in matematica essi provino più spesso emozioni positive, viceversa quando si percepiscono come la causa dei loro insuccessi aumenti la frequenza delle emozioni negative. Inoltre queste ultime correlano positivamente anche con il locus of control esterno in caso di fallimento; in effetti è plausibile pensare che un alunno possa provare emozioni come rabbia o irritazione quando pensa che i propri cattivi risultati nella disciplina siano dovuti a cause esterne. Infine il dominio del locus of control esterno in caso di successo non sembra correlare con le emozioni ($r = 0{,}253, p = 0{,}000$).

[90] In psicologia con affettività positiva si intende un aspetto delle funzioni psichiche che definiscono lo spettro dei sentimenti e delle emozioni positive, quali gioia, soddisfazione, serenità, contentezza, ecc. in risposta all'ambiente in cui l'individuo vive e alle relazioni sociali di cui si circonda.
[91] L'impotenza appresa, trattata anche nel paragrafo 2.5.1, è una situazione in cui un soggetto si trova ad essere quando la sua tendenza attributiva all'abilità diventa uno stile consolidato e viene associato a ripetuti fallimenti, convincendolo del fatto che non riuscirà mai a raggiungere il suo obiettivo qualunque cosa faccia (Seligman, 1975).

Il legame tra le attribuzioni causali e le emozioni era già stato evidenziato da Weiner (1979) il quale associa alle:

- attribuzioni a impegno e abilità (locus interno) in caso di successo emozioni intense a valenza positiva come soddisfazione, orgoglio e fiducia in sé;
- attribuzioni a impegno e abilità (locus interno) in caso di fallimento emozioni intense a valenza negativa come senso di colpa, vergogna, depressione, apatia;
- attribuzioni a facilità del compito, fortuna e aiuto degli altri (locus esterno) in caso di fallimento sia sorpresa che emozioni negative come la rabbia;
- attribuzioni a facilità del compito, fortuna e aiuto degli altri (locus esterno) in caso di successo soprattutto la sorpresa ed emozioni positive come la gratitudine.

Ci sembra quindi che i nostri risultati nel campo specifico disciplinare siano confermati da quelli più generici dell'autore. In particolare si osservi che l'unico locus of control in cui non è emersa una correlazione con le emozioni è quello esterno in caso di successo, che secondo Weiner si riconduce per lo più ad emozioni neutre come la sorpresa, dovuta al risultato inatteso.

Concludiamo questo inciso mettendo in evidenza la correlazione negativa emersa tra emozioni negative e positive. Sembra evidente che gli alunni che provano più frequentemente emozioni positive durante lo studio della matematica tendano a fare meno regolarmente esperienza di emozioni negative, e viceversa.

Sfruttando gli output ottenuti dall'ANOVA per misure ripetute tra soggetti abbiamo potuto svolgere alcune considerazioni interessanti sulle differenze di genere e quelle legate al grado di preparazione in matematica durante lo studio della materia, a prescindere dal flipped learning.

Dai risultati esposti nel paragrafo precedente si può evincere come le differenze emerse in dipendenza del sesso dei soggetti siano minime, quella più evidente è sicuramente relativa alle emozioni negative, provate con una frequenza maggiore dalle femmine. In letteratura non vi è una concordanza unanime sull'argomento nel campo della motivazione: ad esempio prime ricerche sembravano rilevare una distinzione dello stile attributivo dei maschi (alle abilità in caso di successo) rispetto quello delle femmine (all'impegno in caso di successo, alle abilità in caso di fallimento), sia in matematica (e.g. Fennema e Peterson, 1985; Benenson e Dweck, 1986) che nelle altre discipline (e.g. Bar Tal, 1978), ma studi più recenti non evidenziano più tale differenza, o per lo meno non risulta essere così marcata (Meece et al., 2006). Maggior coesione si trova invece nello studio delle differenze di genere rispetto alle emozioni, in cui indagini sia recenti che di più vecchia data, applicati specificatamente all'apprendimento-insegnamento della matematica, mostrano il livello maggiore di emozioni negative, in particolare ansia, ma anche vergogna e rassegnazione, che provano studenti di sesso femminile rispetto quelli di sesso maschile. Viceversa, emozioni positive come gioia e orgoglio sono provare meno frequentemente dai primi rispetto ai secondi, anche a parità di risultati (Frenzel et al., 2007). I dati da noi raccolti sembrano quindi trovare conferma in lavori precedenti legati allo studio della matematica.

Si è inoltre osservato come il grafico in Figura 62 si trasformi dopo l'applicazione dell'unità di apprendimento in modalità flipped (in Figura 63). Sembra che il livello delle emozioni negative provate dal sesso femminile diminuisca, riducendo il gender gap per quel dominio. Inoltre le posizioni assunte dai punteggi dei due generi nel locus of control esterno in caso di fallimento si invertono, così il livello delle studentesse diventa minore di quello degli studenti. Queste semplici osservazioni sono state confermate dai risultati ottenuti dai GLM per misure ripetute sui sottocampioni distinti per genere che commenteremo nel seguito.

Passiamo ora alla distinzione in classi per livello. Ciò che emerge è che gli studenti con una preparazione migliore tendono a essere più motivati intrinsecamente in matematica rispetto quelli meno preparati e, al contrario, ad essere meno demotivati. Le differenze tra le classi di livello sono invece minime per la motivazione estrinseca, quindi pare che le ragioni

esterne, come le valutazioni e il desiderio di apparire competente, influiscono indifferentemente su tutti gli allievi che studiano questa disciplina. I dati ottenuti sembrano essere confermati da quelli di D'Alessio et al. (2007), di carattere più generale, secondo cui studenti che ottengono valutazioni di maturità più alte tendono a possedere un livello di motivazione intrinseca maggiore e di demotivazione minore. Gli autori non trovano inoltre nessun tipo di correlazione con la motivazione estrinseca.
I punti in comune con il lavoro citato non sono finiti, infatti viene evidenziato anche al suo interno una tendenza dei più preparati (nel loro caso a livello scolastico, nel nostro in ambito matematico) ad avere un locus of control interno in caso di successo con una maggior frequenza rispetto ai meno pronti. Gli alunni che ottengono risultati migliori attribuiscono i loro successi a ragioni interne come impegno e abilità, e non a quelle esterne, come la fortuna. In caso di fallimento invece la situazione si ribalta, almeno nei dati da noi raccolti, sono infatti gli alunni con una preparazione in matematica più bassa a collocare le cause dentro di sé. Gli altri due domini dei locus hanno valori abbastanza simili al variale del livello di preparazione in matematica, quindi sembra che l'attribuzione esterna, sia in caso di successo che di fallimento, non dipenda dalla carriera matematica.
Concludiamo trattando le emozioni che, dal grafico Figura 64, appaiono essere influenzate dal livello di istruzione matematica. In particolare chi possiede una preparazione migliore tende a provare emozioni positive con maggior frequenza durante lo studio della disciplina, e meno spesso quelle negative. Anche in tal caso riscontriamo risultati noti in psicologia (e.g. Pekrun, 2006) anche nel campo specifico dell'insegnamento-apprendimento della matematica.
Passiamo ora al commento dei risultati ottenuti dall'analisi inferenziale, il fulcro di questa tesi. Dalla Figura 67 si evince che nella nostra sperimentazione l'adozione del flipped learning per l'apprendimento-insegnamento della matematica non sembra aver influito sulle caratteristiche denominate motivazionali positive. Quindi non si è verificato un aumento significativo della motivazione intrinseca, un incremento delle emozioni positive e uno spostamento verso l'interno del locus of control. A differenza di ciò che avevamo ipotizzato pare che la scelta di un approccio didattico ipotetico (attuato mediante strategie di active learning) e la proposta di stimoli sfidanti, non abbiano influito a sufficienza sulla curiosità e l'interesse degli allievi, almeno nelle condizioni in cui è stata sviluppata la nostra sperimentazione. Nonostante il tentativo di creare un ambiente non competitivo, un clima di comprensione e aiuto da parte del docente, focalizzato sui processi piuttosto che sui prodotti in grado di stimolare la responsabilità del proprio apprendimento, il locus of control non è stato percepito più interno rispetto ad una normale lezione di matematica, e le emozioni positive non sono aumentate in frequenza. Si osservi però che tali caratteristiche non sono neanche diminuite e questo di per sé è un risultato degno di nota, seppur non corrisponda all'ipotesi da noi fatta: il flipped learning non porta a un abbassamento del livello di motivazione intrinseca, della frequenza di emozioni positive provate e a un'esternalizzazione del locus of control.
Differenze significative sono state invece evidenziate per le caratteristiche motivazionali negative. In particolare risulta che gli studenti durante il percorso didattico abbiano diminuito la motivazione estrinseca, quindi abbiano avuto un comportamento meno controllato dall'esterno durante lo studio della matematica. Questo potrebbe essere dovuto alla diminuzione di incentivi esterni da parte dell'insegnante che attribuisce un peso minore alla valutazione sommativa in favore di quella formativa; in effetti gli aspetti che diminuiscono maggiormente sono legati alla paura di prendere brutti voti e a quella di avere il debito. Forse anche l'ambiente non competitivo che la metodologia riesce a realizzare può aver contribuito alla diminuzione dell'importanza data alla valutazione e al mostrarsi all'altezza agli occhi degli altri.

L'altro dominio che ha subito una diminuzione significativa è quello delle emozioni negative. Si nota un calo di frequenza soprattutto nell'inadeguatezza, nel sentimento di depressione, nell'irritazione, nella rabbia e nella paura. Pensiamo che ciò sia dovuto alle medesime ragioni dette in precedenza che favoriscono la creazione di un clima disteso (abbassamento del grado di paura, rabbia e irritazione) e non giudicante (riduzione dell'inadeguatezza).
Le ipotesi fatte nel paragrafo 6.1 sono dunque solo parzialmente verificate: la presenza di differenze significative si limita infatti ai domini di motivazione estrinseca ed emozioni negative, che diminuiscono come avevamo supposto.
I risultati ottenuti dall'analisi globale si sono ripetuti anche nell'analisi sul campione suddiviso per genere: non si è verificato alcun effetto significativo nelle caratteristiche motivazionali positive né per i maschi né per le femmine, ma si è registrato un cambiamento significativo per entrambi i generi per quanto riguarda le caratteristiche motivazionali negative. Entrambe le classi hanno infatti evidenziato una diminuzione della motivazione estrinseca, che indica un loro comportamento meno controllato e più autodeterminato durante lo svolgimento di attività matematiche, come già riscontrato nei risultati ottenuti dall'intero campione. Inoltre, per il sesso femminile si è registrato un calo delle emozioni negative: hanno cioè provato emozioni quali ansia, paura, disgusto e frustrazione meno spesso rispetto ad una lezione frontale. Ciò non è altrettanto vero per gli individui di sesso maschile, per cui si evidenzia invece un aumento del locus of control esterno in caso di fallimento: è stato quindi attributo in modo maggiore a fattori esterni le cause dei propri insuccessi, soprattutto all'insegnate (percepito come ingiusto) e alla sfortuna. Tale differenza non solo conferma la nostra ipotesi iniziale relativa alla differenza di genere nelle modalità di influenza del flipped learning, ma spiega meglio alcune osservazioni svolte sui dati ottenuti dal confronto tra maschi e femmine prima e dopo la sperimentazione (Figure 62 e 63). Ci si riferisce in particolare alla diminuzione del gender gap del dominio emozioni negative al tempo t_1 rispetto al t_0 che era stato evidenziato in precedenza: ora si può concludere che ciò è dipeso da una diminuzione del punteggio delle femmine in tale dominio, confrontato con quello dei maschi che è rimasto invariato. Si ritrova inoltre anche "l'inversione delle posizioni" dei due generi relativamente al locus of control esterno in caso di fallimento, che ora possiamo dire essere dovuto ad un aumento del dominio da parte dei maschi.
L'analisi del campione ripartito per livelli ha evidenziato che in nessuno di essi si sono verificati effetti significativi nelle caratteristiche motivazionali positive. Prendendo in considerazione le caratteristiche motivazionali negative, abbiamo osservato che sono presenti differenze significative solamente per i livelli 2, 3 e 4. Chi ha beneficiato maggiormente dell'applicazione del flipped learning sono stati gli studenti con una preparazione valutata tra il 7 e il 9, i quali hanno provato emozioni negative più di rado rispetto a una lezione tradizionale di matematica e hanno sviluppato una motivazione meno controllata dall'esterno. Anche gli alunni con voti compresi tra il 5 e il 7 hanno mostrato miglioramenti negli stessi ambiti dei loro colleghi appartenenti al livello 3, ma in misura leggermente minore.
Gli studenti con un livello di preparazione in matematica estremamente basso non hanno fatto riscontrare effetti significativi né per le caratteristiche motivazionali positive, né per quelle negative. Questo potrebbe dipendere dalle caratteristiche degli elementi del sottocampione, spesso caratterizzati da stili motivazionali di impotenza appresa, derivata dai ripetuti fallimenti nella materia diventati ormai consuetudine. Situazioni di questo tipo non sono impossibili da trattare, ma i percorsi di recupero dovrebbero essere appositamente costruiti sui singoli soggetti e i tempi necessari per ottenere risultati dovrebbero essere adeguatamente lunghi (De Beni e Moè, 2000), sicuramente superiori ai due mesi della nostra sperimentazione.

Gli alunni con voti superiori al 9 si contraddistinguono dagli altri in quanto sono i soli ad aver subito un peggioramento significativo, seppur minimo, nelle caratteristiche motivazionali negative, in particolare nel dominio delle emozioni. All'interno di queste ultime, sono incrementate in particolar modo l'apatia, il disgusto, l'inadeguatezza, la rabbia e l'ansia. Il nostro parere è che questo effetto possa essere dovuto all'incertezza e al cambiamento che l'introduzione di un nuovo metodo e di una nuova figura all'interno della classe possa portare. Gli studenti, in possesso già di un ottimo rendimento in matematica potrebbero aver provato ansia nell'approcciarsi alla materia diversamente rispetto al solito, paura di non essere in grado di confermare le proprie capacità o votazioni, e di conseguenza rabbia. Tutto ciò potrebbe aver condotto addirittura ad un aumento del sentimento di disgusto durante lo svolgimento delle attività matematiche.
La nostra ipotesi iniziale, che prevedeva gli studenti con un livello medio-basso mostrare maggiori effetti positivi, non può essere confermata completamente considerando che sono quelli con un livello medio-alto ad aver avuto i maggior benefici sulla tipologia di motivazione e le emozioni. Si noti però che, come avevamo congetturato, non si sono evidenziate differenze per le classi di studenti con valutazioni molto alte o molto basse.

6.5. Conclusioni

Riassumendo, possiamo osservare che non tutte le ipotesi iniziali sono state verificate. Infatti l'analisi GLM per misure ripetute svolta sull'intero campione non ha evidenziato nessuna differenza significativa sui domini considerati, tranne per la motivazione estrinseca e le emozioni negative, che appaiono essere minori dopo la somministrazione dell'unità di apprendimento in modalità flipped. Questo potrebbe essere dovuto alla riduzione di incentivi esterni da parte dell'insegnante durante la lezione di matematica, che attribuisce un peso minore al voto come elemento classificatorio e valorizza invece un clima d'aula non competitivo anche mediante l'utilizzo di strategie di peer education.
Non sono stati evidenziate aumenti significativi nei domini a valenza positiva, né sul campione completo né suddiviso in classi; questo per noi trova giustificazione nel fatto che le strategie didattiche attive, tra cui il flipped learning, necessitano di tempi lunghi per poter far registrare i loro effetti (Carletti e Varani, 2005) e che il costrutto della motivazione in matematica è piuttosto stabile e poco malleabile (Hannula, 2012). Le sperimentazioni da noi effettuate hanno avuto invece la durata di circa due mesi, forse un lasso di tempo troppo breve per poter sortire effetti evidenti negli alunni, ma nonostante ciò riteniamo che i risultati evidenziati siano soddisfacenti e incoraggianti. Per questa ragione sarebbe auspicabile e interessante, in previsione di ricerche future, svolgere sperimentazioni con tempistiche più lunghe, ad esempio un semestre o un intero anno scolastico.
Sul campione diviso in classi sono state attuate anche analisi di genere, da cui si è potuto osservare una diversa modalità del flipped learning di agire su maschi e femmine durante lo studio della matematica, come avevamo ipotizzato. Infatti, anche se entrambi fanno evidenziare una diminuzione significativa dei livelli di motivazione estrinseca, i primi hanno un aumento del locus of control esterno, mentre le seconde una diminuzione delle emozioni negative. Tale differenza di influenza ha permesso una riduzione del gender gap presente nell'ultimo dominio nominato.
Risultati interessanti sono emersi anche dalle analisi per livello di preparazione nella disciplina. I livelli medi (il 2 e il 3) sono quelli che hanno evidenziato una diminuzione significativa nei domini di motivazione estrinseca ed emozioni negative, ma a differenza di ciò che avevamo congetturato non è stato il livello medio-basso (il 2) a trarre maggior beneficio, ma quello medio-alto (il 3). Non sono state registrate differenze significative per il livello più basso di preparazione (l'1) forse per via della complessità e singolarità della situazione di ogni studente, che andrebbe trattata in modo specifico e con tempistiche più lunghe. Neanche per il livello più alto (il 4) sono emerse diminuzioni significative delle

caratteristiche motivazionali positive, anzi, si è verificato un incremento significativo, anche se minimo, sulla frequenza di emozioni negative, forse dovuto agli elementi di novità inseriti nella quotidianità scolastica a loro già congeniale così com'era.
Tra gli spunti per la ricerca futura, visti i risultati promettenti emersi dalla suddivisione in classi (seppur non fosse il nostro scopo principale), potrebbero inserirsi alcuni approfondimenti sull'influenza che il flipped learning può avere sul gender gap, anche a livello qualitativo, per comprendere le ragioni che sottendono questo eventuale cambiamento. Similmente, la differenza tra livelli potrebbe essere studiata maggiormente nel dettaglio, pensando anche ad una suddivisione più fine, qui non scelta esulando dal nostro obiettivo principale. Si potrebbero prevedere anche studi qualitativi aggiuntivi, per comprendere approfonditamente come e perché la metodologia influisce soprattutto su certi livelli di preparazione matematica rispetto ad altri.

7. Analisi narrativa

Non v'è causa d'errore più frequente che la ricerca della verità assoluta.

Samuel Butler

Nel presente capitolo svolgeremo un'analisi dei testi narrativi raccolti al termine dello svolgimento della sperimentazione descritta nei capitoli precedenti. L'obiettivo non è più quello di ricercare differenze significative, da poter imputare alla metodologia utilizzata, sui livelli di motivazione intrinseca ed estrinseca, sulla frequenza delle emozioni provate a valenza positiva e negativa o sulla locazione delle cause attribuite ai propri successi e insuccessi. Piuttosto ciò che si vuole fare è cercare di comprendere *come* il flipped learning ha condizionato i precedenti fattori, restando aperti alla possibilità di aspetti influenzati dalla metodologia fin qui non ancora presi in considerazione.

7.1. Ipotesi

Generalmente negli studi narrativi non ci sono ipotesi a priori, la direzione specifica dello studio emerge dalla lettura del materiale. La ricerca narrativa, essendo interpretativa, è sempre personale, parziale e dinamica. Le ipotesi vengono generate durante la lettura e l'analisi del testo e possono essere arricchite ulteriormente rileggendo e ridefinendo le dichiarazioni teoriche in un sempre crescente circolo di comprensione (Lieblich et al., 1998).

7.2. Materiali e metodi

In questo paragrafo tratteremo dettagliatamente dello strumento d'indagine utilizzato e del metodo scelto per svolgere l'analisi narrativa, oltre che del campione sul quale è stata attuata.

7.2.1. Strumento di indagine

Lo strumento di ricerca scelto, coerentemente all'obiettivo di ricerca, è il tema strutturato. Si tratta quindi di materiale cosiddetto narrativo, sempre più frequente nella ricerca interpretativa[92], in particolare in quella sull'affect. Questionari a risposta chiusa, come quello in scala Likert usato per l'analisi statistica in questa tesi, cominciano a essere sempre più criticati. Di Martino (2011), ad esempio, asserisce che questo tipo di strumenti "obbligano" la persona a dover prendere posizione su aspetti considerati rilevanti dal ricercatore, ma non necessariamente dal soggetto, impedendo inoltre l'emergere di idee personali. Secondo Di Martino, per indagare sui fattori affettivi mediante strumenti di self-report, è importante che questi diano la maggior libertà di espressione possibile, permettendo a chi scrive di prendere

[92] Diversi ricercatori (e.g. Stake, 1995) tendono ad abbinare, quasi come fossero sinonimi, i termini positivista/quantitativo e interpretativo/qualitativo. Dissentono invece altri autori (e.g. Cohen e Manion, 1994), osservando come la distinzione tra paradigma normativo e interpretativo sia una scelta epistemologica, mentre quella tra analisi qualitativa e quantitativa sia metodologica. Infatti ciò che caratterizza la scelta di un paradigma interpretativo non è tanto quello di evitare analisi statistiche, quanto più rifiutare un tipo di approccio causa-effetto con l'obiettivo di predire i comportamenti piuttosto di comprenderne i motivi (Di Martino e Zan, 2011). In accordo con questi ultimi sono state svolte sul materiale narrativo raccolto sia analisi di tipo qualitativo che quantitativo.

decisioni autonome su cosa sia importante dire e cosa no. L'analisi di queste decisioni può dare informazioni interessanti, come la centralità psicologica, collegamenti non logici e una dimensione temporale (Di Martino e Zan, 2011).
Sono queste le ragioni per cui si è scelto di utilizzare il tema strutturato. L'obiettivo è quello di comprendere come gli studenti hanno interpretato l'esperienza di apprendimento della matematica mediante l'utilizzo del flipped learning, e non di tentare l'improbabile compito di ricostruire fatti oggettivi. A sostegno di ciò riportiamo le parole di Bruner (1990) secondo cui

> "non importa se il racconto si conformerà a quanto possono sostenere gli eventuali testimoni dei fatti, né siamo alla ricerca di questioni oscure dal punto di vista ontologico, come se il riscontro è davvero contradditorio o verosimile. Siamo invece interessati a ciò che la persona pensa di aver fatto, ai motivi per cui pensa di averlo fatto, in quali tipi di situazione pensava di trovarsi e così via" (tr. It, p.116).

In altre parole, non si crede che la narrazione sia una precisa rappresentazione della realtà, essa resta comunque un costrutto ipotetico che non può essere mai completamente accessibile nella ricerca, ma neanche si può considerare del tutto relativo. Infatti le narrazioni sono solitamente costruite sulla base del risultato di un evento della vita che permette una certa libertà di individualità e originalità nella selezione, nell'aggiunta, nell'enfasi e nell'interpretazione dei "fatti ricordati" (Lieblich et al., 1998).
La consegna del tema proposto alla prima classe che ha aderito alla sperimentazione è stata la seguente: *Racconta l'esperienza che hai vissuto durante il progetto Flipped Math! Specifica anche quali aspetti hai apprezzato di più e quali di meno, motivando le tue affermazioni.* Gli elaborati prodotti sono risultati essere molto impersonali, paragonabili a una relazione piuttosto che a una narrazione. Per tale ragione si è scelto di modificare il testo, specificando quali aspetti approfondire nel racconto, nel tentativo di far emergere considerazioni legate alla sfera personale e affettiva degli allievi: *Racconta come hai vissuto l'esperienza del progetto Flipped Math! (Quali sensazioni e quali emozioni hai provato? Com'è stato il tuo rapporto con la matematica? Ti sei sentito motivato? Quanto, come e perché?). Specifica anche quali secondo te sono gli aspetti maggiormente positivi e negativi in questo percorso.* Consapevoli del rischio di influenzare la risposta degli alunni, sappiamo anche come in questo genere di analisi le parti di materiale narrativo legate al contesto di ricerca non sempre emergano spontaneamente, a volte è necessaria una domanda più particolareggiata del ricercatore (Lieblich et al., 1998). Nonostante la nostra scelta di dare una direzione più decisa alla traccia del tema, abbiamo cercato di restare abbastanza vaghi, non esplicitando il nostro focus sulla motivazione, ma facendo trasparire piuttosto un interesse generale verso i fattori affettivi. Questi ultimi possono in aggiunta fornire informazioni importanti considerando l'influenza reciproca che hanno con quelli motivazionali.

7.2.2. Composizione del campione

La scrittura del tema è stata assegnata a tutte le classi al termine dell'intero progetto. È stato chiesto che la traccia fosse svolta individualmente al di fuori dell'aula, così da assicurare ad ognuno un ambiente tranquillo e delle tempistiche adeguate alla riflessione e all'autoanalisi. Tale scelta ha però comportato la mancata consegna di alcuni studenti; su un totale di 341 allievi a cui era stata assegnata la traccia definitiva, solo il 64% (ossia 217 alunni) ha riconsegnato l'elaborato. La composizione del campione su cui è stato possibile svolgere l'analisi narrativa è la seguente (riportata in Tabella 14):

- 42 appartenenti al Liceo scientifico A. Roiti, suddivisi in due classi terze composte da 20 e 22 studenti;

- 74 appartenenti al Liceo classico L. Ariosto, suddivisi in due classi terze composte da 15 e 15 studenti e tre classi quarte composte da 20 e 24 studenti;
- 20 appartenenti al Liceo artistico Dosso Dossi, suddivisi in due classi 3° composte da 8 e 12 studenti;
- 61 appartenenti all' I.I.S. V. Bachelet, suddivisi in quattro classi terze, composte da 8, 13, 18, 21 studenti;
- 12 appartenenti all'I.I.S. L. Einaudi, iscritti a una classe terza;
- 9 appartenenti al Liceo Scientifico di Bondeno, iscritti a una classe terza.

Istituto di appartenenza	n° iscritti	Percentuale (%)
Liceo scientifico A. Roiti	42	19,35%
Liceo classico L. Ariosto	74	34,10%
Liceo artistico Dosso Dossi	20	9,22%
I.I.S. V. Bachelet	60	27,65%
I.I.S. L. Einaudi	12	5,53%
Liceo scientifico di Bondeno	9	4,15%
Tot.	217	100,00%

Tabella 14 Suddivisione del campione in dipendenza della scuola di provenienza

L'insieme dei testi raccolti non può certo considerarsi rappresentativo dell'intero campione e ciò potrebbe dare meno valore all'analisi quantitativa, ma fornire comunque informazioni interessanti a livello qualitativo.

7.2.3. Metodi

Nelle analisi dei testi di tipo narrativo di solito non è richiesta una replicabilità dei risultati come criterio di validità, ma ogni decisione interpretativa deve essere adeguatamente giustificata. I componenti che partecipano al processo sono almeno tre: il narratore, rappresentato dal testo, il *theoretical framework*, che fornisce i costrutti e gli strumenti per l'interpretazione, e un monitoraggio riflessivo dell'atto della lettura e interpretazione, un autocontrollo dei processi decisionali che portano alle conclusioni sul materiale.
Per l'analisi del materiale vi sono due principali dimensioni indipendenti: olistico vs categoriale e contenutistico vs forma.
Lavorando in una prospettiva categoriale si disseziona la storia originale in parti, frasi o gruppi di parole che vengono inserite in particolari categorie. Nel approccio olistico la storia del narratore è presa nel suo intero e le sezioni del testo sono interpretate contestualmente alle altre parti del testo. Il primo approccio viene solitamente utilizzato quando si è interessati a un fenomeno condiviso da un gruppo di persone, mentre il secondo quando l'obiettivo dello studio consiste nell'analisi dello sviluppo di una particolare caratteristica del soggetto.
L'analisi dei contenuti si concentra, come suggerisce il nome stesso, sui contenuti espliciti di una dichiarazione: cosa accade, perché, chi ha partecipato all'evento, ecc. Nell'analisi della forma ci si concentra invece sulla struttura della trama, sulla sequenza degli eventi in relazione con l'asse temporale, sulla complessità, sulla coerenza, sulle sensazioni evocate dalla storia, sullo stile narrativo, sulla scelta di metafore o parole e altro.
I vari approcci possono abbinarsi creando quattro tipologie di lettura:

- contenutistico-olistico, chiamato anche *case studies*;
- olistico-strutturale;

- categoriale-contenutistico, detto anche *content analysis*;
- categoriale-strutturale.

Ognuna delle quattro modalità è più adatta per un certo tipo di ricerca, di tipologia di testo, e dimensione del campione analizzato, anche se le distinzioni esplicitate non sono sempre così nette nella realtà (Liebliche et al., 1998).
Per l'analisi qui proposta si è scelto di orientarsi verso un approccio categoriale-contenutistico poiché il fenomeno da noi studiato è condiviso all'interno di un gruppo di persone, ossia le classi aderenti alla sperimentazione, e il nostro interesse riguarda la comprensione del pensiero degli studenti rispetto l'esperienza *flipped* vissuta, insieme alle ragioni che lo sottendono.
Il primo step della nostra analisi è stato quello di selezionare le parti rilevanti dei temi sulla base delle domande di ricerca, assemblandole poi insieme a creare un nuovo testo contenente tutte le affermazioni riguardanti l'area studiata. Le parti sono state interpretate indipendentemente dal contesto, anche se a volte quest'ultimo è stato usato per validare un'ipotesi o come aiuto in un'interpretazione. La seconda fase è consistita nella definizione dei contenuti delle categorie. Queste ultime corrispondono a diversi temi e prospettive che tagliano longitudinalmente le parti di testo selezionate e favoriscono un significato della classificazione e delle sue unità: parole, frasi o gruppi di frasi. Le categorie possono essere definite a priori in base alla teoria di riferimento oppure in modo empirico dalla lettura del testo. Nella nostra analisi la definizione delle categorie è collegata alla fase successiva di organizzazione delle parti di testo nelle categorie mediante una procedura circolare. Le due modalità di definizione non sono diverse come sembrano, infatti chi ricava le categorie in modo empirico è comunque guidato dalla teoria di riferimento (la definizione delle categorie da noi utilizzate si trova in Appendice C.1.). Il terzo step, come anticipato, è stato quello di riordinare il materiale nelle categorie (il file contenente l'assegnazione di ogni frammento testuale alla rispettiva categoria si trova in Appendice C.3.). Le frasi in ogni categoria possono essere contate, tabulate, ordinate secondo frequenza e soggette ad analisi quantitativa, sempre in relazione all'obiettivo alla domanda di ricerca (il file contenente questi risultati si trova in Appendice C.2.). In alternativa le categorie possono essere usate descrittivamente per formulare una rappresentazione di un fattore in un certo gruppo di persone. Anche se a volte in questo genere di ricerche il numero di partecipanti non è particolarmente alto, il numero di frasi estrapolate dai testi può diventare davvero elevato. Nella quarta e ultima fase abbiamo dedotto alcune conclusioni dai risultati ottenuti.

7.3. Risultati e discussione

Prima di presentare le conclusioni dedotte dai risultati ottenuti vogliamo fare ancora alcune osservazioni. Già dalla lettura preventiva dei temi è emerso un secondo aspetto importante da considerare: alcuni di questi erano composti da poche righe, spesso contenenti frasi generali e non molto significative, che facevano trasparire una riflessione superficiale. Per mostrare un raffronto dello spettro del materiale raccolto proponiamo nel seguito quattro temi completi[93]; nei primi due è stata riscontrata fortemente la problematica appena espressa, mentre gli ultimi due, al contrario, si presentano ricchi nei contenuti e nei significati.

> "Questa esperienza è stata molto interessante rispetto alle lezioni fatte durante l'anno. La spiegazione degli argomenti è stata molto chiara, quindi per me è stato più semplice studiare per la verifica." [Maddalena, Istituto professionale]

[93] Tutti i nomi riportati, qui e nel seguito, sono di fantasia e la loro utilità è solo quella di etichetta per poter richiamare un testo facendo riferimento al nome associato.

"Sinceramente penso che il metodo tradizionale di studio sia più efficace perché lavorando in gruppo si crea una gran confusione. Tutto sommato non è stata una brutta esperienza, però mi sarebbe piaciuto viverla diversamente." [Matteo, Liceo scientifico]

"A parer mio il percorso è da dividersi in due parti: una iniziale e una successiva. Durante la prima fase, conoscitiva, ho avvertito un sottile distacco e disinteresse nei confronti delle lezioni proposte dalla prof.ssa [...], un po' per l'estraneità della sua figura, un po' per i nuovi e sconosciuti argomenti presentati, che sarebbero stati poi oggetto di studio. Questa prima tappa è stata però superata non appena si è notata la differenza e la novità riguardo il metodo di insegnamento: video, presentazioni e immagini focalizzate, che integravano una spiegazione ottimamente centrata e non dilungata, venivano presentate in classe e successivamente condivise con ogni alunno via posta elettronica. L'appoggio a piattaforme come Youtube e la condivisione di documenti in formato digitale ha fatto assaporare quello in cui, secondo me, si trasformerà il sistema di insegnamento da qui a poco, o almeno spero. In questo modo, infatti, si risparmierebbe in fattori di tempo e mobilità, avendo accesso a file e internet anche da cellulare mobile (quindi SEMPRE e OVUNQUE), le esercitazioni e lo studio possono essere svolti con più facilità e immediatezza; ma anche, ovviamente, materiali, carta e denaro liquido (si pensi ai prezzi assurdi cui vengono venduti libri di testo o eserciziari). In generale l'esperienza mi è piaciuta molto, è stata formativa e costruttiva da tutti i punti di vista: abbiamo lavorato in gruppi stabiliti dalla prof.ssa e quindi abbiamo stretto o rinforzato magari alcuni rapporti; siamo venuti a conoscenza di strumenti, materiali, nuove tecnologie che si inserivano e che erano inerenti con la teoria del percorso di studio; infine, ripeto, abbiamo sperimentato una sorta di insegnamento 2.0, attraverso le nuove tecnologie. È un percorso interessante e che dovrebbe essere espanso a tutte le classi ed anche ad altre materie; in termini di rendimento e soddisfazione frutta visibilmente di più rispetto ad un tradizionale insegnamento a tavolino. Sono contenta di avere avuto la possibilità di provare questa esperienza, vi ho tratto vittorie e conoscenze, spero quanto detto sopra, in un rinnovamento del sistema scolastico." [Virginia, Liceo classico]

"Premetto col dire che ho sempre ripudiato la matematica come i bambini ripudiano il dentista, e questo percorso mi ha aiutata ad apprezzarla un po' di più. Con questa materia ho avuto problemi già da piccola, perennemente un passo indietro agli altri; non sono una grande studiosa, anzi, ma la matematica è quel pallino fisso che spesso mi ha fatto sentire ignorante, perché le altre materie vanno studiate, lei capita. Ho sempre pensato d'essere io il problema e quindi ho anche smesso di provarci, a capirla; eppure, nonostante le valutazioni non esattamente brillanti, ora so che grazie a questo percorso un po' l'ho capita, e che forse non ero sempre io il problema ma avevo bisogno di stimolo, abbastanza per far nascere curiosità e farmeli fare, gli esercizi, invece di osservare la consegna inebetita. Mi sono sempre sentita dire che 'la matematica è per i pigri'. Non ci ho mai creduto: troppe formule, lettere e numeri insieme; la matematica è per chi vuole sfidare se stesso, trovare un ordine tra le cose. Ora, lei che va capita, mi piace." [Asia, Liceo artistico]

Un'ulteriore distinzione può essere fatta tra i temi statici, che tracciano un bilancio finale dell'esperienza, e quelli dinamici, che descrivono l'evoluzione del vissuto durante l'esperienza. Seppur entrambi forniscano indicazioni utili per comprendere cosa, al termine del percorso, è stato apprezzato o meno, i secondi sono tipicamente più ricchi di informazioni riguardo agli eventuali cambiamenti, ai momenti in cui sono avvenuti e alle ragioni che lo hanno provocato, ma sono purtroppo anche più rari. Nel nostro campione in effetti solo un ottavo delle narrazioni si possono considerare dinamiche, le altre invece sono statiche. A

titolo esplicativo riportiamo due temi per intero, il primo classificato come statico, il secondo invece come dinamico.

> "Trovo che ci siano aspetti positivi e negativi in questa esperienza del progetto flipped math. Quelli positivi sono: lavorare in gruppo, che ha reso la lezione più divertente e ha fatto crescere in noi più spirito di collaborazione di aiuto verso i compagni in difficoltà. Lavorare con degli esempi che illustravano l'argomento o casi particolari inerenti adesso (specchio ustorio, telescopio di casse grande, eccetera.) che hanno aumentato la nostra attenzione il nostro impegno per capirle comprenderli. Lavorare con foto e video che ci hanno permesso di inquadrare meglio l'argomento. Lavorare con il materiale in pdf, molto più chiaro e sintetico del libro di matematica di scuola. Quelli negativi sono stati lavorare ricavando la teoria degli esercizi, poiché non essendo abituati a questo metodo, i concetti teorici non gli abbiamo assimilati subito come invece avremmo fatto se avessimo lavorato prima sulla teoria e poi sulla pratica." [Linda, Liceo scientifico]

> "Inizierei con il dirvi grazie, grazie per ciò che ho potuto apprendere e mettere in pratica nella vita quotidiana. Inizialmente se devo essere sincero, ero un po' scettico riguardante questo progetto, da come era stato presentato non sembrava molto entusiasmante come mi sembrò la prima lezione. Era tutto nuovo e strano, non ci capivo un granché, e poi diciamocelo, la matematica non era il mio forte e mi annoiava assai. Solo dopo qualche lezione trovai interessante il progetto, grazie a voi trovai interessante pure la matematica tanto che mi impegnai anche a casa. Ero sempre più interessato, mi sentivo coinvolto e a mio agio, cominciai a propormi sempre più in classe (e credo lo abbiate ben notato) anche perché i vari calcoli delle formule mi venivano automatici e spontanei. Questa passione verso la matematica sta tuttora aumentando, […] e tutto questo grazie al vostro interesse che mi avete trasmesso! Concludendo potrei sicuramente dirvi che rifarei altre mille volte questo progetto e sempre con voi. Grazie ancora." [Vittorio, Liceo artistico]

7.3.1. Aspetti cognitivi e affettivi

Come anticipato l'obiettivo della nostra analisi è tentare di comprendere quali caratteristiche del flipped learning possano influenzare i fattori motivazionali, e più in generale quelli affettivi, degli studenti. Perciò, durante la prima fase di selezione del materiale, ci siamo concentrati proprio su quelle parti che esprimevano opinioni positive e negative sulla metodologia, per identificare "quali caratteristiche", ma anche su considerazioni riguardo aspetti cogniti e affettivi, per determinare "quali influenze". Cominciamo trattando proprio queste ultime.

Numerosi i frammenti di testo dedicati alle considerazioni sull'utilità della metodologia per l'apprendimento o per l'organizzazione dello studio. Proponiamo di seguito alcuni esempi[94]:

> "L'esperienza Flipped Math! mi è stata molto d'aiuto per la comprensione di questa materia: ho capito molti argomenti che in precedente non riuscivo ad assimilare." [Claudia, Liceo artistico]

> "Ritengo infine che sia stato molto utile e prezioso per consapevolizzarci negli argomenti trattati e aumentare le nostre conoscenze matematiche." [Chiaramaria, Liceo scientifico]

> "Infatti l'utilizzo del metodo deduttivo anziché quello induttivo per studiare le coniche è servito anche per sviluppare abilità logiche, imparando i concetti generali partendo da esempi." [Davide, Liceo scientifico]

[94] Gli esempi di brani proposti, qui come nel seguito, sono selezionati come rappresentativi della categoria all'interno del quale sono stati inseriti.

> "Un aspetto positivo del progetto è il fatto che eravamo molto seguiti, per esempio con la correzione dei compiti a casa volta per volta e di conseguenza lo studio della materia era costante." [Gemma, Liceo classico]

Affermazioni simili compaiono nel 55% del campione e, come si è potuto vedere dagli esempi di Davide e Gemma, non sempre hanno carattere generale, a volte forniscono informazioni utili per identificare quali aspetti della metodologia lo hanno favorito. Tali relazioni tra "quali caratteristiche" e "quali influenze" compariranno anche nei prossimi esempi e saranno indicazioni importanti che analizzeremo più nel dettaglio non appena terminata la breve panoramica quantitativa sulle categorie emerse.
Solo nel 10% dei temi sono presenti considerazioni riguardo la non funzionalità della metodologia ai fini dell'apprendimento:

> "Continuo a pensare che avere un professore che lezione per lezione spieghi dettagliatamente le cose sia comunque il metodo migliore." [Simona, Liceo scientifico]

> "Giunta al termine del progetto flipped math, mi rendo conto del fatto che le mie difficoltà e le mie incertezze riguardanti la disciplina non sono diminuite anzi, sotto alcuni aspetti mi sento ancora più inesperta." [Lucrezia, Liceo classico]

Seppur non esplicitamente richiesti dalla traccia del tema, gli aspetti cognitivi emersi ci sono sembrati utili per comprendere il più approfonditamente possibile il punto di vista degli studenti. Di maggior rilievo, considerando l'obiettivo della nostra ricerca, è stato analizzare i frammenti di testo relativi agli aspetti affettivi.
Vista la richiesta dichiarata all'interno della consegna del tema, numerose sono state le asserzioni esplicite riferite alla motivazione ad apprendere. Nel 20% delle narrazioni però queste ultime risultano essere molto vaghe, rendendo difficile l'interpretazione e la successiva classificazione tra la intrinseca ed estrinseca. Per rendere l'idea della difficoltà incontrata riportiamo i seguenti esempi:

> "Rispetto al metodo tradizionale di insegnamento apprendimento della materia, questo è più motivante" [Chiara, Liceo classico]

> "A mio parere questa esperienza è stata positiva, mi ha fatto maturare ed aiutato con la matematica motivandomi." [Federica, Istituto tecnico]

> "[…] la motivazione è stata tanta da una scala 1 a 10 direi 9." [Amedeo, Liceo classico]

Altri studenti sono stati invece più loquaci, fornendo indizi utili per la determinazione della tipologia di motivazione provata.

> "Mi sono sentita motivata soprattutto per alzare la media, non proprio positiva, soprattutto una decina di giorni prima del compito ha fatto molti esercizi in modo di arrivarci il più preparata possibile." [Giada, Liceo scientifico]

> "Devo dire che mi sono sentita molto motivata nel mettermi alla prova con argomenti che non conoscevo" [Amanda, Liceo classico]

Per classificare le diverse tipologie di motivazione ci siamo rifatti alla teoria dell'autodeterminazione di Deci e Ryan (1985), in particolare la sottoteoria *Organismic Integration Theory*. Le svariate asserzioni riguardanti questo ambito sono state suddivise in motivazione intrinseca, come quella di Amanda, in motivazione estrinseca, come quella di Giada, e in assenza di motivazione. Abbiamo deciso di inserire nella categoria della motivazione intrinseca anche quelle frasi riconducibili a una motivazione estrinseca con regolazione integrata; la nostra scelta è giustificata dall'alto numero di caratteristiche che le due tipologie di motivazione hanno in comune (Deci e Ryan, 2000). Tale categoria è una delle più importanti, considerando i nostri obbiettivi, e anche una delle più articolate e

numerose, comparendo nel 67% dei casi. Contiene quattro differenti sottocategorie riferibili a diverse dimensioni della motivazione intrinseca: curiosità, interesse, divertimento e coinvolgimento attivo.

> "Il metodo di spiegazione, oltre ad essere molto coinvolgente, era basato su fatti reali e molto strani (cucinare senza energia elettrica, la Chiesa di S. Andrea, il voltone del Podestà) quindi eri spronato dalla curiosità ad impegnarti per individuare la spiegazione dei fatti." [Maia, Istituto tecnico]

> "La maggior parte delle attività, proposte dalla Prof. [...], erano molto interessanti" [Thomas, Liceo classico]

> "[…] mi divertivo a svolgere gli esercizi e non saltavo neanche un compito perché era divertente e stimolante" [Gina, Liceo artistico]

> "Il progetto Flipped Math è stato molto interessante e coinvolgente mi sono sentita molto presa rispetto alle solite lezioni che svolgiamo in classe nelle quali è semplice distrarsi." [Agnese, Liceo scientifico]

Curiosità e interesse, manifestati rispettivamente da Maia e Thomas e presenti complessivamente nel 44% delle narrazioni, sono due dei costrutti principali del filone della motivazione intrinseca (De Beni e Moè, 2000) e vengono espresse nei temi in modo esplicito essendo due vocaboli di uso comune. Altrettanto usuale è il termine divertimento, menzionato da Gina e da un 28% del campione, proprio per questo impiegato anche da Middleton (1995) come sinonimo di motivazione intrinseca, con l'obiettivo di renderlo maggiormente comprensibile ad alunni e docenti nei suoi studi sperimentali. Si può avere ulteriore conferma della validità di tale scelta dalla ricerca empirica di Ryan e Connel (1992) in cui si evidenzia una forte correlazione lineare positiva tra la motivazione intrinseca e il divertimento. Infine nella sottocategoria chiamata coinvolgimento attivo abbiamo inserito le frasi del 24% degli studenti che come Agnese si sentono "molto presi" dall'attività. Spesso in questo tipo di esternazioni si trovano punti in comune con l'esperienza di flusso, un'altra nota componente della motivazione intrinseca, e per tale motivo da noi considerata come una sua sottocategoria.
I segnali della presenza di una motivazione estrinseca sono meno frequenti, solo nel 13% dei testi, e quasi tutti coincidono con il desiderio di prendere buone valutazioni o evitare quelle negative.

> "[…] mi sono sentita abbastanza motivata perché nelle verifiche, andando bene, volevo mantenere e ottenere sempre risultati così positivi." [Edera, Liceo artistico]

> "Mi sono sentito abbastanza motivato, e i miei voti sono aumentati rispetto a prima." [Mario, Istituto professionale]"

> "[…] con questo progetto mi sono sentita di ritornare brava come gli anni precedenti e sono molto fiera dei progressi che sono riuscita ad ottenere e anche di ciò che ho potuto mostrare alla mia insegnante!" [Sara, Istituto tecnico]

> "Questa tecnica innovativa in gruppi mi ha dato modo di confrontarmi coi compagni, ciò ha creato anche una sana competizione per evitare di sapere meno dei tuoi compagni del gruppo quindi motivandomi a studiare e ha saperne di più." [Emanuele, Istituto tecnico]

Sono pochi i riferimenti espliciti all'obiettivo di mostrare una buona immagine di sé, ma alcuni esempi sono stati appena proposti con le frasi di Sara ed Emanuele.
In tutti i casi sembra trattarsi di uno stile regolativo introiettato, o al più identificato, proprio per il rilievo che i narratori danno alla valutazione e al dimostrarsi competenti agli occhi degli altri o di se stessi.

Rare le espressioni di assenza di motivazione che compaiono nel 4% delle narrazioni, sempre in modo molto diretto:

> "Non mi sono pertanto sentita troppo motivata." [Rita, Liceo classico]

Restando all'interno del nostro theoretical framework, facendo riferimento in particolare alla sottoteoria *Cognitive Evaluation Theory* (Deci e Ryan, 1985), abbiamo interpretato alcune affermazioni degli studenti come indicazione della soddisfazione di uno dei bisogni psicologici fondamentali. Come argomentato nel capitolo 2 il soddisfacimento di uno di questi bisogni non necessariamente implica l'emergere di una motivazione intrinseca, ma può favorire un aumento del grado di regolazione dei comportamenti e quindi di avvicinamento a quest'ultima nel continuum motivazionale.
Grazie ad alcune considerazioni teoriche svolte nel capitolo 4 abbiamo ipotizzato che il flipped learning possa creare un ambiente di classe adeguato alla soddisfazione di questi bisogni, e i risultati ottenuti da questa classificazione potrebbero dare adito a tale possibilità.
Il bisogno soddisfatto con la frequenza maggiore è quello di relazionalità, emerso nel 36% dei temi:

> "[…] mi sono trovata spesso a spiegare alcune cose ai membri del mio gruppo che avevano perso una parte di spiegazione o non avevano capito qualcosa, e questo mi ha fatto piacere perché mi sono sentita "utile" e ascoltata" [Eva, Liceo classico]
>
> "Personalmente il mio gruppo mi piaceva, ed è stato anche di aiuto, perché così ho conosciuto meglio le mie compagne che è dal primo anno che le conosco." [Lorella, Liceo artistico]
>
> "Nonostante le difficoltà è stata veramente una bellissima esperienza, sia dal punto di vista lavorativo sia da quello umano, e ringrazio sia la professoressa […], sia il mio gruppo per avermela resa più piacevole e stimolante." [Marco, Liceo classico]
>
> "Vi ringrazio per la vostra disponibilità nell'ascoltare i nostri dubbi per la pazienza che avete portato" [Alba, Liceo scientifico]

Si tratta due volte su tre della soddisfazione del bisogno di relazionalità con i propri compagni, avvenuto in alcuni casi grazie alla costruzione o al mantenimento di legami in ambito sociale, come accaduto per Lorella, in altri è dovuto invece al senso di appartenenza ad un gruppo con cui ci si identifica percependosi degni e approvati, come espresso da Eva. Le frasi restanti, tra cui quelle di Marco e Alba, si riferiscono invece al bisogno di relazionalità con il docente, dal quale sembra si sentano apprezzati e rispettati.
Il soddisfacimento del bisogno di competenza viene espresso nel 15% dei temi:

> "Mi sono sentita abbastanza motivata dal fatto che in classe capivo gli argomenti, mentre prima non mi sentivo affatto motivata poiché in classe gli argomenti con la prof mi sembravano molto complessi e poco chiari." [Martina, Liceo scientifico]
>
> "La parte migliore del progetto è stato la soddisfazione di riuscire a completare le verifiche come se fossi portata per la matematica, cosa che non sono." [Elisa, Istituto tecnico]
>
> "Però poi, con lo scorrere del tempo, il mio atteggiamento nei confronti della matematica si è trasformato: finalmente riuscivo a capire!" [Marica, Liceo classico]
>
> "È stato inoltre soddisfacente capire di essere in grado di giungere autonomamente alla definizione di concetti in questo caso, a proposito delle sezioni coniche." [Silvia, Liceo scientifico]

"Un aspetto positivo è stato sicuramente ricavare la teoria degli esercizi poiché anche se è un metodo a cui non eravamo abituati, sono riuscita ad apprendere i concetti e mi è piaciuto riuscire a ricavarli senza studiarli precedentemente." [Alessia, Liceo scientifico]

"Capire alcuni argomenti più velocemente di altri mi dava molta soddisfazione anche quando poi a casa riuscivo a fare gli esercizi senza avere grossi problemi oppure ricevere la correzione dei compiti seppur con certi errori." [Elena, Liceo classico]

Alcuni casi sono molto evidenti grazie a dichiarazioni di piacere provato nel riuscire a controllare la materia, altri invece necessitano di una maggior interpretazione. I commenti di Elena e Alessia, ad esempio, sono stati scambiati in un primo momento con opinioni positive riguardo l'utilità della metodologia per l'apprendimento; rileggendo con attenzione ci si può accorgere invece come l'enfasi sia sul raggiungimento dell'obiettivo "apprendere" piuttosto che sull'apprendimento stesso, messo in risalto in entrambi i casi dall'utilizzo del verbo "riuscire". Le frasi contenute nella categoria sull'utilità dell'apprendimento sembrano essere più oggettive, dati di fatto, che non esprimono soddisfazione per i risultati conseguiti. Dai brani di Silvia e Alessia emerge inoltre un'altra causa che sembra aver provocato un senso di appagamento: l'autonomia. Giungere alla scoperta o alla soluzione di un problema senza l'aiuto[95] dell'insegnante corrisponde proprio alla soddisfazione dell'ultimo bisogno psicologico fondamentale. La frequenza con cui compare è abbastanza ridotta, il 7%, ma d'altronde, come anticipato, è il bisogno più complesso da soddisfare ed è quello che permette di passare da una regolazione introiettata a una più autodeterminata.
Per quanto riguarda invece la non soddisfazione dei bisogni psicologici fondamentali si sono ritrovati nel testo solo riferimenti al bisogno di relazionalità tra pari e a quello di competenza. I primi rimandano quasi sempre ad una mancata collaborazione all'interno dei gruppi:

"[…] anche se i gruppi non erano tutti equilibrati, è molto complesso lavorare bene insieme e spesso non tutti collaborano." [Alissa, Istituto tecnico]

"[…] vi sono persone che si impegnano di più e persone che si impegnano di meno, questa ha portato diverse persone all'interno dei vari gruppi a farsi carico della maggior parte delle responsabilità." [Susanna, Liceo scientifico]

I secondi vengono espressi mediante un senso di disagio quando le proprie abilità sono percepite non all'altezza dell'obiettivo prefissato, invece come un senso di noia o disinteresse quando il livello dell'attività proposta è percepita inferiore alle proprie competenze. A titolo di esempio riportiamo rispettivamente due esempi per il primo caso e due per il secondo.

"All'inizio di ogni argomento trovavo soprattutto difficoltà nel comprenderlo e provavo frustrazione e ansia per quando andavo a fare gli esercizi che volte non mi venivano" [Francesca, Liceo scientifico]

"Pertanto non ho la percezione di aver colmato le mie lacune e di conseguenza non mi sono sentita motivata durante l'esperienza." [Luana, Liceo classico]

"La cosa peggiore che abbiamo fatto è stato il compito del video da realizzare a casa perché non mi è piaciuto e l'ho reputata una cosa stupida." [Luca, Liceo artistico]

"Un aspetto da migliorare potrebbe essere eccessiva facilità di alcuni esercizi che, resi più difficili sono più allettanti e stimolanti per gli studenti." [Leonardo, Liceo scientifico]

[95] Dicendo "senza l'aiuto dell'insegnante" intendiamo dire che quest'ultimo non ha trasmesso agli studenti saperi preconfezionati che dovevano essere solamente appresi e memorizzati, ma ha lasciato che gli alunni li ricavassero autonomamente in gruppo, supportandoli mediante schede guidate o l'interazione diretta quando necessaria.

Non sono state identificate altre categorie riferibili a fattori motivazioni, ma ne sono emerse alcune all'interno del filone dei fattori affettivi, in particolare all'atteggiamento. Questi possono comunque risultare interessanti poiché diverse ricerche in didattica della matematica hanno evidenziato una correlazione positiva tra obiettivi di padronanza (che abbiamo visto essere associati alla motivazione intrinseca) e l'atteggiamento, le convinzioni sulle proprie competenze (Seo, 2000) e le emozioni positive (e.g. Kumar, Gheene Kaplan, 2002).
Per trattare questo aspetto abbiamo fatto riferimento alla definizione di atteggiamento verso la matematica di Di Martino e Zan (2010), considerato un costrutto composto da tre dimensioni interconnesse: disposizione emozionale, visione della matematica e percezione delle competenze[96].
Sono emerse disposizioni emozionali positive nel 21% dei temi e negative nel 12%. Sono state espresse mediante considerazione riguardo al livello di gradimento della materia, al proprio rapporto con quest'ultima e, soprattutto, al tipo di emozioni provate.
Le frasi considerate disposizioni emozionali positive sono quindi quelle in cui compare un apprezzamento per la matematica, un buon rapporto con essa o la presenza di emozioni positive secondo la distinzione della teoria di Ortony, Clore e Collins (1988). Le emozioni più nominate sono state: tranquillità, soddisfazione e gioia. Proponiamo alcuni esempi rappresentativi di ciò che è stato esposto fino ad ora.

> "Ora, lei che va capita, mi piace." [Asia, Liceo artistico]
>
> "Spero che il mio rapporto con la matematica rimanga piacevole come in queste lezioni e non ritorni ad essere un "peso"." [Serena, Liceo artistico]
>
> "Attraverso l'uso del computer del lavoro di squadra provavo molta gioia nello studiare l'argomento." [Damiano, Liceo scientifico]
>
> "Durante l'attività arrivavo a lezione con il cuore tranquillo, senza la preoccupazione per la verifica che si avvicinava" [Julia, Liceo classico]
>
> "Mi sono sentita motivata e molto soddisfatta" [Caterina, Liceo classico]

Viceversa, le frasi considerate disposizioni emozionali negative sono quelle in cui compare un non apprezzamento per la matematica, un cattivo rapporto con essa o la presenza di emozioni negative. Il range di queste ultime è però più ampio: ansia, frustrazione, disagio, sconforto e rabbia.

> "Il mio rapporto con la matematica è stato più o meno lo stesso[97], però è stato più divertente apprendere questi argomenti lavorando così, soprattutto perché sono argomenti a mio parere piuttosto complessi e articolati." [Marisa, Liceo classico]
>
> "[…] provavo frustrazione e ansia per quando andavo a fare gli esercizi che a volte non mi venivano" [Franca, Liceo classico]

[96] Zan e Di Martino (2007) hanno osservato quanto poco significativo sia l'assegnazione di aggettivo negativo/positivo al costrutto di atteggiamento quando questo viene considerato multidimensionale. Tale attributo può essere indicato per la disposizione emozionale, ma se si tratta della visione della matematica sarebbe meglio dire distorta/epistemologicamente corretta. Similmente per le competenze percepite risulta più adeguato parlare di scarso/alto senso di autoefficacia. Inoltre nello stesso lavoro mettono in evidenza che le tre dimensioni sono assolutamente indipendenti, quindi ad una disposizione emozionale positiva non necessariamente corrisponde una visione della matematica epistemologicamente corretta e un alto livello di autoefficacia. In accordo con gli autori abbiamo considerato le tre componenti dell'atteggiamento svincolati le une dalle altre, in tal modo siamo riusciti a suddividerle tra positive e negative nel senso appena esplicitato.
[97] Prima di cominciare la sperimentazione è stato somministrato un questionario aperto riguardante aspetti affettivi e motivazionali. Questo è stato utile per interpretare alcune affermazioni non esplicite, ma che fanno riferimento al passato dello studente.

"Nonostante questo, nelle verifiche, nonostante i voti siano stati più che sufficienti, non ho raggiunto i risultati sperati, per questo motivo mi sono leggermente scoraggiata". [Emilia, Istituto tecnico]

"D'altra parte arriva anche il momento di fare esercizi mettendo in pratica la teoria...questo a volte risultava più noioso (alcuni esercizi erano lunghi e intricati: bastava sbagliare un segno ed ero tutto da ricominciare)" [Mariasofia, Liceo scientifico]

"Riguardando al percorso, però, devo dire che potevo impegnarmi di più e magari fare più esercizi, anche se quelli che ho fatto, a volte, non riuscivo a svolgere completamente questo ha provocato in me sconforto e rabbia." [Vera, Liceo classico]

Con una frequenza nettamente minore compaiono le altre due dimensioni dell'atteggiamento. La percezione del livello delle proprie competenze come adeguate (alto senso di autoefficacia) o troppo basse (scarso senso di autoefficacia) è presente rispettivamente nel 7% e 8% del materiale. Proponiamo a titolo esemplificativo due esempi del primo caso e due del secondo.

"[…] gli argomenti i compiti svolti a casa sono riuscita a farli, di conseguenza mi sentivo sicura è pronta per la verifica finale." [Caterina, Liceo classico]

"Durante i lavori di gruppo mi sono sentita spesso all'altezza degli esercizi da svolgere" [Alice, Liceo classico]

"Non essendo portata per la matematica magari rispetto a qualcun altro le spiegazioni non mi erano subito chiare." [Giulia, Istituto tecnico]

"Però devo dire che io non sono più sicura in matematica malgrado questa bella esperienza" [Jade, Liceo classico]

Di minor rilevanza i numeri che riguardano la visione della matematica:

"Questo progetto mi ha permesso di approcciarmi in un modo diverso a tutto quello che è il mondo della matematica. Con le attività proposte ho capito che la matematica ci circonda ogni giorno in ogni situazione non solo in classe." [Alberto, Liceo classico]

"A livello pratico, nel mondo di oggi, la matematica è fondamentale, perché credo che in futuro sia nella ricerca, nello sviluppo delle scienze delle tecnologie, ma alla base di tutto ciò c'è ovviamente la matematica o altre discipline nell'ambito tecnico scientifico." [Bianca, Liceo classico]

"Penso che la matematica sia utile fino ad un certo punto, gli argomenti che abbiamo trattato in classe non saranno mai utilizzabili nella vita reale, ma questa non è una critica al progetto di per sé, ma alla matematica nelle scuole." [Luca, Liceo artistico]

Di Martino e Zan (2010), nel tentativo di diminuire la complessità delle tre dimensioni a dicotomie, propongono una suddivisione tra visione della matematica relational e instrumental. Si tratta naturalmente di una semplificazione utile a definire differenti possibili profili di atteggiamento nei confronti della materia. Dall'analisi dei temi non sono emerse visioni che seguono la dicotomia proposta, ma piuttosto che descrivono la matematica come utile (visione epistemologicamente corretta), nel 6% dei casi, o non utile (visione distorta), nel 1% dei temi, così come fatto da Alberto, Bianca da una parte e da Luca dall'altra. Questa suddivisione, rientrando comunque nella dimensione considerata, è stata da noi inserita all'interno dell'ampio filone dell'atteggiamento insieme alla disposizione emozionale e al livello di competenze percepite.

Durante l'individuazione di queste affermazioni e conseguente classificazione tra valenza positiva e negativa, abbiamo riscontrato una serie di affermazioni relative alle tre dimensioni dell'atteggiamento che evidenziano un miglioramento di queste ultime, ma da cui non si

riesce a interpretare in quale parte della netta separazione inserirle. Abbiamo quindi creato ad hoc delle nuove categorie.
La prima riguarda le frasi che esprimono un miglioramento nella disposizione emozionale verso la matematica, che compaiono nel 15% delle narrazioni:

> "Non sono una persona che ama la matematica ma di sicuro questo progetto mi ha aiutata molto a rapportarmi con questa materia" [Azzurra, Liceo classico]

> "Personalmente mi sono sentita anche più tranquilla e serena nell'approccio che avevo con gli argomenti svolti e questo mi ha fatto molto piacere." [Marta, Istituto tecnico]

> "Flipped Math mi ha fatto apprezzare di più questa materia e mi ha aiutata ad affrontarla nel miglior modo possibile, senza timori o ansie." [Emma, Istituto tecnico]

> "Spero di poter rivivere di nuovo, un'esperienza come questa perché è diversa, simpatica e non noiosa." [Gioia, Liceo artistico]

La categoria contiene dichiarazioni di miglioramento nel rapporto con la matematica, come quella di Azzurra, senza specificare però se la relazione attuale sia buona o meno. Sono presenti anche affermazioni riguardo la diminuzione delle emozioni negative dal quale però non si può capire se al loro posto sono comparse emozioni positive. Come evidente dalle ultime due frasi sopra proposte si tratta per lo più di un calo dell'ansia, della paura e della noia. Sono state qui inserite anche asserzioni simili a quelle di Marta, in cui viene espresso un aumento della tranquillità percepita all'interno del contesto classe ma dal quale non si riesce a comprendere se tale emozione viene provata nella sua completezza o se vi è solo un avvicinamento ad essa.
Quasi trascurabili le altre due categorie riguardanti l'aumento del livello di competenze percepite e il cambiamento della visione della matematica come inutile, presenti rispettivamente nel 2% e 3% del materiale. Riportiamo alcuni frammenti di testo a titolo esplicativo:

> "[…] inoltre ti ringrazio molto perché pensavo di essere davvero una troglodita della matematica ma in realtà non è assolutamente così ... anche se io e i numeri non andiamo d'accordo ho capito che non ha così tanta peso per poter comprendere la materia." [Andra, Liceo classico]

> "Attuando questo nuovo metodo di studio, in cui c'è un insegnamento capovolto, gli studenti sono più sicuri" [Alessio, Liceo classico]

> "Concludo dicendo che dopo questa esperienza guarderò la matematica con altri occhi" [Matilde, Istituto tecnico]

> "Grazie alla professoressa [...] ho scoperto un altro modo di vedere la matematica" [Alberta, Liceo classico]

I primi due, riferiti ad un aumento del livello delle abilità percepite, espresso anche mediante una maggior sicurezza, è risultato essere di facile interpretazione. Gli ultimi due invece hanno necessitato di una comparazione con un questionario aperto fatto compilare prima dell'inizio della sperimentazione (riportato in Appendice A.3.), mediante il quale siamo stati in grado di determinare la visione della matematica che gli studenti avevano inizialmente, che nei casi considerati all'interno di questa categoria era di materia inutile.
Abbiamo fino a qui proposto una panoramica dei risultati ottenuti dalla classificazione di quelle frasi che forniscono informazioni riguardo ciò che abbiamo chiamato "quali influenze". Prima di passare allo studio delle opinioni positive e negative riguardo la metodologia e le sue caratteristiche, prendiamo in esame un altro gruppo di categorie, quello riguardante il background degli studenti.

In queste gli allievi raccontano le proprie esperienze passate con la matematica o descrivono una o più dimensioni dell'atteggiamento nei confronti della materia che li caratterizzano da sempre. I ricordi narrati e le descrizioni possono avere valenza positiva, presenti nel 6% del materiale come i primi due esempi proposti di seguito, o negativa, con una frequenza del 18% come gli ultimi due.

> "[…] ma in generale non è cambiato tanto perché comunque la materia mi piace e di solito mi impegno a capirla e studiarla." [Flora, Liceo classico]

> "Personalmente mi ritengo fortunata perché riesco a comprendere la matematica con facilità, se ovviamente mi viene spiegata nei modi migliori possibili, e questo mi permette anche di ricevere molte soddisfazioni." [Luisa, Liceo classico]

> "Devo dire che il mio rapporto con la matematica non è mai stato positivo perché io e la matematica non siamo mai state amiche." [Carlotta, Istituto tecnico]

> "Premettendo che matematica come materia non mi è mai piaciuta e non sono mai stata bravissima, ogni lezione dovevo farmi rispiegare più volte sia dal prof sia dai miei compagni." [Sabrina, Liceo artistico]

Si può vedere dalle esternazioni mostrate che i riferimenti all'atteggiamento sono indirizzati in particolar modo alla dimensione emotiva e alla percezione delle proprie competenze. In alcuni di questi casi per capire se la descrizione proposta dallo studente è ancora attuale o meno è stato necessario contestualizzare la frase all'interno dell'intero tema. Ad esempio, dall'affermazione di Carlotta sembrerebbe che la sua disposizione emozionale verso la matematica sia sempre stata negativa, e lo sia tuttora, ma continuando a leggere ci si può accorgere che non è esattamente così: "però dopo questa esperienza devo dire che ho cominciato ad "appassionarmi". Spero che più avanti riuscirò a farci "amicizia" ". Queste accortezze sono molto importanti durante l'analisi narrativa se non vogliamo perdere in significatività dei risultati (Lieblich et al., 1998).

7.3.2. Opinioni riguardo le caratteristiche del flipped learning

Passiamo ora all'analisi delle parti di testo riferite a "quali caratteristiche" della metodologia sono state giudicate positivamente e negativamente. Le più numerose sono di carattere generale, che compaiono con valenza positiva nel 69% dei temi e con valenza negativa nel 17%. Sebbene tali percentuali ci diano indicazione di un notevole apprezzamento dell'attività proposta, per lo meno all'interno del campione considerato, non ci fornisce materiale utile per riflettere su pregi e difetti del percorso. Spesso tali asserzioni sono utilizzate per iniziare o terminare la narrazione, ciò giustifica la loro vaghezza e la loro presenza in numero così elevato. A titolo esemplificativo proponiamo alcuni frammenti dei temi, i primi tre considerati come opinioni generali positive, gli ultimi due come opinioni generali negative.

> "Ripensando al percorso compiuto attraverso il progetto flipped math, credo che nel complesso sia stata un'esperienza positiva." [Lavinia, Liceo scientifico]

> "Per il resto posso dire di aver apprezzato questa iniziativa di certo migliore di una normale lezione frontale." [Simonetta, Liceo classico]

> "[…] questa esperienza la rifarei e riproporrei ad altre classi." [Stefania, Istituto tecnico]

> "Le attività svolte non sempre sono state di mio gradimento […]" [Giorgia, Istituto tecnico]

> "Personalmente il progetto non mi è piaciuto particolarmente, nonostante fosse strutturato bene." [Veronica, Liceo classico]

Fra le opinioni generali positive sono state considerate anche tutte quelle frasi in cui veniva espresso il desiderio di ripetere l'esperienza o in cui veniva consigliato di proporre quest'ultima anche ad altre classi, così come fatto da Stefania. Queste compaiono nel 21% delle narrazioni.
Entriamo ora più nel dettaglio per capire quali peculiarità del flipped learning sono state maggiormente apprezzate. Una delle categorie che compare con la frequenza più alta, pari al 56%, è sicuramente quella che contiene giudizi positivi sull'utilizzo della peer education, identificata dagli studenti come "lavori di gruppo". Consapevoli della differenza tra le due terminologie, ciò che viene espresso dagli allievi nei frammenti selezionati è certamente riconducibile a tale strategia didattica seppure, per ovvie ragione, viene da loro nominata con un termine semplicistico e di uso comune.

> "Gli aspetti positivi sono che ho lavorato in un gruppo quando ci davano gli esercizi da fare in classe […]" [Benedetta, Istituto tecnico]
>
> "La divisione in gruppi ha permesso un certo lavoro di squadra in quanto i più veloci hanno potuto aiutare i più lenti nella comprensione delle attività" [Altero, Liceo scientifico]
>
> "Divisi in gruppi, decidevamo di volta in volta i ruoli da ricoprire durante la lezione e iniziavamo a svolgere insieme la nuova attività, senza paura di sbagliare" [Marta, Liceo scientifico]
>
> "Dovendomi rapportare con i miei compagni mi ha fatto capire l'importanza di saper ascoltare, di accettare e mettere in discussione il mio punto di vista, per raggiungere ed ottenere il miglior risultato finale." [Anna, Liceo classico]

Emergono diverse caratteristiche chiave della peer education, ad esempio: l'interdipendenza positiva, come messo in risalto da Altero, l'importanza dell'assegnazione dei ruoli, evidenziato da Marta, e lo sviluppo di abilità sociali, espresso da Anna.
All'inizio di questa panoramica abbiamo anticipato la presenza di relazioni tra le diverse categorie, identificate grazie a congiunzioni causali ("perché", "dal momento che", ecc.), alcune delle quali ricorrenti all'interno del campione. È proprio dallo studio di queste ripetizioni che traiamo le nostre conclusioni sull'influenza delle caratteristiche del flipped learning sugli aspetti cognitivi e affettivi. Ad esempio, la peer education sembra sia stata apprezzata per le seguenti ragioni:

- la sua funzionalità all'apprendimento. La possibilità di confrontarsi con i compagni permette un processo di autocontrollo dell'apprendimento e rende molto più facile la richiesta di chiarimenti e spiegazioni in caso di incomprensioni.

  > "Credo che sia stato molto utile lavorare in gruppo per potersi confrontare con alcuni compagni di classe per permettere a persone con più difficoltà di avere un supporto da parte dei compagni direttamente durante le lezioni. Infatti non sempre chi ha difficoltà nel comprendere un argomento chiede al professore di rispiegare, perciò ritengo che poter lavorare in classe con dei compagni coetanei che possono aiutare queste persone possa essere davvero costruttivo." [Beatrice, Liceo classico]
  >
  > "[…] secondo me il lavoro di gruppo è stato molto utile perché molte volte i tuoi compagni riescono a farti capire cose che magari con i professori non avrei capito. [Giulio, Istituto tecnico]
  >
  > "Le attività di gruppo sono state molto utili per confrontare il mio ragionamento con altre osservazioni." [Ilaria, Liceo classico]

- aver soddisfatto il bisogno di relazionalità tra pari, creando un ambiente che favorisce la creazione e il mantenimento di legami con i compagni.

"[…] il lavoro del mio gruppo si è svolto in maniera fluida e i momenti di intensa attività si alternavano a momenti di tranquillità dove ciascuno ripensava le conclusioni tratte a fine lezioni. Per me è stato sorprendente poter conoscere lati di persone che mai avrei pensato di distinguere." [Giuseppe, Liceo classico]

La peer education ha stimolato anche un processo di aiuto reciproco che si traduce in sostegno verso gli altri, con conseguente percezione di essere elemento degno e utile del gruppo, o nella richiesta di aiuto, sentendosi così considerato e non solo.

"[…] il fatto di lavorare in gruppo mi ha stimolato a partecipare e ad ascoltare le lezioni così da poter dare un aiuto durante gli esercizi insieme." [Anastasia, Liceo scientifico]

Inoltre per la sua caratteristica di assegnare obiettivi condivisi ha creato un'atmosfera di collaborazione che ha permesso ad ogni studente di sentirsi parte di un gruppo a cui si identifica.

"Durante il progetto flipped math, ma soprattutto durante i lavori di gruppo siamo riusciti a collaborare per raggiungere vari scopi e le lacune di conoscenze di alcune persone potevano essere colmate grazie all'aiuto di altri. [Mirco, Liceo classico]

- aver stimolato motivazione intrinseca, in particolare il divertimento e il coinvolgimento attivo.

"Il progetto è stato carino e mi è piaciuto poter lavorare in piccoli gruppi: cosa che ha reso le attività più divertente." [Iris, Liceo scientifico]

"I lavori di gruppo sono stati molto divertenti e utili, perché al loro interno ognuno di noi aveva un ruolo specifico e perciò la possibilità di confrontarci l'un l'altro ha reso l'attività più serena facendoci sentire tutti coinvolti e motivati." [Noemi, Istituto tecnico]

- aver suscitato una disposizione emozionale positiva.

"[…] il fatto di essere in un gruppo e poter avere sostegno se ero in difficoltà mi ha aiutata a passare da emozioni negative a positive per il progetto." [Isabella, Liceo artistico]

Anche le opinioni negative riguardo l'apprendimento tra pari sono tra le più elevate paragonate alle altre categorie a valenza negativa, compaiono infatti nel 9% degli elaborati. L'unica che la supera è quella riguardante la percezione di una mancanza di tempo e un'eccessiva fretta, critica che compare nel 18% dei casi. Lavorare in classe con metodologie didattiche attive comporta un dispendio di tempo decisamente maggiore (Cecchinato e Papa, 2016a) che, considerando gli obblighi istituzionali e il monte orario ridotto, non sempre è facile gestire. Tale pressione ha influito anche sulla scelta del numero di ore da dedicare alla sperimentazione, che doveva essere sufficientemente contenuta per lasciare spazio alle attività scolastiche successive. Sono queste le ragioni che ci hanno spinti a considerare tale categoria, non strettamente legata alla metodologia in questione, ma possibile problematica comune agli insegnanti che desiderano utilizzarla.
Ritornando alle opinioni negative riguardo la peer education sembra che per lo più queste siano dovute a una predisposizione personale al lavoro individuale, alla non utilità per l'apprendimento o al mancato soddisfacimento del bisogno di relazionalità tra pari, come fanno trasparire i seguenti esempi:

"Anche l'aspetto del lavoro di gruppo ha avuto i suoi riscontri positivi e negativi; personalmente non amo lavorare a gruppi, perché preferisco ragionare da sola e prendermi i miei tempi (veloci o lenti che siano)." [Ornella, Liceo classico]

"I lavori a gruppi erano superflui perché avremmo potuto benissimo fare senza […]" [Nicola, Liceo artistico]

"Il lavoro di gruppo non mi è piaciuto perché ha creato molto caos in classe e inoltre lavoravano solo poche persone." [Rachele, Istituto tecnico]

Meno incisiva è stata la seconda strategia didattica utilizzata, il problem based learning, a cui si fa riferimento nel 16% dei temi. Naturalmente il rinvio ad essa non è diretto, ma avviene piuttosto mediante una descrizione della stessa, facendo cenno a processi di ragionamento e di deduzione che la caratterizzano, come negli esempi che seguono.

"Alla fine possiamo affermare che gli insegnanti siamo stati anche un po' noi: ragionando con calma arrivavamo sempre alla soluzione da soli" [Ambra, Liceo scientifico]

"Un aspetto positivo è stato sicuramente ricavare la teoria degli esercizi poiché anche se è un metodo a cui non eravamo abituati […]" [Teresa, Liceo classico]

"Infatti l'utilizzo del metodo deduttivo anziché quello induttivo per studiare le coniche è servito anche per sviluppare abilità logiche, imparando i concetti generali partendo da esempi." [Eugenio, Liceo scientifico]

Seppur l'incidenza dell'apprendimento per problemi non è paragonabile a quella dell'apprendimento tra pari, rilevante è la gamma di benefici che gli studenti percepiscono di aver ottenuto.

"Tramite questo progetto sono riuscita a capire decisamente bene gli argomenti e credo sia dovuto principalmente al fatto che, anziché esserci stata una persona col compito di spiegare, siamo sempre stati noi ragazzi a giungere alla regola, ovviamente grazie all'aiuto di un insegnante che ci indirizzava verso la conclusione." [Tatiana, Istituto tecnico]

"Mi ha colpito molto, e quindi interessato e coinvolto, la richiesta all'allievo di un ragionamento seguito all'osservazione di un fenomeno, che possa portare alla regola matematica." [Erica, Liceo scientifico]

"Inoltre era molto gratificante giungere ad una conclusione corretta di un esercizio, soprattutto perché frutto dei nostri pensieri, siccome l'obiettivo era quello di arrivare alla soluzione dei problemi in gruppo, senza la spiegazione dei prof." [Samuele, Liceo classico]

"perché l'idea di far giungere gli studenti alle formule definitive piuttosto che esporle come in una normale lezione, secondo me ha funzionato. In particolare mi sono sentito più incuriosito e coinvolto rispetto a una normale lezione di matematica." [Lorenzo, Liceo scientifico]

Prima di tutto notiamo l'influenza sulla motivazione intrinseca degli studenti, che si sono sentiti interessati, coinvolti attivamente e incuriositi, come dichiarano Erica e Lorenzo. Subito dopo emerge la percezione della funzionalità all'apprendimento, che anche Tatiana avverte, grazie alla possibilità di motivare l'origine dei concetti matematici studiandoli in modo più approfondito. Infine si notano le categorie relative al bisogno di competenza e autonomia, spesso relazionate a quelle dell'apprendimento per problemi, come nel caso di Samuele.
Sono state rilevate anche alcune opinioni negative rispetto tale strategia didattica; circa il 4% del campione non l'ha apprezzata, probabilmente non avendo colto la sua utilità didattica, come dimostra il seguente esempio.

"[…] il metodo di tirar fuori dall'alunno le formule, equazioni, coefficienti... devo dire che all'inizio mi intrigava, ma poi si è rivelato più difficile di quello che pensavo, continuo

a pensare che avere un professore che lezione per lezione spieghi dettagliatamente le cose sia comunque il metodo migliore." [Selene, Liceo scientifico]

Da questo tipo di affermazioni sembra emergere una difficoltà di alcuni studenti, abituati ad una posizione più passiva in cui era sufficiente memorizzare le nozioni, ad adattarsi al nuovo metodo considerato "più difficile", probabilmente perché esso richiede un maggior impegno e sforzo cognitivo. Ciò era già stato messo in evidenza anche da Mangan (2013).
I problemi proposti all'interno dell'unità di apprendimento hanno la caratteristica, quando possibile, di essere contestualizzati all'interno del mondo reale, specialmente nella fase del lancio della sfida. Tale aspetto ha portato ad un apprezzamento nel 24% dei casi, soprattutto per l'interesse stimolato.

"È stato anche molto interessante vedere come le sezioni coniche siano una costante nella nostra vita quotidiana, di come la matematica si concretizzi nella realtà e di quanto questa ci sia utile nello stretto legame di essa con l'arte." [Carla, Liceo scientifico]

"Durante questo progetto le due ricercatrici ci hanno insegnato le sezioni coniche (parabola, ellisse e iperbole) evidenziando anche alcuni effetti pratici (specchio ustorio, torcia, cupola della Chiesa di Sant'Andrea). L'aspetto più interessante è stato quello di poter vedere applicati questi aspetti a cose pratiche, come la riflessione del suono su superfici ellittiche, che ho sperimentato con delle mie amiche a bologna, in cui era possibile ascoltare facilmente un'altra persona lontana." [Anna Celia, Liceo artistico]

"Inoltre ho capito che è importante sapere un minimo di matematica perché è molto utile nella vita e ci fa comprendere i luoghi intorno a noi; come il Colosseo, la piazza di S. Pietro ecc." [Milena, Liceo classico]

"Credo inoltre siano stati di fondamentale importanza agli esempi pratici citati, poiché è più facile comprendere un argomento riconoscendolo in qualcosa di reale." [Daniela, Liceo scientifico]

Dall'affermazione di Daniela si scorge anche un altro fattore che ha favorito la valutazione positiva del nostro tentativo di creare un collegamento tra il mondo reale e la matematica: l'utilità per l'apprendimento. Inoltre, come emerge da Milena e Carla, ciò ha permesso di sviluppare anche una visione della matematica come materia utile nel quotidiano.
La categoria presa in esame è presente anche con valenza negativa, ma non supera neanche una frequenza del 2%, e per questo non ci soffermeremo su di essa ulteriormente.
Una caratteristica che contraddistingue il flipped learning da altre metodologie è quella di proporre anche attività di tipo creativo. Nel nostro percorso ne era contenuta soltanto una e consisteva nella richiesta di creare una video lezione per una nuova compagna di classe immaginaria, per spiegarle l'ultimo argomento svolto in aula. Anche se l'occasione per approcciarsi a questo tipo di attività è stata unica, ad essa fanno riferimento positivo il 19% degli studenti, mentre le considerazioni negative non arrivano a coprire neanche l'1% dei temi. Le ragioni per cui è stata così apprezzata sono principalmente due: il divertimento scaturito (quindi la motivazione intrinseca) e l'utilità per la comprensione.

"Il momento più bello e divertente è stata la creazione del video, nel quale abbiamo potuto creare ed inventare come preferivamo noi, partendo da zero e aggiungendo ciò che abbiamo imparato a scuola." [Carolina, Liceo artistico]

"Ciò che mi è piaciuto di più in assoluto è stato fare il video, mi sono divertita con il mio gruppo e da una semplice idea siamo arrivati, anche per scherzo, a creare un corto vero e proprio che mi ha fatta tornare sempre a casa col sorriso." [Eleonora, Liceo artistico]

"Oltretutto la consegna del video, poco prima della verifica, ha fatto sì che io i miei compagni ci ritrovassimo in ore extrascolastiche per ripassare tutto il programma svolto facendo le riprese." [Filippo, Liceo scientifico]

"Inoltre, mi è piaciuta tantissimo l'iniziativa del video perché, [...], ho veramente fatto miei dei contenuti che fino a quel momento erano semplicemente scritti su fogli bianchi." [Ginevra, Liceo classico]

Come illustrato da Ginevra e Filippo, l'attività discussa è risultata essere funzionale all'apprendimento poiché utile al ripasso degli argomenti svolti in precedenza e ad una comprensione più profonda dei concetti. La nostra ipotesi è che gli studenti per riuscire a strutturare il video nei contenuti, nell'ordine espositivo e nelle modalità espressive, abbiano dovuto studiare l'argomento con un maggior senso critico, favorendo una comprensione più profonda. Carolina e Eleonora invece raccontano il divertimento provato, dipeso dalla possibilità di mettere in gioco la propria fantasia e il proprio estro, lavorando con i coetanei su un progetto autentico attinente ai loro interessi, il mondo dei video e del web. Proprio quest'ultimo fatto ci introduce alla prossima categoria: l'uso della tecnologia.
L'impiego di strumenti digitali nel nostro percorso didattico non si è limitato semplicemente all'utilizzo in aula di computer, LIM o smartphone, ma consisteva soprattutto nella scelta comunicativa extrascolastica mediante la rete, nella presentazione di stimoli o richiami di prerequisiti tramite video e nell'utilizzo di software didattici, come testimoniano gli esempi che seguono.

"Inoltre è la prima volta che abbiamo utilizzato tecnologia come smartphone e computer per la didattica, invece dei soliti libri cartacei e questo è sicuramente un punto a favore." [Giacomo, Liceo scientifico]

"Ho trovato molto comodo anche il fatto che ogni cosa venisse mandata per email, in questo modo potevo avere il materiale sempre con me." [Laura, Istituto tecnico]

"I video erano di grande aiuto, soprattutto per una persona che come me riesce a concentrarsi maggiormente attraverso materiale audiovisivo." [Elisabetta, Istituto tecnico]

"Mi è piaciuto il modo con cui si sono svolte le lezioni in classe, e le spiegazioni erano sempre chiare e precise, grazie anche agli esempi fatti con GeoGebra." [Gloria, Liceo classico]

Le ragioni di tali valutazioni positive, presenti nel 20% dei temi e riferibili in particolar modo all'uso di software didattici e di video on-line, dipendono principalmente da due fattori: l'utilità per l'apprendimento e l'interesse scaturito.

"Abbiamo affrontato questi argomenti con l'ausilio di GeoGebra e penso che questo abbia attirato l'attenzione di noi studenti, soprattutto per vedere come la variazione di certi parametri influisce sulla rappresentazione grafica della figura." [Matteo, Liceo scientifico]

"Ci è stato concesso di avvicinarci gradualmente ai concetti attraverso un percorso non solo cartaceo ma anche digitale. Guardare dei video è un modo davvero stimolante e funzionale perché cattura al meglio l'attenzione e lascia ben impresso in mente quanto ho appreso durante l'ora." [Aurora, Liceo scientifico]

In entrambi i casi sembra che la componente grafica attiri maggiormente l'attenzione degli alunni e permetta un apprendimento più profondo oltre che una facile assimilazione dei concetti. In effetti nella parte teorica di questa tesi avevamo ipotizzato proprio che l'utilizzo

di questi strumenti avrebbe potuto influire sul valore di immagine, una delle caratteristiche che rende il materiale più interessante.
Sono presenti anche opinioni negative riguardo l'utilizzo della tecnologia nella didattica, ma la frequenza di presenza non supera il 2%.
Altre tre caratteristiche del flipped learning, non ancora affrontante, sono quelle relative al nuovo ruolo dell'insegnante, alla qualità formativa della valutazione e alla ricerca del livello di difficoltà ottimale associato alle attività proposte.

- Della nuova posizione di facilitatore assunta dal docente, ciò che è spiccato agli occhi degli studenti è sicuramente la possibilità di quest'ultimo di avere un coinvolgimento interpersonale e un'attenzione per il singolo.

  > "Mi è piaciuto come metodo di insegnamento perché l'insegnante era molto disponibile, interagiva con gli alunni e in caso di dubbi era pronta a rispiegare." [Alessandra, Istituto tecnico]

  > "[…] mi sono trovata davvero bene perché siamo stati seguiti molto sia a casa che a scuola, abbiamo avuto molti aiuti e siete state sempre disponibili quando ne avevamo bisogno io." [Antonella, Liceo scientifico]

  > "[…] son rimasta colpita da come due ragazze, studentesse universitarie, siano state così disponibili nei confronti dei liceali, grazie per averci dedicato il vostro tempo e la vostra dedizione, è stata sicuramente da noi tutti molto apprezzata." [Stella, Liceo scientifico]

  > "Perdi più è stato gratificante trovare una persona così disponibile e CAPACE, pronta ad aiutare (in caso di difficoltà) sia durante le lezioni che mediante l'utilizzo di posta elettronica." [Ester, Liceo classico]

  > "In alcuni momenti mi è capitato di non riuscire a risolvere degli esercizi a casa ma grazie alle schede alla disponibilità [del docente] non è stato difficile capire gli errori fatti." [Stefano, Liceo scientifico]

  L'insegnante viene percepito realmente come una "guida", disponibile anche al di fuori della classe grazie all'impiego di mezzi di comunicazione tecnologici, come espresso da Alessandra e Aurora.
  Frasi di questo tipo compaiono nel 23% dei temi e sono collegate soprattutto ad un soddisfacimento del bisogno di relazionalità con il docente. Quest'ultimo viene espresso in modo esplicito, come Ester e Antonella che affermano di "essersi trovate bene" o "essere state gratificate" dalla relazione con l'insegnante, in altri casi invece viene manifestato sotto forma di ringraziamento, come fatto da Stella. Pochi i casi, seppur presenti, di collegamenti tra la nuova figura di tutor e l'utilità per l'apprendimento; in ogni caso sembra che la disponibilità dell'insegnante faciliti la richiesta di chiarimenti o la determinazione dei propri errori, come scrive anche Stefano.
- Le opinioni positive riguardo l'utilizzo di una valutazione formativa, indentificata soprattutto con la correzione dei compiti assegnati per casa mediante commenti e suggerimenti, compare nel 6% dei testi. Come si può vedere dagli ultimi due esempi sotto riportati, la ragione principale è la sua funzionalità all'identificazione e comprensione dei propri errori, e quindi all'apprendimento.

  > "La professoressa [...] in ogni incontro ci ha dimostrato grande disponibilità e pazienza, […] valutandoci non con un anonimo numero ma con un giudizio personale e indirizzato al singolo." [Immacolata, Liceo classico]

  > "I compiti corretti mi sono serviti molto ad identificare i miei errori e ad esercitarmi su di essi." [Maurizio, Liceo classico]

"Di grande aiuto sono state le schede inviate a casa giorno per giorno, con il riassunto della lezione, ma soprattutto è stato funzionale il ritiro dei compiti per correggerli, perché mi hanno aiutato a capire meglio e a migliorarmi." [Costanza, Liceo classico]

Una particolarità di questa categoria è che contiene esclusivamente frammenti di temi degli studenti frequentanti i licei, non comprende neanche un commento di quelli iscritti a Istituti tecnici e professionali. Dalle osservazioni svolte in classe la nostra ipotesi è che questi ultimi, dando maggior rilievo al lavoro che si svolge in classe rispetto quello individuale a casa (e pertanto non svolgendo con costanza i compiti assegnati) non abbiano percepito la possibile influenza che la valutazione formativa può avere sul processo di apprendimento.

- Il nostro tentativo di proporre attività adeguatamente sfidanti è stato percepito ed esplicitato dall'11% del campione,

"Personalmente non ho aspetti negativi da criticare su questo progetto, gli argomenti trattati a mio parere sono stati affrontati bene e spiegati in modo che fossero comprensibili a tutti." [Tommaso, Istituto tecnico]

"Mi è, infatti, piaciuto molto il modo in cui avete gestito l'insegnamento, adattandovi alle capacità di noi studenti. Gli argomenti sono stati affrontati in maniera giusta, almeno dal mio punto di vista:" [Margherita, Liceo artistico]

"Le verifiche le ho trovate adatte alle spiegazioni fornite, e di durata e difficoltà giusta secondo me, il riscontro di questa attività secondo me è positivo." [Patrizia, Istituto tecnico]

"Durante i lavori di gruppo mi sono sentita spesso all'altezza degli esercizi da svolgere molte volte ho saputo prendere in mano le redini della situazione e gestire l'attività." [Gabriella, Liceo classico]

mentre l'8% ha espresso un senso di inadeguatezza del grado di difficoltà delle attività progettate. In tal caso, come ipotizzabile in accordo con la teoria della zona di sviluppo prossimale di Vygotskij (1978), sono emerse due possibili situazioni: le richieste fatte agli studenti venivano percepite come eccessive o difficili, facendoli sentire "stanchi" e frustrati, oppure eccessivamente facili e quindi non stimolati.

"Il progetto Flipped Math era ben progettato ma mi sono resa conto che non era secondo me adatto nel modo in cui è stato progettato a tutti gli studenti che come me non sono molto bravi in matematica." [Grazia, Istituto tecnico]

"Ho trovato questa esperienza un po' stancante per i troppi esercizi." [Paola, Istituto professionale]

"Un aspetto da migliorare potrebbe essere eccessiva facilità di alcuni esercizi che, resi più difficili sono più allettanti e stimolanti per gli studenti." [Gabriele, Liceo scientifico]

La distribuzione di queste due differenti motivazioni non è omogenea in tutto il campione, come invece accade per le frasi riferite alla categoria del livello ottimale della sfida. Si evidenzia una maggior concentrazione di studenti che sembrano far trasparire la percezione del livello di difficoltà delle attività troppo alto nei licei classici, Istituti tecnici e professionali, a cui appartengono anche Grazia e Paola, mentre pare essere eccessivamente basso nei licei scientifici, frequentati anche da Gabriele. D'altronde l'unità di apprendimento è stata progettata pensando a destinatari la cui materia caratterizzante di riferimento non fosse la matematica, infatti per i licei scientifici l'attuazione del progetto doveva servire solamente da introduzione all'argomento.

Le categorie che risultano essere legate più frequentemente con quella relativa al livello ottimale della sfida, sia a valenza positiva che negativa, sono quelle riguardanti il bisogno di competenza e la percezione delle proprie abilità. Infatti chi ha affermato che il grado di difficoltà delle attività proposte fosse adeguato al proprio livello di competenze non solo scrive, logicamente, di aver percepito le proprie abilità sufficienti per affrontare le sfide proposte, ma spesso manifesta anche il soddisfacimento del bisogno di competenza. Gabriella, ad esempio, si sente "all'altezza" delle attività proposte e percepisce di essere stata in grado di padroneggiare la situazione che stava affrontando. Passando ai casi a valenza negativa, Grazia giustifica la sua opinione dichiarando di avere una percezione delle proprie competenze matematiche basse, mentre Gabriele fa trasparire la mancata soddisfazione del bisogno di competenza per via dell'eccessiva facilità delle proposte.

Concludiamo questa panoramica con due categorie emerse spontaneamente dai brani, ma non strettamente riferibili alle caratteristiche del flipped learning. Si tratta infatti di opinioni positive e negative riguardo gli aspetti di novità della metodologia e la dimostrazione di un scetticismo iniziale nei confronti del progetto.

Le opinioni positive riguardo il fattore novità consistono in un apprezzamento non tanto nell'apprendimento capovolto in sé, quanto più del fatto di approcciarsi alla matematica usando strade e strumenti differenti da quelli usuali, come mostrato dai seguenti esempi.

"[…] fare lezioni così è stato una novità e le cose nuove stuzzicano sempre un po' di più." [Chiara, Liceo scientifico]

"Già dall'inizio questo progetto mi ha incuriosito è ispirato perché mi presentava come un nuovo metodo di insegnamento e apprendimento della matematica" [Petra, Liceo classico]

"[…] svolgere le attività in una maniera diversa dalla lezioni standard di matematica è stato motivante oltre che divertente." [Giulia, liceo scientifico]

Ciò che emerge è anche un collegamento ricorrente con le sottocategorie della motivazione intrinseca, in particolare l'interesse, la curiosità e il divertimento che gli elementi originali della lezione suscitano. Le opinioni negative rispetto gli elementi di novità del progetto sembrano dipendere soprattutto da una difficoltà dello studente ad abituarsi al nuovo approccio, rendendo più complessa la comprensione dell'argomento, come espresso da Luce di seguito.

"Questa esperienza mi è piaciuta, però, dal mio punto di vista, sono abituata a un altro modo di spiegare, quindi mi risulta un po' difficile apprendere." [Luce, Istituto professionale]

L'ultima categoria è quella contente opinioni negative iniziali riguardo al progetto che, in tutti i casi, si trasforma in un apprezzamento.

"In un primo momento pensavo fosse una cosa assai noiosa ma da quando ci siamo uniti e messi in gruppo il tutto è diventato molto più interessante." [Rossana, Istituto tecnico]

"A dire la verità inizialmente avevo valutato il progetto negativamente. Non ne ero molto entusiasta perché pensavo non mi interessasse ed ero partita già con la mentalità di non poter capire gli argomenti ancora da affrontare." [Daria, Istituto tecnico]

"Circa quattro mesi fa abbiamo iniziato un progetto chiamato flipped math, confesso, all'inizio non mi piacque più di tanto, però grazie le spiegazioni delle due ragazze e al lavoro di gruppo mi sono sentita capace di risolvere gli esercizi dati." [Giada, Liceo artistico]

"All'inizio, invece, ero un po' titubante perché con la matematica non ho mai avuto un bel rapporto, con questo progetto le cose sono cambiate." [Debora, Liceo classico]

"Quando ci è stato comunicato che, come classe, avremo partecipato a questo progetto ero un po' dubbiosa e mi chiedevo come la matematica, essendo una delle materie più complicate e articolate, si potesse apprendere in questo modo. Durante lo svolgimento e soprattutto adesso, che è finito il progetto, posso affermare che tutta questa difficoltà che mi ero immaginata, nonostante gli argomenti non semplici subito, non c'è stata." [Vanessa, Istituto tecnico]

"Quando ha iniziato non mi sembrava un progetto interessante ma col passare del tempo mi sono ricreduta. Imparare le cose così è divertente e divertendosi secondo me si impara meglio." [Porzia, Istituto tecnico]

Si trovano nel 12% dei temi e dipendono prevalentemente da un background negativo con la matematica, quindi una disposizione emozionale negativa, come nel caso di Debora, oppure una percezione delle proprie capacità matematiche insufficienti, come accaduto a Daria. Le ragioni che hanno permesso di modificare il loro approccio all'attività sono state principalmente tre: il lavoro di gruppo, come scritto da Rossana, il divertimento stimolato, come espresso da Porzia, e l'utilità per l'apprendimento, come dimostrato da Vanessa.
Sono state fino a qui elencate tutte le categorie emerse dalla lettura dei temi ed evidenziate le relazioni tra quelle che si riferivano alle opinioni sulle caratteristiche del flipped learning e quelle concernenti aspetti cognitivi e affettivi. A nostro parere sono degni di nota anche alcuni legami presenti tra categorie riguardanti i fattori affettivi.
Ci riferiamo in particolare al bisogno di competenza che sembra avere una certa influenza sulla disposizione emozionale. Come mostrano gli esempi, quanto il bisogno viene soddisfatto gli studenti provano emozioni positive, quando invece ciò non accade le emozioni sono negative.

"[...] quando riuscivo a svolgere l'esercizio richiesto ero fiera di me" [Camilla, Liceo scientifico]

"Riguardando al percorso, però, devo dire che potevo impegnarmi di più e magari fare più esercizi, anche se quelli che ho fatto, a volte, non riuscivo a svolgere completamente questo ha provocato in me sconforto e rabbia." [Viola, Liceo classico].

Inoltre nei casi in cui il bisogno di competenza viene soddisfatto lo studente percepisce il livello delle proprie abilità adeguato alla sfida:

"Inoltre, riuscire ogni volta a trovare equazioni, risposte soluzioni e mi ha fatto capire che se ragiono e mi concentro io posso capire la matematica." [Viviana, Liceo classico].

7.3.3. Riferimenti alle specificità della matematica e agli indici di cambiamento

Da analisi successive sul materiale narrativo abbiamo osservato che, seppur il riferimento alla matematica fosse implicito (considerando che i narratovi raccontato l'esperienza originata dall'utilizzo del flipped learning durante le lezioni di matematica), alcune parti sembrano poter non riguardare specificatamente l'insegnamento-apprendimento della materia, ma il lavoro a scuola in generale, ad esempio[98]:

"Mi sono trovata molto bene a lavorare in gruppo e ho trovato molto utile il materiale didattico condiviso con gli studenti per email, mi è risultato soprattutto molto comodo." [Cecilia, Liceo artistico]

[98] Per mettere in risalto graficamente i riferimenti alla matematica o alle sue specificità, evidenzieremo con lo stile "grassetto" alcune parole chiave.

In altre parti invece viene fatto riferimento proprio alla specificità che gli allievi vedono nella materia, come:

> "Anche il metodo utilizzato è stato efficace: partire da una semplice **formula** e far determinare a noi le varie **equazione** e **formule** mi ha abituata a **ragionare** e mi ha motivato molto." [Maria Vittoria, Liceo classico]

> "Sento che questo progetto abbia fatto bene alla mia autostima verso la **matematica**..." [Clara, Istituto tecnico]

Abbiamo pensato potesse essere interessante entrare più nel dettaglio per capire se, e quali, elementi del flipped learning fossero maggiormente legati ad aspetti distintivi della matematica e quali invece di carattere più generale.
I riferimenti alla disciplina si concentrano soprattutto nelle opinioni riguardo l'apprendimento per problemi e il tentativo di creare un avvicinamento tra modo reale e matematica, che tra l'altro è proprio uno dei presupposti del problem-based learning. Riportiamo di seguito tre esempi per la prima categoria e tre per la seconda.

> "Il modo con cui per esempio si davano i compiti per casa pretendendo una **deduzione logica** senza la spiegazione e la **teoria** aiutava molto l'apprendimento." [Saverio, Liceo scientifico]

> "Le attività in generale mi ha molto motivato rispetto alle lezioni normali soprattutto perché ho dovuto sfruttare **ragionamenti logici e razionali**, cosa che ho applicato anche durante la verifica finale, un momento durante il quale solitamente seguo semplicemente i **procedimenti** che mi sono stati insegnati in classe." [Fabio, Liceo classico]

> "A mio parere questo corso di **matematica** che abbiamo effettuato è stato molto utile, soprattutto dal punto di vista del **ricavare** da soli o in gruppo le **soluzioni** agli **argomenti ed esercizi** proposti […]" [Tiziana, Liceo classico]

> "Ho trovato interessante questo progetto perché le **formule matematiche** sono state collegate alla realtà." [Lisa, Istituto professionale]

> "[…] abbiamo potuto apprendere come la **matematica** possa essere applicata alla vita di tutti i giorni." [Silvia, Liceo scientifico]

> "Grazie a questo progetto mi sono approcciato in modo diverso alla matematica, per esempio studiare le **sezioni coniche** sulle schede per poi vederle sui monumenti o sulle strutture architettoniche di tutti i giorni." [Aurelio, Liceo classico]

Come si può vedere da Saverio e Fabio il riferimento al processo deduttivo, tipico della matematica, è molto forte, così come quello alle attività di risoluzione di problemi, evidenziato da Tiziana[99]. Lisa, Silvia e Aurelio sono invece un buon esempio di coloro che hanno apprezzato la scelta di avvalersi di applicazioni e contestualizzazioni dei concetti matematici in situazioni reali, per potere avere un riscontro della materia nel quotidiano. In effetti il problem based learning, e più in generale l'inquiry-based learning, è collegato a molte ricerche e teorie di didattica della matematica, tra cui proprio quella sul problem solving e sulla realistic mathematics education (Dorier e Maass, 2014), perciò non ci ha sorpreso questa presenza insistente di riferimenti espliciti.

[99]Abbiamo interpretato questa frase, e altre molto simili, come un modo alternativo per fare riferimento ai problemi, termine a cui non sono abituati (nella pratica didattica di molte di queste classi spesso si parla solo di "esercizi e teoria"). Infatti crediamo che l'idea del "ricavare da soli o in gruppo la soluzione ad argomenti" sia legata alle attività di scoperta, mentre il "ricavare da soli o in gruppo la soluzione a esercizi" sia un rinvio ai problemi, che vengono descritti, appunto, come esercizi mai affrontati prima con l'insegnante e del quale non conoscono il procedimento risolutivo (potremmo anche chiamarli esercizi-stimolo (D'amore et al., 2004)).

Il rimando alla matematica si ha con una discreta frequenza anche in quelle parti di testo in cui si esprimono valutazioni positive rispetto all'uso della tecnologia durante le lezioni, soprattutto nominando software didattici specifici della disciplina come GeoGebra, e il livello ottimale della sfida, che essendo legata all'attività matematica proposta spesso fa sì che gli studenti la nominino nel esprimere le loro opinioni.

> "[…] un altro aspetto positivo dell'attività e la presenza di più materiale ed esempi interattivi grazie a **Geogebra** e il modo di ricerca delle informazioni." [Edoardo, Istituto tecnico]

> "In conclusione ho apprezzato i video[100] esplicativi dove venivano illustrati i comportamenti delle **sezioni coniche** al variare dei **coefficienti**" [Petra, Liceo classico]

> "Le **parti teoriche** sono state organizzate quindi, con molta cura e in modo semplice, comprensibile a tutti." [Marialuce, Liceo scientifico]

Invece le categorie riguardanti l'apprendimento tra pari e l'utilizzo di attività creative hanno una presenza di riferimenti alla materia tra le più basse.

> "L'esperienza del progetto Flipped Math mi è piaciuta molto perché ho capito come si lavora in gruppo. Quando si lavora insieme escono sempre idee ed è più facile collaborare" [Mia, Istituto tecnico]

> "Un'altra grande idea è stata quella del video, un'idea, che non aveva solo lo scopo di spiegare il funzionamento di un semplice telescopio, ma probabilmente aveva anche un secondo fine, ovvero abituarci a parlare di fronte ad una telecamera, un qualcosa con cui nel futuro avremo sicuramente a che fare, in una società come quella di questi anni, circondata ed invasa dalla tecnologia." [Carola, Liceo classico]

> "Con questa attività mi sono sentita molto motivata, […] per l'originalità delle prove richieste, come ad esempio il video che abbiamo presentato." [Monica, Istituto tecnico]

Questi infatti si rifanno per lo più a competenze trasversali, come Mia e Carola evidenziano, o a caratteristiche intrinseche dell'attività che esulano da quelle disciplinari, come "l'originalità" di cui parla Monica.
Riferimenti espliciti alla matematica sono emersi anche nelle categorie relative agli aspetti cognitivi ed affettivi.
Alcune classi contengono quasi esclusivamente frasi che fanno riferimento alla materia, proprio per come sono state definite, ad esempio tutte quelle riguardanti il background degli studenti con la disciplina,

> "Partiamo dal fatto che io e la **matematica** siamo due mondi opposti […]" [Mattia, Istituto tecnico]

così come quelle relative alla visione della matematica e il livello di abilità percepito. D'altronde sono state riconosciute come due delle tre dimensioni del concetto di atteggiamento verso matematica (Di Martino e Zan, 2010).

> "Questo perché ha permesso di riflettere riguardo qualcosa cui spesso non pensiamo tutto il mondo in cui viviamo è governato, prima di tutto, dalla **matematica** e dalla fisica." [Angelica, Liceo scientifico]

> "[…] essendo per me quest'ultima [**la matematica**] una materia difficile." [Valeria, Liceo classico]

[100] I video nominati riprendevano mediante programmi di screen recorder file GeoGebra dinamici, creati ad hoc per l'attività.

La terza dimensione del costrutto, la disposizione emozionale, contiene invece anche frasi più generiche, dal quale non si riesce a dedurre il rinvio diretto alla disciplina, come negli ultimi tre esempi tra quelli proposti nel seguito.

> "Esso ha fatto sì che il mio rapporto con la **matematica** fosse positivo." [Mattia, Liceo classico]

> "Nel fare questo progetto ho provato belle sensazioni." [Francesco, Liceo scientifico]

> "Gli aspetti positivi di questo progetto sono stati: sicuramente la disponibilità della ragazza che ha tenuto il progetto, che ha saputo gestire la classe al meglio durante le lezioni, chiarendo ogni nostro dubbio e aiutandoci a mantenere un clima di tranquillità e concentrazione." [Mara, Istituto tecnico]

> "Nonostante questo, nelle verifiche, nonostante i voti siano stati più che sufficienti, non ho raggiunto i risultati sperati, per questo motivo mi sono leggermente scoraggiata." [Eugenia, Istituto tecnico]

Alcune affermazioni infatti si riferiscono al progetto nel suo complesso, come quella di Francesco, altre all'atmosfera creata dal nuovo ruolo del docente e dall'apprendimento tra pari, come nel caso di Mara, o ancora al raggiungimento (sia riuscito che mancato) di determinati obiettivi, ad esempio quella di Eugenia.
Sembra inoltre che la soddisfazione del bisogno di competenza sia strettamente contestualizzata all'interno della materia oggetto del progetto:

> "Dovendo essere io a comprendere **argomenti nuovi**, prima che venissero approfonditi in classe, in questo modo mi sentivo più preparata durante la lezione" [Rosa, Istituto tecnico]

> "[…] non sono riuscita a raggiungere appieno il mio scopo, cioè quello di comprendere a fondo i vari **argomenti trattati**." [Giulia, Liceo classico]

similmente al bisogno di autonomia

> "È stato un modo per apprendere **concetti** in modo più semplice, provando a **ragionare** con la nostra testa e confrontando le nostre opinioni." [Antonio, Istituto tecnico]

La soddisfazione del bisogno di relazionalità, sia col docente che con i propri compagni, non pare essere legato alla matematica. Le frasi che proponiamo nel seguito, ad esempio, potrebbero essere state pronunciate durante l'ora di una qualsiasi altra materia scolastica.

> "[…] mi ha aiutato a conoscere meglio i miei nuovi compagni di classe e anche quelli vecchi." [Sara, Liceo artistico]

> "In questo percorso che abbiamo intrapreso, sono rimasta molto colpita dall'impegno dell'insegnante, che ha sempre cercato di aiutarci in tutti gli esercizi e compiti a casa. Vorrei ringraziarla per la sua pazienza, perché spesso dicono che siamo una classe un po' irrequieta, ma lei non si è fatta intimidire, anzi al contrario è sempre stata molto chiara e socievole nei nostri confronti." [Naike, Liceo classico]

Alla luce dei dati ottenuti facciamo un'osservazione: l'abbinata problem based learning-bisogno di competenza-bisogno di autonomia, messa in evidenza precedentemente dalle relazioni tra le categorie, è caratterizzata da una forte presenza di riferimenti diretti alla matematica, l'accoppiata peer education-bisogno di relazionalità invece da una scarsa. Ciò potrebbe far pensare che l'utilizzo dell'apprendimento per problemi sia particolarmente funzionale per l'insegnamento-apprendimento della matematica, sia per le sue caratteristiche intrinseche che ben si adattano a quelle della materia, sia per l'influenza che ha sul bisogno di competenza e autonomia (e di conseguenza sul livello di abilità percepito) in matematica.

L'apprendimento tra pari non sembra avere tali specificità e neanche un ascendente sul bisogno di relazionalità specifico nella disciplina.
In alcune di quelle parti di testo che riguardano gli aspetti cognitivi e affettivi, siamo riusciti a rintracciare alcuni indici di un avvenuto cambiamento positivo rispetto alla lezione frontale a cui gli alunni erano abituati.
Per certe categorie tale risultato era atteso, ad esempio quelle contenenti frasi che esprimono una variazione in meglio del livello di competenze percepito, della visione della matematica o della diposizione emozionale positiva, essendo state definite proprio come un'alterazione di una inclinazione precedente[101].

> "Concludo dicendo che dopo questa esperienza guarderò la matematica con altri occhi." [Raffaella, Istituto tecnico]
>
> "Ora mi sento più […] sicura nell'apprendimento della materia." [Marina, Liceo classico]
>
> "Il mio rapporto con la matematica è stato meno difficoltoso rispetto ad altre volte." [Massimiliano, Liceo artistico]

In altre categorie il risultato non era scontato, trattiamo nel seguito gli aspetti più rilevanti.

- In primo luogo sembra che per diversi studenti il processo di apprendimento sia stato semplificato o abbia permesso di organizzare meglio lo studio:

  > "Attuando questo nuovo metodo di studio, in cui c'è un insegnamento capovolto, gli studenti […] riescono a svolgere i compiti proposti in modo più semplice" [Guglielmo, Liceo classico]
  >
  > "Io sono mancata un'intera settimana eppure ho capito pienamente gli argomenti, questo è stato possibile grazie alle mail riassuntive e ai compiti per casa che una volta tornata a scuola mi sono stati corretti e spiegati; se dovessi mancare una settimana durante il normale periodo scolastico invece dubito che capirei il tutto." [Olimpia, Istituto tecnico]

- Anche la motivazione intrinseca è stata stimolata maggiormente dalle attività proposte, facendo aumentare il coinvolgimento attivo, la curiosità, il divertimento provato e l'interesse:

  > "[…] rende lo studio di questa materia più attivo e coinvolge anche gli alunni che altrimenti parteciperebbero passivamente alle lezioni distraendosi e annoiandosi." [Giovanni, Liceo scientifico]
  >
  > "[…] abbiamo appreso cose matematiche non con la solita spiegazione ma in modo più divertente." [Greta, Istituto tecnico]
  >
  > "Le lezioni di matematica sono state più interessanti delle solite lezioni" [Marcella, Liceo classico]

- Le trasformazioni portate dalla nuova metodologia sono state avvertite anche relativamente alle tre dimensioni dell'atteggiamento nei confronti della matematica, quindi sulla disposizione emozionale, sulla percezione delle proprie abilità e soprattutto sulla visione della matematica:

  > "Questo progetto mi ha ancora di più fatto capire l'importanza della matematica collegata anche a molti oggetti presenti nella realtà quotidiana." [Fabrizio, Liceo scientifico]

[101] Per mettere in risalto graficamente gli indici espliciti di un avvenuto cambiamento, evidenzieremo con lo stile "sottolineato" alcune parole chiave.

"Sento che questo progetto abbia fatto bene alla mia autostima verso la matematica..." [Domiziana, Liceo artistico]

"Il mio rapporto con la matematica è sicuramente migliorata al termine di questo progetto." [Nadia, Istituto tecnico]

- Infine, anche se con una percentuale di presenza degli indici di cambiamento inferiore rispetto alle precedenti categorie, segnaliamo anche alcuni frammenti di testo relativi ai tre bisogni psicologici fondamentali di autonomia, competenza e relazionalità:

  "[…] credo che questo metodo di lavoro ci abbia aiutato ad acquisire più autonomia." [Dario, Liceo scientifico]

  "l'alunno […] si sente anche più padrone di questa [materia]." [Cristina, Liceo classico]

  "[…] si è rivelato un modo per conoscersi meglio." [Lorenza, Istituto tecnico]

Possiamo quindi dire che una trasformazione in meglio, rispetto alla lezione frontale a cui le classi erano abituati, c'è stata, ed alcuni studenti lo hanno dichiarato esplicitamente mettendo in risalto quali aspetti hanno percepito aver subito una maggior influenza.

7.4. Conclusioni

Dall'analisi quantitativa e qualitativa dei temi sono emerse numerose informazioni che possono essere utili per trarre alcune conclusioni.
Tra gli aspetti più apprezzati della sperimentazione (>20%) abbiamo, nell'ordine, l'utilizzo di strategie di peer education, la proposta di applicazioni al mondo reale, il coinvolgimento interpersonale che il nuovo ruolo del docente gli permette di avere, e l'uso di strumenti tecnologici.
Seppur non fosse il focus della nostra ricerca, è emerso che il flipped learning ha dato agli studenti la percezione di apprendere con facilità gli argomenti, in alcuni casi anche in misura superiore rispetto una lezione tradizionale. Non vi è una particolare caratteristica della metodologia che ha influito, tutte hanno contribuito: le strategie di peer education e problem based learning, le attività creative, la valutazione formativa, l'uso della tecnologia e le applicazioni alla realtà. Similmente è accaduto per la motivazione intrinseca sulla quale hanno agito tutte le caratteristiche appena elencate, salvo la tipologia di valutazione adottata. L'adozione di strumenti digitali e la proposta di attività in contesti quotidiano hanno incrementato soprattutto l'interesse mentre la proposta di attività creative ha permesso agli alunni di divertirsi durante l'apprendimento. Tra i benefici a cui il flipped learning poteva condurre, evidenziate nel Capitolo 1, in effetti avevamo proprio segnalato un miglioramento delle capacità cognitive (logiche, di memoria, di problem solving) e il passaggio da una motivazione estrinseca a una intrinseca. Inoltre, dalla nostra analisi, l'apprendimento capovolto è risultato essere un ambiente in grado di sostenere i tre bisogni psicologici fondamentali, che secondo la teoria dell'autodeterminazione dovrebbe provocare uno spostamento sul continuum motivazionale dalla motivazione estrinseca a quella intrinseca. Disponendoli dal più al meno frequente (relazionalità-competenza-autonomia) ritroviamo l'ordinamento emerso dallo studio sperimentale di Sergis et al. (2018), il cui diagramma a barre è riportato in Figura 84.

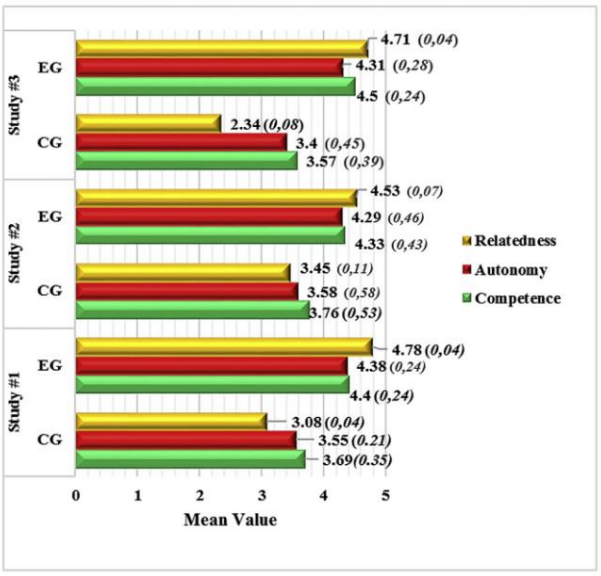


Figura 84 Statistica descrittiva dei bisogni psicologici fondamentali nei tre studi mettendo a confronto gruppo sperimentale (EG) e gruppo di controllo (CG) (Sergis et al., 2018, p. 374)

Il bisogno di relazionalità sembra essere stato favorito soprattutto dall'utilizzo di strategie di apprendimento tra pari, come evidenziato già da Abeysekera e Dawson (2015) e Sergis et al. (2018), ma anche dal nuovo ruolo del docente, in grado di dimostrare attenzione al singolo e coinvolgimento interpersonale, come avevamo supposto nel capitolo 4. Gli autori degli articoli citati avevano inoltre congetturato che gli altri due bisogni psicologici possano essere soddisfatti dall'utilizzo dell'active learning; i risultati qui ottenuti li confermano anche sotto questo aspetto, fornendo però informazioni più dettagliate. Nel percorso da noi proposto sembra che sia stato in particolare il problem based learning a supportare questi due bisogni, insieme alla scelta di sfide dal livello ottimale, che ha contributo all'appagamento di quello di competenza, come ipotizzato nel nostro studio teorico.
Tali risultati confermano alcune idee proposte nel lavoro di un importante ricercatore in didattica della matematica, Hannula (2016). Esso non tratta in particolare del flipped learning, ma svolge alcune considerazioni sulle caratteristiche che un ambiente didattico dovrebbe avere affinché venga stimolata la motivazione in matematica. Ciò che osserva è che: attività collaborative danno la possibilità agli studenti di soddisfare i loro "bisogni sociali", lavorare su problemi aperti e di ricerca appaga il bisogno di autonomia, confrontarsi con compiti interessanti e adeguatamente sfidanti permette di sostenere il bisogno di competenza. Ciò ci sembra dia ulteriore valore ai nostri risultati.
Vista la stretta connessione tra la motivazione e gli altri fattori affettivi abbiamo cercato di dedurre dai temi quante più informazioni possibili anche su altri aspetti, in particolare l'atteggiamento verso la matematica. È interessante osservare che organizzando le componenti dell'atteggiamento dalla più alla meno frequente (disposizione emozionale-percezione di competenza-visione della matematica) si ritrova lo stesso ordine ottenuto da Zan e Di Martino (2007) nella loro analisi narrativa sui temi "Io e la matematica: il mio rapporto con la matematica (dalle elementari ad oggi)". Il lavoro dei due ricercatori non ha naturalmente l'obiettivo di studiare l'influenza di una metodologia sugli alunni, ma di determinare una definizione di atteggiamento mediante la grounded theory[102] (Glaser e

[102] La grounded theory è una tecnica di analisi dei testi narrativi che consiste nella comparazione costante e ciclica dei self-report per interpretarne i dati e suddividerli in categorie definite sulla base delle stesse codifiche, che riflettono gli strati di astrazione basati su fenomeni e relazioni emersi dal materiale. Il fine ultimo è quello di generare nuove teorie partendo dai racconti (Bikner-Ahsbahs et al., 2015).

Strauss, 1967). Ci è sembrato comunque utile far notare come la frequenza con cui gli studenti, in generale, fanno riferimento alle dimensioni dell'atteggiamento sia la stessa.
Ritornando alle nostre osservazioni, abbiamo riscontrato come il flipped learning abbia influenzato tutte e tre le componenti, determinando in alcuni casi la percezione di un cambiamento rispetto il modello tradizionale a cui erano stati abituati. La disposizione emozionale viene influenzata soprattutto dall'uso della peer education, la percezione delle proprie competenze dal livello ottimale della sfida e la visione della matematica dalla proposta di applicazioni reali. Inoltre la soddisfazione del bisogno di competenza ha influito a sua volte sulle prime due dimensioni dell'atteggiamento. Nuovamente, i vantaggi evidenziati dai ricercatori potevano preannunciare questi risultai. Avevamo infatti specificato che l'apprendimento capovolto poteva aumentare il livello di autostima e autoefficacia, creare un "ponte" tra matematica e mondo reale, e sviluppare un clima non competitivo che grazie alla nuova figura del docente può far sentire gli studenti a proprio agio, favorendo la comparsa di emozioni positive. Tra l'altro queste "relazioni causa-effetto" sono le stesse messe in evidenza nella review storica di Middleton e Spanias (1999).
Non sono mancate le opinioni negative, anche se in percentuali nettamente inferiori rispetto quelle positive. I problemi ricorrenti (>8%) sono stati la percezione di una scansione temporale inadeguata rispetto al carico di lavoro richiesto, così come di un livello delle sfide proposte non idoneo alle competenze delle classi. Anche l'apprendimento tra pari è stato criticato, non essendo stato considerato proficuo per l'apprendimento. In alcuni casi anche il mancato sostegno al senso di relazionalità ha influito negativamente su tale aspetto.
Dall'analisi delle ricorrenze dei riferimenti alle specificità della matematica siamo riusciti ad acquisire ulteriori informazioni interessanti. Sembra infatti che tra le due strategie didattiche attive sfruttate nella sperimentazione, il problem based learning sia maggiormente indicato per l'insegnamento-apprendimento della matematica, grazie alle caratteristiche che lo contraddistinguono, molte delle quali affini ai processi che si attuano studiando la disciplina (problem solving, ragionamenti induttivi seguiti da quelli deduttivi, riflessione, ecc.) (Dorier e Maass, 2014). L'apprendimento per problemi inoltre sembra sostenere i bisogni psicologici fondamentali di competenza e autonomia, in particolare in matematica, con conseguenze positive sulle dimensioni dell'atteggiamento verso la disciplina. Al contrario nei frammenti di testo relativi alla peer education compaiono molto di rado riferimenti alle specificità della disciplina, così come per il conseguente senso di relazionalità. Si potrebbe dunque concludere che l'utilizzo di questa strategia didattica, seppur sia stata la più apprezzata ed abbia influito positivamente su molti aspetti delle percezioni degli studenti, potrebbe portare i medesimi vantaggi anche nell'applicazione ad altre materie scolastiche. Pensiamo invece che il problem based learning, seppur valutato di meno dalle classi, sia uno strumento del flipped learning particolarmente adatto per trattare con la matematica, e quindi una risorsa da tenere in considerazione nel nostro ambito, insieme all'utilizzo di software didattici, giudicati funzionali per l'approccio alla disciplina.

Conclusioni

Non ci sono dimostrazioni in didattica della matematica.

Henry Pollak

In questa tesi abbiamo cercato di analizzare la possibile influenza che il flipped learning ha sulla motivazione degli alunni in matematica, studiando separatamente dal punto di vista teorico i due elementi in gioco nei primi tre capitoli.
L'apprendimento capovolto è nato per rispondere a una sensazione di insoddisfazione che accomunava sia docenti che studenti nel mondo della scuola (e.g. Lage et al., 2000), subendo numerose mutazioni nel giro di pochi anni, portando oggi a svariati equivoci e diversi errori di interpretazione (Nizet et al., 2016). Si è tentato di mettere in luce le caratteristiche principali di tale metodologia didattica nel primo capitolo, anche mediante la presentazione di alcune ricerche con particolare riferimento all'ambito della didattica della matematica. Si tratta di un modello educativo che trae ispirazione dal costruttivismo e che pone al centro dell'apprendimento lo studente piuttosto che l'insegnante, il quale di conseguenza cambia ruolo, diventando facilitatore e guida. Anche la valutazione si trasforma, rafforza la sua valenza formativa, dando maggior attenzione ai processi e puntando a uno sviluppo delle competenze (Bishop e Verleger, 2013). L'ausilio della tecnologia digitale è un elemento importante, ma non fondamentale, utile per semplificare i processi di apprendimento e l'organizzazione del lavoro, oltre che essere fonte di stimolo per i giovani d'oggi (Sams e Bergmann, 2013). Siamo riusciti inoltre a determinare diversi benefici a cui l'apprendimento capovolto può portare, grazie alle caratteristiche sopra elencate e all'impiego di strategie didattiche attive. Ricordiamo ad esempio: un miglioramento delle capacità cognitive, la possibilità di personalizzare l'apprendimento, l'aumento di autonomia e responsabilità, la creazione di un "ponte" tra il mondo della scuola e quello reale, il passaggio da una motivazione estrinseca a una intrinseca, il maggior coinvolgimento degli alunni, l'aumento del livello di autostima e autoefficacia, e la creazione di un clima non competitivo (Cecchinato e Papa, 2016a).
Nel secondo capitolo è stata presentata una panoramica di alcune delle più importanti teorie della motivazione ad apprendere in psicologia, poiché proprio su di esse si fondano gli studi riguardanti tale costrutto in didattica della matematica. Abbiamo così messo in evidenza come numerose ricerche abbiano evidenziato la correlazione positiva esistente tra motivazione intrinseca di uno studente, o più in generale tra il suo orientamento alla padronanza, e il rendimento scolastico (Dweck, 1999; Hidi, 1990), soprattutto in matematica (Middleton e Spain, 1999). Il focus sulla disciplina è emerso in particolar modo nel terzo capitolo, in cui è stato presentato il filone di ricerca chiamato affect, caratteristico della didattica della disciplina, all'interno del quale si inserisce lo studio della motivazione. Fu McLeod (1992) a mettere in evidenza la possibile connessione tra la motivazione e le tre dimensioni principali dell'affect, che lui stesso aveva definito essere le convinzioni, l'atteggiamento e le emozioni. Seppur il modo di trattare i fattori affettivi sia oggi cambiato, sia nelle definizioni che nella considerazione del duplice aspetto di stato/tratto, il legame messo in risalto dall'autore è ancora studiato, non solo, a quest'ultimo viene data sempre maggior rilevanza (Hannula, 2012). Per tale motivo abbiamo presentato alcune delle teorie

più utilizzate attualmente nello studio di convinzioni, atteggiamento ed emozioni, oltre ad alcuni lavori teorici e sperimentali di importanti ricercatori del campo sulla motivazione in matematica.
Dopo questa analisi teorica iniziale, fondamentale per avere una conoscenza il più completa possibile dei due argomenti fulcro della tesi, abbiamo sviluppato alcune ipotesi sul legame tra di essi, presentate nel quarto capitolo. Ad esempio, l'utilizzo di strumenti tecnologici permette modalità di comunicazione digitali che dovrebbero stimolare l'interesse degli alunni; inoltre la connessione che crea con la quotidianità dei giovani potrebbe far aumentare la loro curiosità, così come la proposta di problemi sfidanti di real life. Tali congetture, oltre a essere interessanti di per sé e poter costituire la base per possibili studi futuri, sono stati utili per definire il quadro teorico più adatto all'interno del quale inserirsi e condurre la parte sperimentale del presente elaborato: la teoria dell'autodeterminazione di Deci e Ryan (1985). Il flipped learning, infatti, sembra essere un ambiente adatto al sostegno dei tre bisogni psicologici fondamentali che, quando soddisfatti, stimolano livelli di autodeterminazione più alti nella motivazione estrinseca o provocano il passaggio alla motivazione intrinseca (Abeysekera e Dowson, 2015; Sergis et al., 2018), con tutti i benefici per l'apprendimento ad essi connessi. L'utilizzo di strategie di active learning durante il lavoro in classe permette di spostare la responsabilità dell'apprendimento dall'insegnante agli studenti stessi, che acquistano così una maggior autonomia. Tale aspetto è ulteriormente enfatizzato da uno stile valutativo condiviso che permette agli allievi di aver (entro i limiti consentiti) potere decisionale sul proprio operato. La scelta del livello di difficoltà di queste attività è un aspetto fondamentale della metodologia, processo che viene semplificato da strategie didattiche attive che consentono una personalizzazione dell'apprendimento, favorendo la proposta di sfide ottimali in grado di soddisfare il bisogno di competenza. La personalizzazione dell'apprendimento è resa più facile, inoltre, dal nuovo ruolo del docente che può interfacciarsi con i singoli (o i piccoli gruppi) in maniera differenziata. Ciò rende possibile anche la creazione di una relazione educativa molto più profonda e soddisfacente, che conseguentemente appagherà anche il bisogno di relazionalità degli studenti. Per l'ultimo bisogno citato, l'apprendimento capovolto ha anche altre risorse da poter sfruttare: l'utilizzo di strategie di peer education, che non solo permette di sviluppare e accrescere i legami interpersonali tra i pari, ma pone un obiettivo comune per il quale cooperare e collaborare, diminuendo la componente competitiva. Tutto ciò non solo soddisfa i tre bisogni appena elencati, ma crea anche un clima che favorisce l'emergere di obiettivi di padronanza, di teorie dell'intelligenza incrementali e di emozioni positive.
Nel quinto capitolo abbiamo presentato l'unità di apprendimento, appositamente creata secondo le modalità flipped, facendo particolare riferimento al ciclo proposto da Cecchinato e Papa (2016a), con il quale si è svolta la sperimentazione nelle 15 classi terze e quarte delle scuole secondarie di secondo grado ferraresi aderenti al progetto. L'argomento fulcro dell'intero laboratorio è stato quello delle sezioni coniche. Dopo un'introduzione in cui le curve sono state mostrate come ombre di una sfera e sezioni di una superficie conica retta a due falde, si sono affrontati nell'ordine la parabola, l'ellisse, la circonferenza e l'iperbole. Per tutte le curve elencate si è proposto uno stimolo curioso legato alle loro applicazioni reali, seguite dalla definizione di luogo geometrico, dall'equazione e dalla rappresentazione grafica, con particolare attenzione al significato geometrico dei coefficienti.
Per ottenere informazioni sulla motivazione in matematica dagli studenti che hanno partecipato, si sono sfruttati due strumenti self-report: un questionario in scala Likert, per poter svolgere un'analisi statistica, e un tema strutturato, per poter attuare un'analisi narrativa.
Il questionario in scala Likert, appositamente costruito, aveva lo scopo di indagare il livello di motivazione (intrinseca ed estrinseca), l'assenza di motivazione, lo stile attributivo (in particolare il locus of control) e le emozioni (positive o negative). Dai risultati, presentati

nel sesto capitolo, non emerge nessun aumento significativo di motivazione intrinseca ed emozioni positive, come non si evidenzia una maggior internalizzazione del locus of control a seguito dell'utilizzo del flipped learning, a differenza di ciò che avevamo ipotizzato nel capitolo quattro. Si è però notata una diminuzione significativa del livello di motivazione estrinseca e di emozioni negative che vanno a sostegno di alcune nostre congetture: il maggior valore dell'aspetto formativo e cooperativo, rispetto a quello classificatorio e competitivo, ha probabilmente fatto sì che il comportamento degli studenti in matematica fosse percepito come meno controllato, facendo abbassare la motivazione estrinseca. Ciò può creare un clima più rilassato, in cui gli studenti si sentono meno spaventati all'idea di valutazioni negative e dal giudizio dei compagni, così la frequenza con cui vengono provate emozioni negative, quali inadeguatezza, depressione, paura e irritazione, si potrebbe essere ridotta. Forse, se vi fosse stata la possibilità di svolgere una sperimentazione più lunga, di durata semestrale o annuale, si sarebbero riscontrati esiti ancor più evidenti. Si osservi comunque che non si sono registrate diminuzioni significatice, in alcun dominio delle caratteristiche motivazionali positive, come non sono stati registrati aumenti significativi dei domini appartenenti alle caratteristiche motivazionali negative.

Nel settimo capitolo abbiamo svolto un'analisi narrativa contenutistico-categoriale sui temi strutturati (Liebliche et al., 1998) raccolti al termine del progetto. Seppur il campione non possa essere considerato rappresentativo, per via dell'alto numero di testi non consegnati, si sono potute svolgere considerazioni interessanti. Dai racconti dell'esperienza sembra che gli studenti abbiamo provato molto più spesso una motivazione di tipo intrinseco, legato soprattutto all'interesse, al divertimento e al coinvolgimento attivo, rispetto a una di tipo estrinseco. Ciò sembra dipendere dall'adozione di strumenti tecnologici, dalla proposta di attività creative e dalle sfide legate al mondo reale. Inoltre l'utilizzo di strategie didattiche attive, come il cooperative e il problem based learning, pare abbia sostenuto i tre bisogni psicologici fondamentali, rispettivamente quello di relazionalità (il più segnalato nei temi) e quelli di competenza-autonomia (legati alle specificità della matematica). Abbiamo così riscontrato alcune delle ipotesi fatte nel capitolo quarto e brevemente riassunte in precedenza, in particolare: l'influenza dell'apprendimento tra pari e del nuovo ruolo del docente sul bisogno di relazionalità, l'influenza dell'apprendimento attivo (tra cui quello per problemi) sul bisogno di autonomia e competenza, quest'ultimo incrementato ulteriormente dalla scelta di un livello adeguato delle attività proposte. L'analisi narrativa conferma inoltre che l'utilizzo della tecnologia nel processo didattico e le connessioni al mondo reale mediante problemi applicativi, hanno favorito l'interesse e la curiosità della classe.

I risultati appena esposti, ottenuti dall'indagine statistica e narrativa, potrebbero sembrare entrare in contrasto; in realtà noi pensiamo non sia così. Prima di tutto il paradigma su cui si basano le due tipologie di analisi, rispettivamente positivista e interpretativo, sono differenti e quindi di difficile comparazione, ma vi sono anche altre ragioni. Ad esempio, le analisi non sono state eseguite sullo stesso identico campione (per via della pulizia dei dati da una parte, e delle mancate consegne dall'altra), di conseguenza è difficile confrontarle. Inoltre crediamo che i due strumenti di analisi valutino dimensioni diverse della motivazione: il questionario quella definita come *tratto*, il tema strutturato quella detta di *stato*. In effetti lo strumento in scala Likert fa riferimento esplicito allo "studio della matematica": sebbene il nostro intento iniziale fosse quello di far riferimento a qualsiasi approccio che gli alunni avessero con la disciplina, sia in classe che a casa, ci siamo accorti che tale affermazione veniva invece interpretata da tutti come "approccio solitario alla materia a casa in preparazione a compiti in classe o in occasione di esercitazioni". Crediamo dunque che la dimensione della motivazione esplorata da questo strumento sia quella di tratto, quindi stabile, la più difficile da modificare. Nel tema invece veniva richiesto di "raccontare" l'esperienza vissuta nel suo complesso, sia in aula durante le attività che a casa durante lo studio, quindi l'approccio alla disciplina nelle particolari situazioni create dal laboratorio

mediante il flipped learning. Ci pare dunque che i risultati emersi facciano riferimento a una motivazione di stato.
Queste le ragioni per cui non crediamo che i risultati ottenuti dalle due analisi siano contraddittorie. Anzi, tale visione spiegherebbe perché dai testi narrativi sembrerebbe ci siano miglioramenti importanti in dipendenza della metodologia a livello della motivazione intrinseca, della soddisfazione dei bisogni psicologici e più in generale dei fattori affettivi nella materia: la motivazione come stato è rapidamente modificabile e dipende dalla situazione proposta. Invece quella di tratto, misurata con il questionario chiuso, è più stabile, e a essa corrispondono infatti risultati molto più "contenuti".
Il focus delle ultime ricerche in didattica della matematica riguarda per lo più la motivazione come tratto, che si forma nei primi anni di vita. Questa ci permette di predire i futuri orientamenti e i successi nella materia, ma non di comprendere perché uno studente mette tanto impegno in una certa attività rispetto a un'altra, o come indurre una motivazione di stato desiderabile (Hannula, 2016).
Basandoci sulle osservazioni fatte fino ad ora ipotizziamo che un utilizzo dell'apprendimento capovolto, che sfrutti strategie di peer education e problem based learning, potrebbe (continuando a favorire la soddisfazione dei bisogni psicologici fondamentali e lo stimolo dell'interesse, del divertimento e del coinvolgimento attivo) sviluppare negli studenti una motivazione di stato intrinseca in matematica, che, se iterata per lunghi periodi, potrebbe trasformarsi in motivazione di tratto, entrando a far parte delle caratteristiche stabili del soggetto.
Concludiamo la presente tesi con alcune prospettive di ricerca future, elaborate sulla base delle considerazioni finali effettuate. Se vi fosse la possibilità di svolgere una sperimentazione prolungata, anche su base annuale, gli studenti avrebbero la possibilità di provare ripetutamente una motivazione di stato intrinseca durante lo svolgimento di attività matematiche in modalità flipped, o per lo meno estrinseca con un livello di autodeterminazione più alto, modificando anche quella di tratto. D'altronde la possibilità che l'ambiente didattico trasformi questi tratti affettivi è già noto nella ricerca in didattica della matematica da diversi anni (Hannula, 2016; Pellerey, 1996; Wæge, 2010). I conseguenti numerosi benefici, come la maggior perseveranza, l'apprendimento più profondo e i risultati migliori nella materia (Middleton, 1995), potrebbero conseguentemente diventare caratteristiche stabili dei processi di apprendimento nella disciplina per gli alunni oggetto della sperimentazione.

Bibliografia

Alschuler, A.S. (1969). The effects of classroomstructure on achievement motivation on academic performance. *Educational Technology*. 9 (8). p.19-24.

Abeysekera, L., Dawson, P. (2015). Motivation and cognitive load in the flipped classroom: definition, rationale and a call for research. *Higher Education Research and Development*. 34 (1), p.1–14.

Abramson, L.Y., Seligman, M.E.P., Teasdale, J.D. (1978). Learned helplessness in humans: Critique and reformulation. *Journal of Abnormal Psychology*. 87, p.49-74.

Amabile, T., DeJong, W., Lepper, M. (1976). Effects of externally imposed deadlines on subsequent intrinsic motivazion. *Journal of Personality and Social Psychology*. 34, p.92-98.

Aiken L. (1961). The effect of attitudes on performance in mathematics. *Journal of Educational Psychology*. 52(1), p.19-24.

Ames, C. (1992). Classroom: Goals, structures, and student motivation. *Journal of Educational Psychology.* 85, p.395- 405.

Ames, C. (1994). Achievement goals as a measure of motivation in university students. *Contemporary Educational Psychology*. 84 (3), p.261-271.

Anderson, R.C., Shirey, L.L., Wilson, P.T., Fielding, L.G. (1987). Interestingness of children's reading material. In R.E. Snow, M.J. Farr, *Aptitude, learning and instruction: Cognitive and affective process analysis* (p.287-299). Hillsdale (N.J.): Erlbaum.

Ajello, A.M. (1999). La motivazione ad apprendere: aspetti teorici, implicazioni educative. In C. Pontecorvo, *Psicologia dell'educazione* (p.273-296). Bologna: Il Mulino.

Atkinson, J.W. (1957). Motivational determinants of risk-tasking behavior. *Psychological Review*. 64, p.359-372.

Atkinson, J.W. (1964). *An introduction to motivation*. Princeton (N.J.): Van Nostrand.

Atkinson, J.W., Raynor, J.O. (1974). *Motivation and achievement*. New York: Wiley.

Austin, J.W., Vancouver, J.B. (1996). Goal construct in psychology: Structure, process, and content. *Psychological Bulletin*. 120, p.338-275.

Baker, W. J. (2000). The" classroom flip": Using web course management tools to become the guide by the side. In J. A. Chambers, *Selected Papers from the 11th International Conference on College Teaching and Learning* (p. 9-17). Jacksonville, FL: Florida Community College at Jacksonville.

Bandura, A. (1977). Self-efficacy: Toward a unifying theory of behavior change. *Psychological Review*. 84, p.191-215.

Bandura, A. (1982). Self-efficacy mechanism in human agency. *American Psychologist*. 37, p.122-147.

Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. New York: Freeman.

Bandura, A. Barbaranelli, C., Caprara, G.V., Pastorelli, C. (1996). Multifaceted impact of self-efficacy beliefs on academic functioning. *Child Development*. 67, p.1206-1222.

Bar Tal, D. (1978). Attributional analysis of achievement-related behavior. *Review of Educational Research.* 48(2), p.259-271.

Bara, B. (1990). *Scienza cognitiva.* Torino: Bollati Boringhieri.

Barbaranelli, C. (2006). *Analisi dei dati con SPSS II: le analisi multivariate*. Milano: LED.

Barbero Vignola, G., Duca, V. (2014). Scuola, motivazione e apprendimento nell'adolescenza. *Studi Zancan*. 2, p. 103-110.

Barrow, L. (2006). A brief history of inquiry: from Dewey to standards. *Journal of Science Teacher Education*. 17(3), p.265-278.

Beijaard, D.P., Mejer, P., Verloop, N. (2004). Reconsidering research on teachers' professionalidentity. *Teaching and Teacher Education*. 20, p.107-128.

Beluce, A.C., De Oliveira, K.L. (2015). Students' motivation for learning in virtual learning environment. *Paideia*. 25(60), p.105-113.

Benenson, J.F, Dweck, C.S. (1986). The development of trait explanation and self-evaluation in academic and social domains. *Child Development*. 57, p.1179-1187.

Bergamini, B., Barozzi, G., Trifone, A. (2016). Manuale blu 2.0 di matematica, vol 3A. Bologna: Zanichelli.

Bergmann, J., Sams, A. (2012). *Flip your classroom: Reach every student in every class every day*. Eugene (OR): ISTE.

Bergmann, J., Sams, A. (2016). *Flip your classroom. La didattica capovolta*. Firenze: Giunti Scuola.

Berlyne, D.E. (1971). *Conflitto, attivazione e creatività*. Milano: Angeli.

Bhagat, K.K., Chang, C.N, Chang, C.Y. (2016). The impact of the flipped classroom on mathematics concept learning in high school. *Educational Tecnology and Society*. 19(3), p.124-132.

Bikner-Ahsbahs, A., Knipping, C., Presmeg, N.C. (2015). *Approaches to qualitative research in mathematics education.* Springer.

Bishop, J., Verleger, M. (2013). The flipped Classroom: A Survey of the Research. In *ASEE Annual Confernce and Exposition,* Atlanta (GA).

Bikner-Ahsbahs, A., Knipping C., Presmeg, N. (2015). *Approached to qualitative research in mathematics education: exemples of methodology and methods*. Dordrecht: Springer.

Blackwell, L.S., Trzesniewski K.H., Dweck, C.S. (2007). Implicit theoris of intelligence predict achievement across an adolescent transition: A longitudinal study and an intervention. *Child development*. 78(1), p.246-263.

Boscolo, P. (1997). *Psicologia dell'apprendimento scolastico. Aspetti cognitivi e motivazionali.* Torino: UTET.

Boscolo, P. (2003). La motivazione ad apprendere tra ricerca psicologica e senso comune. *Scuola e città*. 1, p.81-92.

Boscolo, P. (2010). La motivazione ad apprendere. In L. Mason, *Psicologia dell'apprendimento e dell'istruzione* (p.91-110). Bologna: Il Mulino.

Brachetti, L., Capone, R., Tortoriello, F.S. (2017). Un'esperienza didattica half-flipped in un ambiente di apprendimento SCALE-UP. *Annali online della Didattica e della Formazione Docente*. 9(14), p.355-371.

Boyer, C. B. (1976). *Storia della matematica.* Milano: Isedi.

Brophy, J. (1981). Teacher praise: A functional analysis. *Review of Educational Research*. 51, p.5-32.

Brophy, J. (1987). Socializing students' motivation to learn. In L.M. Maehr, D.A: Kleiber, *Advances in motivation and achievement*, vol. 5 (p.181-210). Greenwich (CT): JAI Press.

Brousseau. G. (1986). Fondements et Mèthodes de la Didactique des Mathèmatiques. *Researches en didactique des mathèmatiques*. 7(2), p.33-115.

Bruner, J. (1961). The act of discovery. *Harvard Educational Review*. 31, p.21-32.

Bruner, J. (1990). *Acts of Meaning*. Cambridge: Harvard University Press (trad. italiana *La ricerca del significato. Per una psicologia culturale.* Torino: Bollati Boringhieri. 1992).

Brunetto, D., Konotorovich, I. (2017). Math Lessons: From Flipped to Amalgamated, from Teacher-to Learner-Centered. In C. Andrà, D. Brunetto, E. Levendon, P. Lijedahl, *Teaching and Learning in Meths Classroom* (p.119-129). Springer.

Burhans. K.K., Dweck, C.S. (1995). Helplessness in early childhood: The role of the contingent worth. *Child Development*. 66, p.1719-1738.

Carimali, L. (2016). Matematica: Il Bernini la sapeva lunga!. In G. Cecchinato, R. Papa, *Flipped classroom un nuovo modo di insegnare e apprendere* (p. 203-208). Torino: UTET.

Carletti, A., Varani, A. (2005). *Didattica costruttivista. Dalla teoria alla pratica in classe*. Trento: Erickson.

Carotenuto, G., Sbaragli S. (2107). Flipped classroom per la formazione insegnanti: una ricerca sulla percezione degli studenti. *Didattica della matematia. Dalla ricerca alle pratiche d'aula.* 3(1), p.7-34.

Castoldi, M. (2009). *Valutare le competenze. Percorsi e strumenti*. Carrocci.

Castoldi, M. (2017). Costruire unità di apprendimento. Guida alla progettazione a ritroso. Carrocci.

Cavalli, G., Gnesi, C. (2015). La motivazione a scuola. La scuola.

Cecchinato, G. (2014). Flipped classroom: innovare la scuola con le tecnologie digitali. *Tecnologie Didattiche*. 22(1), p.11-20.

Cecchinato, G., Papa, R. (2016a). *Flipped classroom un nuovo modo di insegnare e apprendere*. Torino: UTET

Cecchinato, G., Papa, R. (2016b). Flipped Classroom: riflessioni per la ricerca educativa. In P.G. Rossi, C. Giaconi, *Microprogettazione. Pratiche a confronto. PROPIT, EAS, Flipped Classroom* (p.105-112). Milano: FrancoAngeli.

Chevallard, Y. (1985). *La trasposition didactique. Du savoir savant savoir enseigné.* Grenoble: La Pensée Sauvage.

Chiappini, G. (2007). Il laboratorio didattico di matematica: riferimenti teorici per la sua costruzione. In R. Garuti, A. Orlandoni, R. Ricci, Il laboratorio matematico scientifico: suggerimenti ed esperienze, allegato al n.8 di *Innovazione educativa*, IRRE Emilia Romagna.

Chiappini, G., Reggiani, M. (2003). Toward a didactical practice based on mathematics laboratory activities. In *Proc. Of Cerme 3*. Consultabile al sito http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG9/TG9_list.html

Cobb P. (1985). Two children's anticipations, beliefs, and motivations. *Educational Studies in Mathematics*. 16(2), p.111-126.

Cohen L., Manion L. (1994). *Research Methods in Education*. London: Routledge.

Comoglio, M. (1999). *Educare insegnando. Apprendere ad applicare il cooperative learning*. Roma: LAS.

Covington, M.V. (1992). *Making the grade: A self-worth perspective on motivation and school reform.* Cambridge: Cambridge University Press.

Covington, M.V. (1998). *The will to learn. A guide for motivating young people*. Cambridge: Cambridge University Press.

Csikszentmihalyi, M. (1993). *The evolving self: A psychology for third millennium*. New York: Harper Collins.

D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M.I., Marazzani, I. (2004). "Esercizi anticipati" e "zona di sviluppo prossimale": comportamento strategico e linguaggio comunicativo in attività di problem solving. *La matematica e la sua didattica*. 2, p.71-95.

D'Amore, B., Godino, D.J., Arrigo, G., Fandino Pinilla, M.I. (2003). *Competenze in matematica*. Bologna: Pitagora.

D'Amore, B., Sbaragli, S. (2011). *Principi di base di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora.

Damon, W., Phelps, E. (1989). Critical distinctions among three approaches to peer education. *International journal of educational research*. 13(1), p.9-19.

D'Alessio, M. Fiorenzato, L. Pallini, S. (2007). *Mi oriento. Il ruolo dei processi motivazionali e volitivi.* Padova: Piccin.

Da Re, F. (2013). *La didattica per competenze*. Milano: Pearson Italia.

Dascalogianni, K., Simpson, A. (2000). Towards a definition of attitude: the relationship between the affective and the cognitive in pre-university student. In T. Nakahara, M. Koyama, *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics education* (p.217-224). Hiroshima (Japan): PME. 3.

Dazzi, C., Pedrabissi, L. (2006). Motivazione intrinseca ed estrinseca e disagio scolastico: un contributo alla validazione del test "Perché studio?". *Psicologia clinica dello sviluppo*. 2, p.209-224.

De Bellis, V.A, Goldin, G.A. (2006) Affect and meta-affect in mathematical problem solving: A representational perspective. *Educational Studies in Mathematics*. 63(2), p.131-147.

De Beni, R., Moè, A. (1995). *Questionario di attribuzione. Attribuzione delle cause di successo/fallimento in compiti cognitivi*. Firenze: Organizzazioni speciali.

De Beni, R., Moè, A. (2000). *Motivazione e apprendimento*. Bologna: Il Mulino.

Deci, E.L. (1971). The effects of externally mediated rewards on intrinsic motivation. *Journal of Personality and Social Psychology.* 18, p.105-115.

Deci, E.L, Cascio, WF. (1972). *Changes in intrinsic motivation as a function of negative feedback and theats*. Paper presentato a Eastern Psychological Association, Boston.

Deci. E.L., Eghrari, H., Patrinck, B., Leone, D. (1994). Facilitating internalization: The self-determination theory perspective. *Journal of Personality*. 62, p.119-142.

Deci, E.L., Korstner, R., Ryan, R.M. (1999). A meta-analitic review of experiments examining the effects of extrinsic rewards on intrinsec motivazion. *Psychological Bulletin*, 625(6), p.627-668.

Deci, E.L., Ryan, R.M. (1985). *Intrinsic motivation and self-determination in human behavio*r. New York: Plenum Press.

Deci, E.L., Ryan, R.M. (2000). The "What" and "Why" of Goal Pursuits: Human Needs and the Self-Determination of Behavior. *Psychologcal Inquiry*. 11(4). p.227-268.

Deci, E.L., Ryan, R.M. (2008). Self-determination theory: A macrotheory of human motivation, development, and health. *Canadian Psychology,* 49(3), p.182-185.

Delfino, M., Dettori, G., Persico, D. (2009). Imparare ad imparare con le tecnologie. *TD Tecnologie Didattiche*, 46(1), p.51-57.

De Mauro, T. (2016). Prefazione. In Cecchinati, G., Papa, R. *Flipped classroom: un nuovo modo in insegnare e apprendere.* Novara: UTET.

Deutsch, M. (1949). A Theory of Co-operation and Competition. *Human Relation*. 2(2), p.129-152.

Di Martino, P. (2004). *Difficoltà in matematica e sistemi di convinzioni*. Tesi di dottorato, Università degli Studi di Pisa.

Di Martino, P. (2011). I fattori affettivi nel processo di apprendimento-insegnamento della matematica. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate.* 34(3), p.343-351.

Di Martino, P., Zan, R. (2010). *"Me and math"': towards a definition of attitude grounded on students' narrative*, *Journal of Mathematics Teacher Education.* 13(1), p.27-48.

Di Martino, P., Zan, R. (2011). Attitude towaeds mathematics: a bridge between belifs and emotions. *ZDM Mathematics Education*. 43, p.471-482.

Dorier, J., Maass, K. (2014). Inquiry-Based Mathematics Education. In S. Lerman, *Encyclopedia of Mathematics Education* (p.300-303). Springer.

Dweck, C.S. (1986). Motivational processes affecting learning. *American Psychologist.* 41(10), p.1040-1048.

Dweck, C.S. (1999). *Self-theory: Their role in motivation, personality, and development*. Ann Arbor (Mich.): Psychology Press.

Dweck, C.S, Laggett, E.L (1988). A social cognitive approach to motivation and personality. *Psychological Review.* 95, p.256-273.

Eccles, J.S., Adler, T.F., Futterman, R., Goff, S.B., Kaczala, C.M., Meece, J., Midgley, C. (1983). Expetancies, values and academic behaviors. In J.T. Spencer, *Achievement and achievement motivation* (p. 75-146). San Francisco (Calif.): W.H. Freeman.

Eccles, J.S., Wigfield, A., Reuman, D. (1985). *Changes in self-percepitions and values at early adolescence*. Paper presentato al Annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco.

Elliot, A.J., Church, M. (1997). A hierarchical model of approach and avoidance achievement motivation. *Journal of personality and Social Psychology*. 72, p.218-232.

Elliott, E.S., Dweck, C.S. (1988). Goals: An approach to motivation and achievement. *Journal of Personality and Social Psychology.* 54(1), p.5-12.

Elliot, A.J., Harackiewicz, J. (1996), Approach and avoidance achievement goals and intrinsic motivation: A mediational analysis. *Journal of personality and Social Psychology*. 70, p. 968-980.

Else-Quest, N.M., Hyde, J.S., Linn, M.C. (2010). Cross-National Patterns of Gender Differences in Mathematics: A Meta-Analysis. *Psychological Bulletin.* 136(1), p.103–127.

Ercolani, A.P., Areni, A. (1973). *Statistica per la ricerca in psicologia*. Il Mulino.

Eugeni, F., Mascella, R., Tondini, D. (2001). Un'applicazione del calcolo binario: il gioco del NIM. *Periodico di Matematiche*, Serie VIII. 1(4).

Fennema, E., Peterson, P. (1985). Autonomus learning behavior: Apossible explanation of gender-related difference in mathematics. In L.C. Wilkinson, C.B. Marrett, *Gender difference in classroom interection* (p.7-35). Madison (WI): University of Wisconsin Press.

Fennema, E., Peterson, P., Carpenter, T.P., Lubinski, C.A. (1990). Teachers' attribution and belifs about girl, boys, and mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 21, p.55-69.

Filak, V.F., Sheldon, K.M. (2003). Student psychological need satisfaction and college teacher-course evaluation. *Educational Psychology*. 23(3), p.235-247.

Fipped Learning Network. (2014). *The Four Pillars of F-L-I-P*. Consultabile al sito http://flippedlearning.org/definition-of-flipped-learning/

Flipped Learning Network, Sophia. (2014). *Growth in Flipped Learning: trasition the focus from teacher to student for educational success*. Consultabile al sito http://flippedlearning.org//site/Default,aspsx?PageID=95

Ford, M. (1992). *Motivating humans: Goals, emotions, and personal agency beliefs*. Newbury Park (Calif.): Sage.

Foschi, C. *Flipped Classroom: un'analisi delle componenti motivazionali e autoregolative*. Tesi di Laurea Magistrale, Università degli Studi di Padova

Frenzel, A.C., Pekrun, R., Goetz, T. (2007). Girls and mathematics – A "hopeless" issue? A control-value approach to gender differences in emotions towards mathematics. *European Journal of Psychology of Education.* 22(4), p.497-514.

Frieze, I.H., Bar-Tal, D. (1979). Attribution theory: Past and present. In J.S. Carrol, *New approaches to social problems*. San Fancisco: Jossey-Bass.

Furinghetti, F., Pehkonen, E. (2002). Rethinking characterization of belief. In G. Leder, E. Pehkonen, G. Törner, *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (p.39-57). Dordrecht: Kluwer Academic Publischer.

Glaser, B., Strauss, A. (1967). *The discovery of grounded theory*. Chicago: Aldine.

Goleman, D. (1996). L'intelligenza emotiva. Milano: Rizzoli.

Good, C., Rattan, A., Dweck, C.S. (2012). Why do women opt out? Sense of belonging and women's representation in mathematics. *Journal of Personality and Social Psychology*. 102(4), p.700-717.

Levine, D.M, Krehbiel, T.C. (2010). *Statistica: quinta edizione*. Milano: Pearson.

Graziano, K. J., Hall, J. D. (2017). Flipping Math in a Secondary Classroom. Journal of computers in Mathematics and Science Teaching. 36(1), p.5-16

Green, T. (1971). *The activities of teaching.* McGraw-Hill Book Company

Grolnick, W., Ryan, R.M. (1987). Autonomy in children's learning: An experimental and individual difference investigation. *Journal of Personality and Social Psychology*. 52, p.890-898.

Haladyna, T., Dhaughnessy, J., Dhaughnessy, M. (1983). Acausal analysis of attitude toward Mathematics. *Journal for research in Mathematics Education*. 14(1), p.19-29.

Hannula, M. (2004). *Regulating motivtion in mathematics*. Paper presentato al Topic Study Group 24 del ICME-10.

Hannula, M. (2006). Motivation in Mathematics: Goals reflected in emotions. *Educational Studies in Mathematics*. 63(2), p.165-178.

Hannula, M. (2012). Exploring new dimension of mathematics-related affect: embodied and social theories. Research in Mathematics Education. 14(2), p.137-161.

Hannula, M. (2014). Affect in Mathematics Education. In S. Lerman, *Encyclopedia of Mathematics Education* (p.23-26). Springer.

Hannula, M. (2016). Regulation motivation in mathematics. *Journal of changde teacher University-Nature Science Edition*. p.96-105.

Hannula, M.S., P. Op't Eynde, W. Schloöglmann, Wedege, T. (2007). Affect and mathematical thinking. In Pitta Pantazi, D., Philippou, G. *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education.* Department of Education: University of Cyprus.

Hart, L. (1989). Describing the affective domain: saying what we mean. In D.B. McLeod, V.M, Adams. *Affect and mathematical problem solving: A new perspective*. New York: Springer Verlag.

Harter, S. (1978). Effectance motivation reconsidered: Toward a developmental model. *Human Development*. 21, p.34-64.

Harter, S. (1982). The perceived competence scale of children. *Child Development*. 53, p.7-97.

Harter, S. (1992). The relationship between perceived competence, affect and motivational orientation within the classroom: Processes and patterns of change. In A.K. Boggiano, T.S. Pittman, *Achievement and motivation: A social-developmental perspective* (p.77-114). Cambridge: Cambridge University Press.

Heider, F. (1958). *The psychology of interpersonal relations*. New York: Wiley & Sons.

Hidi, S. (1990). Interest and its contribution as a mental resource for learning. *Review of Educational Research.* 60, p.549-350.

Hidi, S. (1995). A reexamination of the role of attention in learning from text. *Review of Educational Research.* 7, p. 323-350.

Hidi, S., Anderson, V. (1992). Situation interest and its impact on reading and expository writing. In K.A. Renninger, S. Hidi, A. Krapp, *The role of interest in learning and development* (p. 215-238). Hillsdale (N.J.): Erlbaum.

Hidi, S., Renninger, K.A. (2006). The four-phase model of interest development. *Educational Psychologist*. 41, p.111-127.

Higgins, E.T. (1987). Self-discrepancy: A theory relating self and affect. *Psychological Review*. 94, p.319-340.

Heuett, W. J. (2017). Flipping the Math Classroom for Non-Math Majors to Enrich Their Learning Experience. PRIMUS, 27(10), p.889-907.

Howitt, D., Cromer, D. (2014). *Introduzione alla statistica per psicologia*. Torino: Pearson.

Hull, C.L. (1943). *Principles of behavior*. New York: Appleton-Century-Crofts.

Jagacinski, C.M., Nicholls, J.G. (1990) Reducing effort to protect perceived ability. *Journal of Educational psychology.* 82(1), p.15-21.

Jones, E.E., Berglas, S. (1978). Control of attributions about the self through self-handicapping strategies: The appeal of alcohol and the role of underachievement. *Personality and Social Psychology Bulletin*. 4, p.200-206.

Karsa, M., Sergis, S., Sampson, D.G. (2016). Invastigating the potential of the flipped classroom model in K-12 mathematics teaching and learning. In *Proceeding of the 13th international conference on cognition and exploratory learning in digital age*.

Kasser, T., Ryan, R.M. (1996). Further examining the American dream: Differentian correlates of intrinsic ed extrinsic goals. *Personality and Social Psychology Bulletin*. 22, p.80-87.

Klipm, G. (1980). Research on mathematics attitude. In Shumway, R.J. *Research in mathematics education*. 2(4), p.356-387.

Krapp, A., Hidi, S., Renninger, K.A. (1992). Interest, learning and development. In K.A. Renninger, S. Hidi, A. Krapp, *The role of interest in learning and development* (p. 3-25). Hillsdale (N.J.): Erlbaum.

Kulm, G. (1980). Research on mathematics attitude. In R.J. Shumway, *Research in mathematics education* (p.356-387). Reston (VA): NCTM.

Kumar, R., Gheen, M. H., Kaplan, A. (2002). Goal structures in the Learning Enviroment and Students' Dissaffection From Learning and Schooling. In C. Migley, *Goals, Goal Structures, and Patterns of Adaptive Learning* (p. 143-173). Mahaeah (NJ): Lawrence Erlbaum.

Lage, M., Platt, G., Treglia, M. (2000). Inverting classroom: A gateway to creating an inclusive learning enviroment. *The Journal of Economic Education*. 31, p.30-43.

Lazzari, E. (2017a). Un'esperienza di flipped theaching nell'insegnamento-apprendimento della matematica. In C. Cateni, C. Fattori, R. Imperiale, B. Piochi, A. Veste, F. Ricci, *Quaderni GRIMeD n°3. Una feconda contraddizione – Didattica indivualizzata vs didattica cooperativa? Il problema della valutazione all'incrocio tra le "due didattiche"* (p. 58-67). Torino: Il capitello.

Lazzari, E. (2017b). I sistemi di numerazione: un'esperienza di apprendimento capovolto. In Annali online della Didattica e della Formazione Docente, vol 9, 14.

Lazzari, E. (2018). Flipped learning e motivazione in matematica: possibili conncessioni e implicazioni didattiche. In C. Cateni, C. Fattori, R. Imperiale, B. Piochi, A. Veste, F. Ricci, *Quaderni GRIMeD 4. Fare matematica in relazione* (p. 114-123). Torino: Il capitello.

Lebrun, M. (2016a). Un "cours", plusieurs modèles de classes inversées, un exemple d'hybridation. In A. Dumont, D. Berthiaume, *La pédagogie inversée* (p.73-95). Louvain–la-Neuve: De Boeck.

Lepper, M., Green, D. (1975). Turning play into work: Effects of adults surveillance and extrinsic rewards on children's intrinsic motivation. *Journal of Personality and Social Psychology.* 31, p.479-486.

Lepper, M., Green, D., Nisbet, R. (1973). Undermining children's intrinsic interest with reward: A test of the overjustification hypothesis. *Journal of Personality and Social Psychology.* 28, p.129-137.

Lester, F.K. (2002). Implication of research on students' beliefs for classroom practice. In G. Leder, E. Pehkonen, G. Törner, *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (p. 345-353). Dordrecht: Kluwer Academic Publischer.

Lewin, K. (1946). Action research and minority problem. *Journal of Social Issues*. 2, p.34-46.

Lewin, K. (1965). Le situazioni psicologiche relative al premio e alla punizione. In G. Petter, *Teoria e dinamica della personalità*. Firenze: Edizione Universitaria. p.121-181.

Lieblich, A., Tuval-Maschiach R., Zilber, T. (1998). *Narrative research. Reading, Analysis and Interpretation*. Thousand Oaks (CA): SAGE Publication.

Likert, R. (1932). Technique for the measure of attitudes. *Arcives of Psychology*. 22(140), p.5-55.

Maglioni, M., Biscaro, F. (2014). *La classe capovolta. Innovare la didattica con la flipped classroom*. Erikson.

Mandler, G. (1984). *Mind and body: psichology of emotion and stress*. NewYork: Norton.

Markus, H., Kitayama, S. (1991). Culture and the self: Implications for cognition, emotion and motivation. *Psychological Review*. 98, p.224-253.

Markus, H, Nurius, P. (1986). Possible selves. *American Psychologist*. 41, p.954-969.

Maslow, A.H. (1943) A theory of human motivation. *Psychological Review*. 50, p.370-396.

Maslow, A.H. (1953). *Motivation and personality*. Harper & Row

Mason, L., Arcani, S. (2001). Motivazione all'impegno scolastico, attribuzioni causali e rendimento in studenti di scuola media e superiore. *Psicologia clinica dello sviluppo*. 3, p.423-450.

Mazur, E. (1997). *Peer instruction: A user's manual*. Upper Saddle River: Prentice Hall.

McLeod, D.B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D.A. Grows, *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of –mathematics* (p.575-596). New York (NY): McMillan.

McLeod, D.B., Adams, V.M. (1989). *Affect and mathematical problem solving: A new perspective*. New York: Springer Verlag.

McLeod, D.B., McLeod, S.H. (2002). Beliefs and mathematics education: Implication for learning, teaching, and research. In G. Leder, E. Pehkonen, G. Täorner, *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (p.115-123). Kluwer Academic Publishers.

Judith L. Meece, J.L., Glienke, B.B., Burg, S. (2006). Gender and motivation. *Journal of School Psychology*. 44, p.351 – 373.

Middleton, J.A. (1993). *The effects of an innovative curriculum project on the motivational belifs and practice of middle school mathematics teachers*. Paper presentato al Annual meeting of the American Educational Research Associasion, Atlanta (GA).

Middleton, J.A. (1995). Astudy of Motivation in the Mathematics Classroom: A Personal Costructs Approach. *Journal of research in Mathematics Education*. 26(3), p.256-279.

Middleton, J.A., Littlefield, J., Lehrer, R. (1992). Gifted students' conception of academic fun: An examination of a critival construct for gifted education. *Gifted Child Quarterly*. 36, p.38-44.

Middleton, J.A. Spains, P. (1999). Motivation fo Achievement in Mathematics: Findings, Generalizations, and Criticisms of the Research. *Journal for Research in Mathematics education*. 30(1), p.65-88.

Migdley, C., Urban, T. (1995). Predictors of middle school students' use of self-handicapping strategies. *Journal of Early Adolescence*. 15(4), p.423-434.

Miller, G.A. (1956). The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for proceeding information. *Psycological –review*. 63(2), p.81-97.

Millis, B., Cottell, P. (1998). Cooperative learning for higher education faculty. *American Council on Education, Series on Higher Education*. Phonenix (AZ): The Orux Press.

Miquelon, P., Vallerand, R. J. (2008). Goal motives, well-being, and physical health: An integrative mode. *Canadian Psichology*. 49(3), p.241-249.

MIUR. (2010). *Indicazioni Nazionali 2010 per i licei*. Consultabile al sito http://www.indire.it/lucabas/lkmw_file/licei2010/indicazioni_nuovo_impaginato/_Liceo%20scientifico.pdf

MIUR. (2012). *Linee Guida*. Consultabile al sito http://www.agherbino.gov.it/Documenti/Linee-guida-opzioni-istitutiprofessionali-direttiva-70-2012.pdf

Moè, A., Cornoldi, C., De Beni, R. (1998). Incoerenza strategica, metodo di studio e insuccesso scolastico. *Archivio di Psicologia, Neurologia e Psichiatria*. 59, p.567-576.

Mastrorilli, A., Petitta, L., Borgogni, L., Steca, S. (2015). *ABC del Programma Spss. Come avviarsi alla pratica del pacchetto statistico*. Edizioni Franco Angeli.

Murphy, P.K. Alexander, P.A. (2000). A motivated exploration of motivation terminology. *Contemporary Educational Psychology*. 25, p.3-53.

Nicholls, J.G. (1990). What is ability and why are you mindful of it? A developmental perspective. In R. Stenberg, J. Kolligian, *Competence considered* (p.11-40). New Haven (Conn.): Yale University Press.

Nicholas J.G., Miller, R.B. (1994). Cooperative learning and student motivation. *Contemporary Educational Psychology*. 63, p.414-430.

Niemiec, C.P., Ryan R.M. (2009). Autonomy, competence, andrelatedness in the classroom: Applying self-determination theory to educational practice. *Theory and Research in Education*. 7(2), p.133-144.

Nietz, I., Galiano, O., Mayer, F. (2016). Vers un cadrage téorique pour comprendre la classe inverse. In A. Dumont, D. Berthiaume, *La pédagogie inversée*. Louvain –la-Neuve: De Boeck.

Oguz-Unver, A., Arabacioglu, S. (2014). A comparison of inquiry-based learning (IBL), problem-based learning (PBL) and project-based learning (PLBL) in science education. *Academia Journal of Educational Research*. 2(7), p.20-128.

O'Mahony ,T.K., Vye, N.J., Bransford, J.D., Sanders, E.A., Stevens, R., Stephens, R.D., Soleiman, M.K. (2012). A comparison of lecture-based and challengebased learning in a workplace setting: Course designs, patterns of interactivity, and learning outcomes. *Journal of the Learning Sciences*. 21(1), p.182-206.

Ortony, A., Clore, G. L., Collins, A. (1988). *The cognitive structure of emotions*. Cambridge: Cambridge Univerity Press.

Pajare, F. (1996). Self-efficacy beliefs in academic settings. *Review of Educational Research*. 66(4), p.543-578.

Peiretti, F. (2012). *Matematica per gioco*. Milano: TEA.

Pellerey, M. (1993). Volli, sempre volli, fortissimamente volli: La rinascita della pedagogia della volontà. *Orientamenti psicologici*. 6, p.1005-1017.

Pellerey, M. (1996). La dimensione affettiva e motivazionale nei processi di apprendimento della matematica. *Studi di psicologia dell'educazione.* 1(2), p.19-36.

Pellerey, M. (2003). Metacognizione e processi affettivi, motivazionali e volitivi. In O. Albanese, *Percorsi Metacognitivi. Esperienze e Riflessioni.* Milano: Franco Angeli.

Peres, E. (2003). *L'Elmo della mente: Manuale di magia matematica*. Milano: Salani Editore.

Pekrun, R. (2006). The control-value theory of achievement emotions: Assumptions, corollaries, and implications for educational research and practice. Educational Psychology Review. 18, p.315-341.

Piaget, J. (1968). *La nascita dell'intelligenza nel fanciullo*. Firenze: Giunti.

Pintrich, P.R. (2000). An achievement goal theory perspective on issues in motivation terminology, theory and research. *Contemporary Educational Psychology*. 25, p.92-104.

Plant, R., Ryan, R.M. (1985). Intrinsic motivation and effect of self-consciousness, *self-awareness, and ego-involvement: An investigazion of internally controlling styales. Journal* of Personality. 53, p.435-449.

Polya, G. (1957). *How to solve it. A new aspect of Mathematical Method*. New York: Doubleday & Company.

Raffaghelli, J. E. (2017). Using a flipped classroom approach in the teaching of mathematics: A case study of perspective teachers' class. In T. Dooley, G. Gueudet, *Proceedings of the Tenth Congress of European Society for Research in Mathematics Education and ERME*.

Riggs, J.M. (1992). Self-handicapping and achievement. In A.K. Boggiano, T.S. Pittman, *Achievement and motivation. A social-developmental perspective*. Cambridge: Cambridge University Press.

Rivoltella, P.C. (2013). *Fare didattica con gli EAS*. Brescia: La Scuola

Ryan, R.M., Connell, J.P., Grolnick, W.S. (1992). When achievement is not intrinsically motivated: A theory of internalization and self-regulation in school. In A.K. Boggiano, T.S. Pittman, *Achievement and motivation: A social-developmental perspective* (p. 167-188). Cambridge: Cambridge University Press.

Ryan, R.M., Deci, E.L. (2000a). Self-determination theory and facilitation of intrinsic motivation, social development and well-being. *America Psychology*. 55(1), p.68-78.

Ryan, R.M., Deci, E.L. (2000b). Intrinsic and Extrinsic Motivations: Classic Definitions and New Direction. *Contemporary Educational Psychology*. 25, p.54-67.

Ryan, R.M. La Guardia, J. (2000). What is being optimized over development? A self-determination theory perspective on basic psychologica needs across the life span. In S. Qualls, R. Abeles, *Dialogues o psychology and aging* (p. 145-172). Washington. DC: American Psychological Association.

Ryan, R.M., Stiller, J. (1991). Representation of relationship to teachers, parents, and friends a sas predictors of academic motivation and self-esteem. *Journal of Early Adolescence*. 14, p.226-249.

Rheinberg, F. (1997). *Psicologia della motivazione*. Bologna: Il Mulino.

Rotter, J.B. (1966). Generalized expectancies for internal versus external control of reinforcement. *Psychological Monographs.* 80(609), intero numero.

Schloss, P., Smith, M. (1994). Applied behavior analysis in the classroom. Boston(Mass.): Allyn & Bacon.

Scroppo, J.C., Weinberg, J.L, Drob, S.L., Eagle, P. (1998). *Identifying Dissociative Identity Disorder: A self-report and Projective Study*. Journal of Abnormal Psychology. 107(2), p.272-284.

Sheldon, K.M., Niemiec, C.P. (2006). It's not just the amount the counts: Balanced need satisfaction also affects well-being. Journal of Personality and Social Psychology. 91(2), p.331-341.

Schiefele, U. (1991). Interest, learning and motivation. *Educational Psychology.* 26, p.299-323.

Schiefele, U., Krapp, A. (1996). Topic interest and free recall of expository text. *Learning and Individual differences.* 8, p.141-160.

Schoenfeld, A. (1985). Metacognitive and epistemological issues in mathematical anderstanding. In E. Silver, *Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspectives* (p. 361-380). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Seegers, G., Boekaert, M. (1993). Task motivation and mathematics achievement in actual task situation. *Learning and Instruction*. 3, p.133-150.

Seligman, M.E.P. (1975). *Helpness*. San Francisco (Calif.): Freeman.

Seo, D. (2000). *The Motivational Construct in Mathematics Learning Using Structural Equation Modeling: The Korean Elementary School Math Class.* Paper presentato al Head Start National Research Conference. Waschinton (DC).

Silver, E. (1982). *Thinking about problem solving: toward an understanding of metacognitive aspects of mathematical problem solving*. Paper presentato alla Conference on thinking, Suva: Fiji.

Skinner, B. (1974). *La scienza del comportamento: ovvero il behaviorismo*. Milano: SugarCo.

Slavin, R.E. (1996). Research on Cooperative Learning and Achievement: What We Know, What We Need to Know. *Contemporary Educational Psychology*. 21, p.43-69.

Spector, P.E. (1992). *Summated rating scale construction an introduction*. Newbury Park: CA Sage.

Stake, R. (1995). *The art of case study research*. Sage Publications.

Stipek, D.J. (1996). *La motivazione nell'apprendimento scolastico. Fondamenti teorici e orientamenti operativi*. Torino: SEI

Stiven, R.J., Slavin, R.R. (1995). Effects of a Cooperative Learning Approach in Reading and Writing on Academically Handicapped and Nonhandicapped Students. *The Elementary School Journal.* 95(3), p.241-262.

Talbert, R. (2017). *Flipped learning: A guide for higher education faculty*. Sterling: Stylus Publishing.

Tellegen, A., Atkinson, G. (1974). Openess to absorbing and self-altering experiences ("absorpyion"), a trait related to hypnotic susceptibility. *Journal of abnormal Psychology*. 83, p.268-277.

Thompson, T. (1994). Self.worth protection: Review and implications for the classroom. *Educational Review*. 46(3), p.259-274.

UMI. (2003). *Matematica 2003*. Consultabile al sito http://www.umiciim.it/materiali-umi-ciim/secondo-ciclo/

Urdan, T.C., Maehe, M.L. (1995). Beyond a two-goals theory of motivation and achievement: A case for social goals. *Review of Educational Research*. 65(3), p.213-243.

Vansteenkiste, M., Simons, J., Lens, W., Sheldon, K.M., Deci, E.L. (2004). Motivating learning, performance and persistence: The synergic effevts of intrinsic goal contents and autonomy-supportive context. *Journal of Personality and Social Psychology*. 87(2), p.246-260.

Vastarella, S. (2016). Postfazione. In J. Bergmann, A. Sams, *Flip your classroom. La didattica capovolta* (p.113-127). Firenze: Giunti Scuola.

Vygotskij, L.S. (1978). Mind in Society. Cambridge: Harvard University Press.

Watson, J. (1924). *Behaviorism*. New York: The People's Institut Publication.

Walvood, B., Anderson, V. (1998). *Effective grading: Atool for learning and assessment*. San Francisco: Jossey-Bass.

Wæge, K. (2010). Motivation for learning mathematics in terms of needs and goals. *Proceeding of CERME 6*. Lione, p.84-93.

Weiner, B. (1979). A theory of motivation for some classroom experiences. *Journal of Educational Psychology.* 71, p.3-25.

Weiner, B. (1985). *An attributional theory of achievement motivation and emotion.* New York: Springer-Verlag.

Weiner, B. (1990). History of motivational research in education. *Journal of Educational Psychology*. 75, p.530-543.

Weiner, B., Russel, D., Lerman, D. (1979). The cognition-emotion process in achievement-related contexts. *Journal of Personality and Social Psychology*. 37, p.1211-1220.

Wentzel, K.R. (1991). Social competence at school: Relations between social responsibility and academic achievement. *Review of Educational Research*. 61, p.1-24.

White, R.W. (1959). Motivation reconsidered: The concept of competence. *Psychological Review*, 66, p.197-233.

Wigfield, A, Eccles, J.S. (1992). The development of achievement task values: A theoretical analysis. *Development review*. 12, p.265-310.

Wigfield, A, Eccles, J.S. (2000). Expectancy-value theory of achievement motivation. *Contemporary Educational Psychology*. 25, p.58-81.

Wood, D., Bruner, J., Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *The Journal of Child Psychology Psychiat*ry. 17, p.89-100.

Yackel, S.M., Cobb, P. (1996). Socialmathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for research in Mathematics Education*. 27(4), p.458-477.

Zan, R., (2000). Atteggiamenti e difficoltà in matematica. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*. 23(5), p.441-466.

Zan, R., Brown, L., Evans, J., Hannula, M.S. (2006). Affect in mathematics education: An introduction. *Educational Studies in Mathematics*. 63(2), p.113-121.

Zan, R., Di Martino, P. (2007). Attitude toward mathematics: overcoming the positive/negative dichotomy. *The Montana Mathematics Enthisism*. Monograph 3, p.157-168.

Appendice

Appendice A

Nell'Appendice A sono stati inseriti tutti i documenti a cui si è fatto riferimento nel capitolo 5 relativi all'attuazione della sperimentazione a scuola.

A.1. Scheda informativa personale

SCHEDA INFORMATIVA PERSONALE
(Scrivere in stampatello maiuscolo)

Cognome e nome: _____
Scuola e classe: _____
Età: _____

Su di te

1. Vai a ripetizioni di matematica?
   - SI
     Quanto spesso?
     _____
   - NO
2. Sei mai stato bocciato?
   - SI
     Quali classi hai ripetuto e quante volte?
     _____
   - NO
3. Hai cambiato scuola durante il tuo percorso scolastico?
   - SI
     Quale scuola frequentavi prima e quando hai fatto il passaggio in quella attuale?
     _____
   - NO

Sui dispositivi tecnologici

1. Hai uno smartphone con possibilità di connessione a internet?
   - SI
   - NO
2. Hai un computer/tablet a casa che puoi utilizzare?
   - SI
     Per quanto tempo?
     _____
   - NO
3. A casa puoi accedere a internet?
   - SI

Per quanto tempo?

_____

Con quali dispositivi (computer, tablet, smartphone, altro)?

_____

- NO

4. Hai un indirizzo e-mail personale?
   - SI

     Qual è il tuo indirizzo e-mail (scrivere in stampatello maiuscolo)?

     _____

     Quanto spesso controlli la posta elettronica?

     _____

   - NO

     Qual è l'indirizzo e-mail dei tuoi genitori (scrivere in stampatello maiuscolo)?

     _____

5. Hai una stampante a casa da poter usare per motivi scolastici?
   - SI
   - NO
6. Hai un lettore DVD a casa da poter usare per motivi scolastici?
   - SI
   - NO

Le informazioni richieste nel questionario sono utili esclusivamente per l'organizzazione del lavoro scolastico, dando a ogni studente la possibilità di sfruttare al meglio le potenzialità del percorso didattico.

A.2. Test dei prerequisiti

TEST DEI PREREQUISITI

Questo Test ha lo scopo di verificare la presenza di alcuni prerequisiti utili all'introduzione del nuovo argomento. Non sarà soggetto a valutazione. Svolgetelo senza timore di sbagliare, senza copiare, senza "tirare la risposta a caso", facendo tutto ciò che riuscite, anche se non siete del tutto sicuri. Il test può essere commentato, esprimete i vostri dubbi o spiegate i motivi per cui non riuscite a fare o terminare un dato esercizio. Buon lavoro!

Cognome e nome: _____

Classe e scuola: _____

1. Applica il raccoglimento totale alla seguente espressione algebrica:

$$6a^2b - 2ab + 4ab^4$$

Problematiche riscontrate: _____

2. Svolgi il seguente quadrato di binomio:

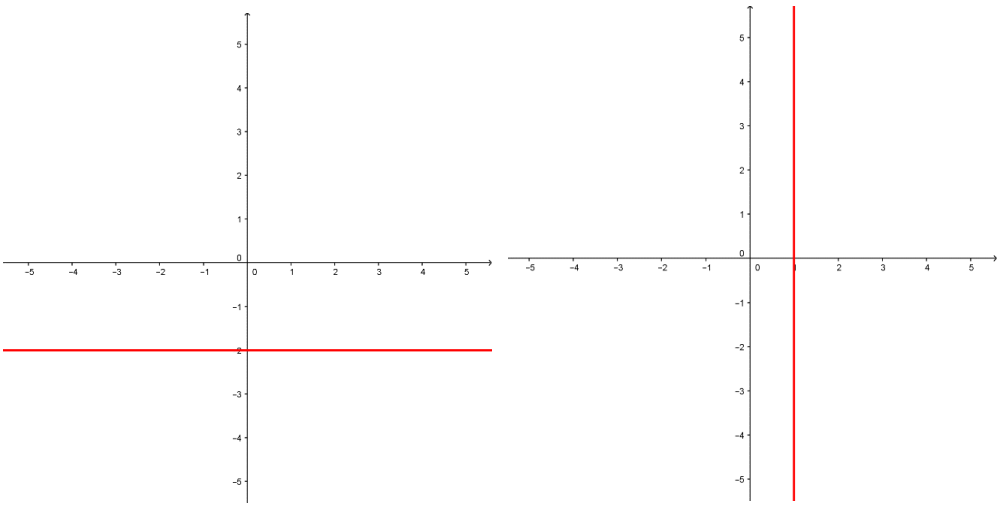
$$(2a - 3)^2$$

Problematiche riscontrate: _____

3. Risolvi la seguente equazione lineare $2x - 4 = -2(5x + 3)$.

Problematiche riscontrate: _____

4. Determina l'equazione delle rette rappresentate osservando il loro grafico.

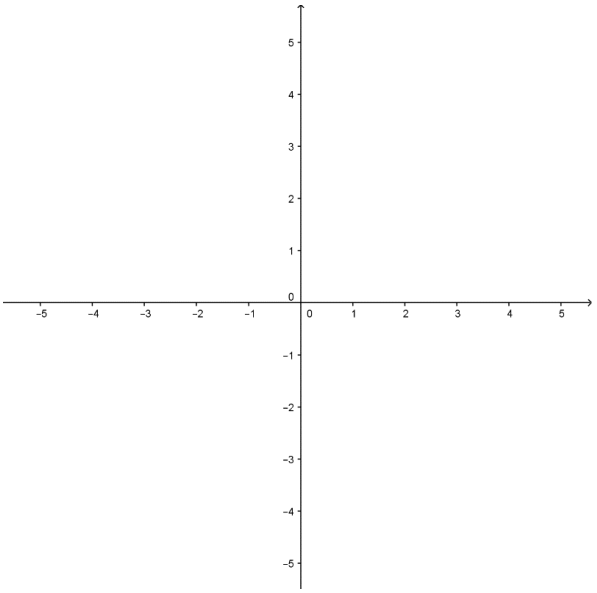


a) _____ b) _____

Problematiche riscontrate: _____

_____

5. Dopo aver disegnato nel piano cartesiano la funzione lineare $f(x) = -3x + 1$, determina il suo zero nel riquadro a destra.



Problematiche riscontrate: _____

_____

6. Risolvi la seguente equazione di secondo grado $2x^2 - 4x - 30 = 0$.

Sapresti risolvere la disequazione di secondo grado $2x^2 - 4x - 30 > 0$? Se sì, come?

Problematiche riscontrate: _____

_____

7. Risolvi il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = -x + 2 \end{cases}$$

Se esiste la soluzione, questa cosa rappresenta graficamente?

_____

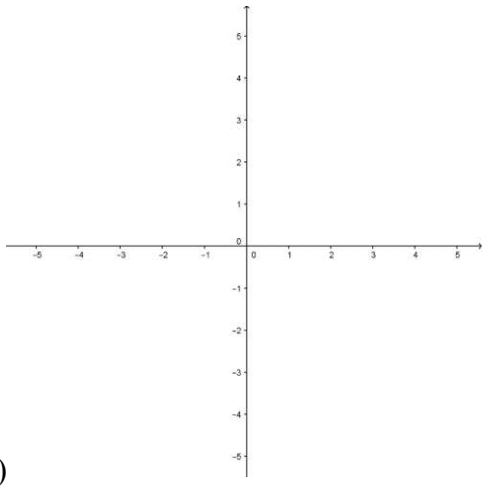
_____

Problematiche riscontrate: _____

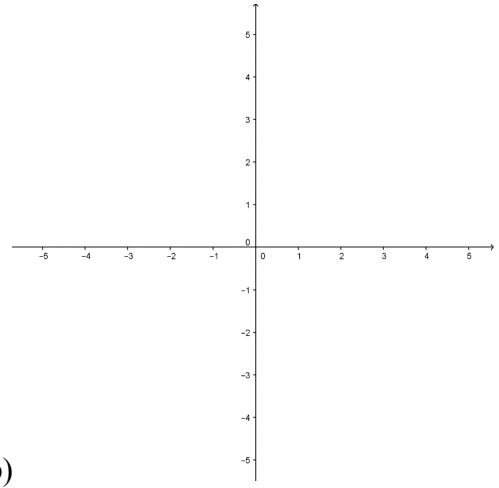
_____

8. Colora la parte di piano in cui si ha:
   a) $x > 0$ e $y < 0$
   b) $x = 0$ e $y > 0$

a)



b)



Problematiche riscontrate: _____

_____

9. Risolvi la seguente disequazione lineare $x + 5 > 3x - 2$.

_____

_____

_____

Problematiche riscontrate: _____
_____

10. Determina il punto di intersezione tra la retta $y = x + 3$ e l'asse delle x.

_____

_____

Problematiche riscontrate: _____
_____
_____

A.3. Questionario aperto iniziale

QUESTIONARIO APERTO CONOSCITIVO

1. Quando a casa studi matematica, o a scuola ti impegni nel seguire le lezioni di questa materia, quali sono le ragioni che ti spingono a farlo?

Al contrario, quando a casa decidi di non studiare matematica, o a scuola non ti impegni nel seguire e partecipare alle lezioni di questa materia, quali sono i motivi che ti portano a ciò?

Quali delle due precedenti situazioni vivi più spesso?

2. Scrivi alcuni aggettivi (sia positivi che negativi) che credi ti descrivano bene come studente di matematica. Se vuoi spiega anche il perché.

3. Pensi di andare bene in matematica? Secondo il tuo parere quali sono le cause dei tuoi buoni e/o cattivi voti in questa materia.

4. Per te che senso ha studiare matematica a scuola?

5. Come ti senti prima e durante lo svolgimento di un'attività matematica? Prova e descrivere le sensazioni e le emozioni che provi in quei momenti.

A.4. Schede di supporto per le attività in classe e a casa

A.4.1 Introduzione alle sezioni coniche, attività per casa

L'ombra di una sfera

Al seguente link troverai un video in cui vengono mostrate contemporaneamente quattro simulazioni di ombre generate da una sfera:
https://www.youtube.com/watch?v=xeKYNbVGEpw
Analizziamole una per volta.

- Cominciamo con il riquadro in alto a sinistra.
  In che posizione si trova la fonte luminosa rispetto la sfera?
  _____
  _____
  _____
  Che forma ha l'ombra della sfera?
  _____
  _____
  _____

- Consideriamo il riquadro in alto a destra.
  In che posizione si trova la fonte luminosa rispetto la sfera?
  _____
  _____
  _____
  Che forma ha l'ombra della sfera?
  _____
  _____
  _____

- Proseguiamo con il riquadro in basso a sinistra.
  In che posizione si trova la fonte luminosa rispetto la sfera?
  _____
  _____
  _____
  Che forma ha l'ombra della sfera?
  _____
  _____
  _____

- Concludiamo con il riquadro in basso a destra.
  In che posizione si trova la fonte luminosa rispetto la sfera?
  _____
  _____
  _____
  Che forma ha l'ombra della sfera?
  _____
  _____
  _____

A.4.2. Introduzione alle sezioni coniche, attività in classe

Le sezioni coniche

Immagina di sezionare un cono retto a due falde con un piano in vari modi. Annota quali figure vengono a crearsi da queste sezioni, specificando le caratteristiche dei piani che le hanno generate.

Caratteristiche della sezione:	**Figura generata:**
Piano perpendicolare all'asse del cono	*Circonferenza*

Hai ritrovato tutte le coniche che venivano generate dall'ombra della sfera su un piano o ne manca qualcuna? Ci sono altre figure oltre le coniche che già conoscevi?

A.4.3. Parabola: stimolo e proprietà del fuoco

Lo specchio ustorio

Nome e cognome: _____ Ruolo: Lettore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Scrittore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Presentatore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Mediatore

1. Dopo la visione di questi video sullo specchio ustorio, quali domande ti sorgono spontanee?

_____
_____

2. Prova a rispondere alle seguenti domande:

- Di che forma è lo specchio? _____
- E la sua sezione verticale? _____
- Da dove provengono i raggi luminosi? _____
- Da che distanza arrivano (indicativamente)? _____
  _____
- Come sono tra loro i raggi solari quando provengono da quella distanza? _____
  _____

3. Disegna un modello della situazione in esame come se avessi sezionato verticalmente lo specchio.
   Prova poi a spiegare il fenomeno mostrato nei video chiarendo perché l'oggetto posizionato nello specchio ustorio si incendia.

A.4.4. Parabola: equazione, attività in classe

Equazione di una parabola

Nome e cognome: _____ Ruolo: Lettore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Scrittore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Presentatore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Mediatore

Introduciamo la definizione di parabola come luogo geometrico.

*Dati nel piano una retta d ed un punto F che non giace su d, si dice **parabola** il luogo geometrico dei punti P del piano equidistanti da F e da d.*
Ossia, , per qualsiasi punto P appartenente alla parabola, $\overline{PF} = \overline{PH}$, con H piede della retta perpendicolare a d per P.

1. Sfruttando la precedente definizione e ricordando le formule della distanza tra due punti, risolvi il seguente problema.

Dati il punto F(2,3) e la retta y=1, ricava l'equazione della parabola con tale fuoco e direttrice sfruttando la definizione di parabola come luogo geometrico.

2. Prova a generalizzare il tuo ragionamento.

Determina l'equazione generale della parabola con fuoco F(p, q) e direttrice y=d sfruttando la definizione di parabola come luogo geometrico.

A.4.5. Parabola: equazione, attività per casa

Coefficienti dell'equazione della parabola

Scopriamo insieme come influiscono i tre coefficienti o parametri a, b e c sul grafico della parabola.
Guarda il video al link:
https://youtu.be/-UVHjdB8xJY
e completa la scheda seguente.

- Come influisce il coefficiente a sulla parabola?

  _____

  _____

  - Cosa accade quando $a > 0$?

    _____

  - Cosa accade quando $a = 0$?

    _____

  - Cosa accade quando $a < 0$?

    _____

- Come influisce il coefficiente b sulla parabola?

  _____

  _____

- Come influisce il parametro c sulla parabola?

  _____

  _____

A.4.6. Parabola: grafico

Fuoco e direttrice

Nome e cognome: _____ Ruolo: Lettore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Scrittore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Presentatore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Mediatore

1. Risolvi il problema inverso rispetto quello affrontato nell'attività precedente.

Data la parabola di equazione

$$y = x^2 - 4x + 4$$

determina fuoco e direttrice.

2. Prova a generalizzare il tuo ragionamento.

Data la parabola di equazione

$$y = ax^2 + bx + c$$

determina fuoco e direttrice.

Introduciamo ora la definizione di asse di simmetria e vertice.

*L'**asse di simmetria** di una parabola è la retta passante per il fuoco F e perpendicolare alla direttrice d.*
*Il **vertice** di una parabola è il punto di intersezione tra la parabola e l'asse di simmetria.*

A.4.7. Parabola: intersezione e segno

Intersezione e segno di una parabola

Nome e cognome: _____ Ruolo: Lettore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Scrittore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Presentatore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Mediatore

1. Risolvi il seguente esercizio.

Data la parabola di equazione $y = 2x^2 - 4x$*, determina gli eventuali punti di intersezione con l'asse x e con l'asse y.*

2. Prova a ragionare sulla seguente richiesta.

Considerata la parabola precedente di equazione $y = 2x^2 - 4x$*.* *Con le informazioni che possiedi riesci disegnare la parabola in un piano cartesiano (anche non precisamente)?* *Per quali x i punti della parabola hanno i rispettivi y positivi? Per quali x i punti della parabola hanno invece i rispettivi y negativi?*

3. Risolvi il seguente esercizio.

Risolvi la seguente disequazione $6x^2 - 5x + 1 > 0.$

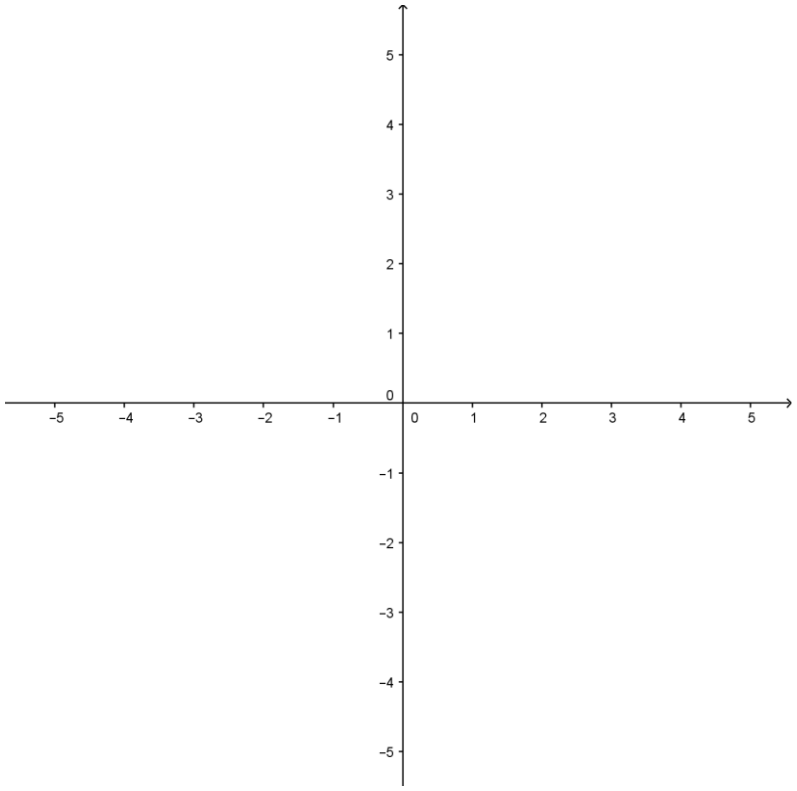
A.4.8. Parabola: grafico (versione semplificata)

Rappresentazione grafica di una parabola

Nome e cognome: _____ Ruolo: Lettore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Scrittore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Presentatore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Mediatore

1. Risolvi il seguente esercizio.

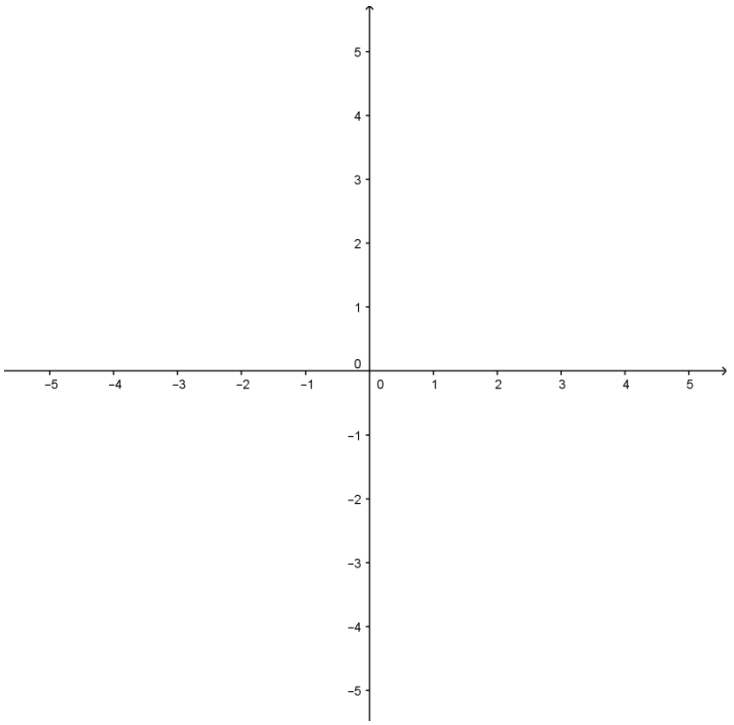
Disegna nel piano cartesiano la parabola di equazione $y = -x^2 - 2x + 3$ *il più precisamente possibile.*



Quali altre informazioni ti servirebbe avere per poterla rappresentare ancor più precisamente? _____
_____
_____

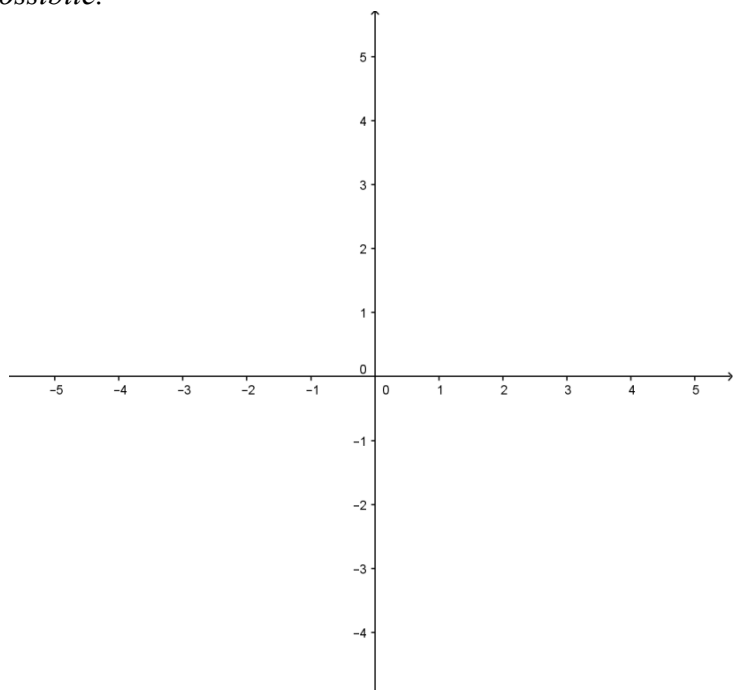
2. Sfrutta le nuove informazioni acquisite per disegnare con maggiore precisione la parabola.

Disegna nel piano cartesiano la parabola di equazione $y = -x^2 - 2x + 3$ *il più precisamente possibile.*



3. Risolvi il seguente esercizio.

Disegna nel piano cartesiano la parabola di equazione $x = y^2 - 4y + 1$ *il più precisamente possibile.*



A.4.9. Ellisse: stimolo e proprietà ei fuochi

La chiesa di S. Andrea

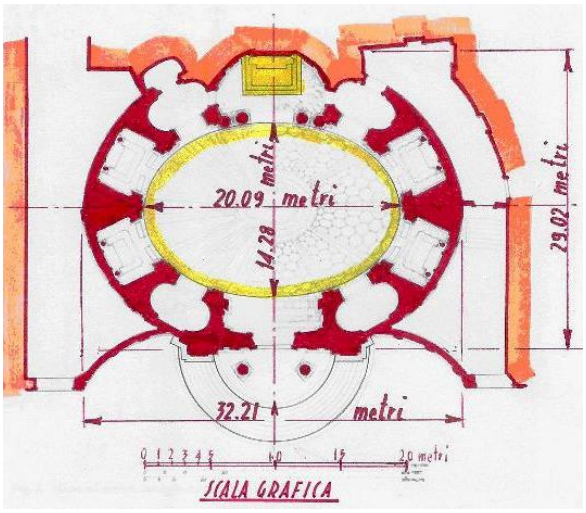
Nome e cognome: _____ Ruolo: Lettore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Scrittore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Presentatore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Mediatore

1. Dopo la visione di questo materiale ci si può chiedere come funzioni questo fenomeno acustico. Cerchiamo di modellizzare il problema rispondendo alle seguenti domande.
   - Quale forma ha la cupola della chiesa di S. Andrea al Quirinale? _____ _____
   - E la sua sezione verticale? _____
   - Come può essere rappresentata un'onda sonora che si propaga a una determinata distanza dalla sorgente? _____

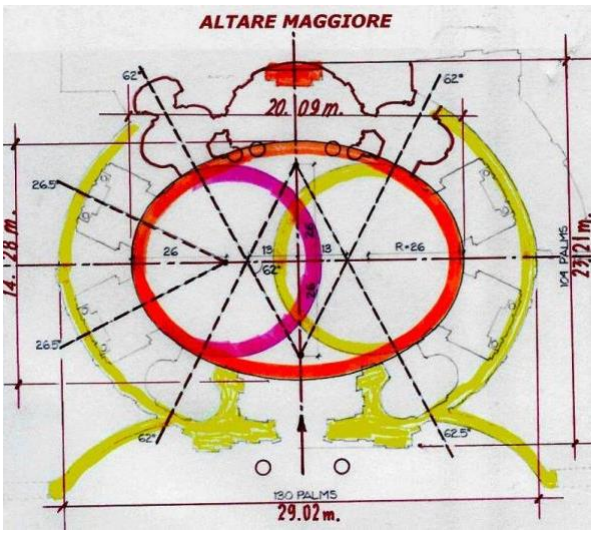
2. Per semplificare il problema immaginiamo di posizionare i due interlocutore sui centri delle circonferenze gialle e viola della sezione verticale della chiesa. Se l'interlocutore al centro della circonferenza gialla parlasse, come si propagherebbe il suono della sua voce? Ricorda che il suono rimbalza sulle pareti. Disegna un modello della situazione in esame e prova poi a spiegare il fenomeno trattato chiarendo le tue motivazioni.

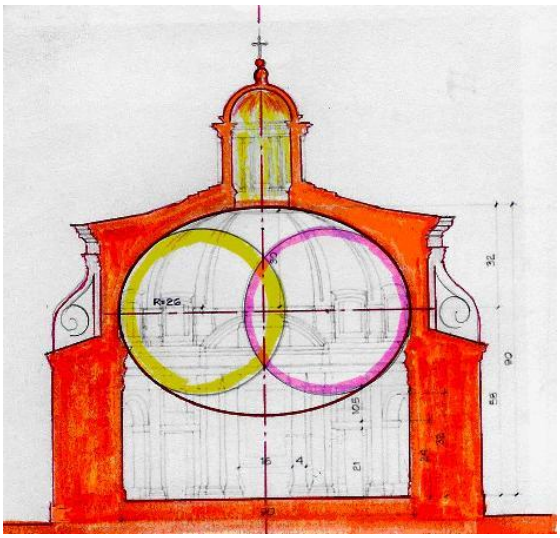





20.09 metri
14.28 metri
29.02 metri
32.21 metri
0 1 2 3 4 5 10 15 20 metri
SCALA GRAFICA




ALTARE MAGGIORE
20.09m.
62°
26.5°
26
R=26
62.5°
180 PALMS
29.02m.
14.28 m.
23.21m.


R=26

A.4.10. Ellisse: equazione

Equazione di un'ellisse

Nome e cognome: _____ Ruolo: Lettore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Scrittore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Presentatore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Mediatore

Introduciamo la definizione di ellisse come luogo geometrico.

Dati nel piano due punti F_1 ed F_2 (detti fuochi), viene chiamato ellisse il luogo geometrico dei punti P del piano per cui è costante la somma delle distanze da F_1 ed F_2. Ossia, , per qualsiasi punto P appartenente all'ellisse, $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 2a$, con $a>0$ costante tale che $2a > \overline{F_1F_2}$.

1. Consideriamo per il momento che i due fuochi siano sull'asse x e simmetrici rispetto origine degli assi (distanti c dall'origine). Sfruttando la precedente definizione, ricordando le formule della distanza tra due punti, risolvi il seguente problema.

Dati i punti $F_1(-c, 0)$ e $F_2(c, 0)$, ricavare l'equazione dell'ellisse con tali fuochi, sfruttando la definizione di ellisse come luogo geometrico.

2. Risolvi il seguente esercizio.

Dati i punti $F_1(-2, 0)$ e $F_2(2,0)$, ricavare l'equazione normale dell'ellisse, sapendo che

3. Ci si può chiede cosa rappresentino graficamente i parametri a e b che compaiono nell'equazione normale dell'ellisse. Per rispondere a questa domanda cominciamo risolvendo il seguente problema.

Scopri come i coefficienti a e b che compaiono nell'equazione influenzano in grafico dell'ellisse.. Per fare ciò determina i punti di intersezione tra l'ellisse e gli assi cartesiani. Trai poi le tue conclusioni, aiutandoti con un disegno.

4. Cerchiamo ora di risolvere il problema inverso.

Disegnare il seguente ellisse, dopo aver determinato vertici e fuochi

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1 .$$

Attenzione! Cerca di capire se l'ellisse ha fuochi sull'asse x o sull'asse y.

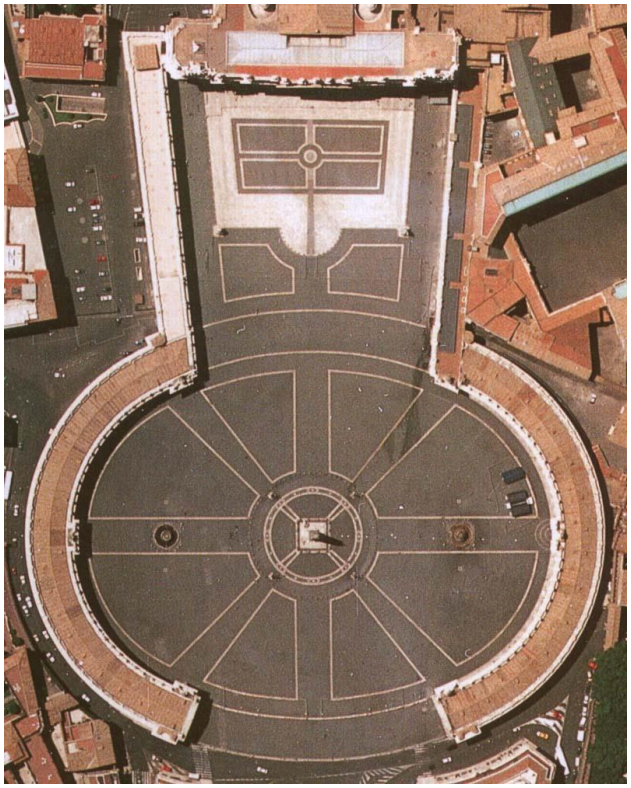
A.4.11. Circonferenza: stimolo ed equazione, attività in classe

La Piazza di S. Pietro

Nome e cognome: _____ Ruolo: Lettore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Scrittore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Presentatore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Mediatore

Grazie alla ricerca svolta a casa sulla Piazza di S. Pietro a Roma, siamo riusciti a rispondere alle seguenti domande:

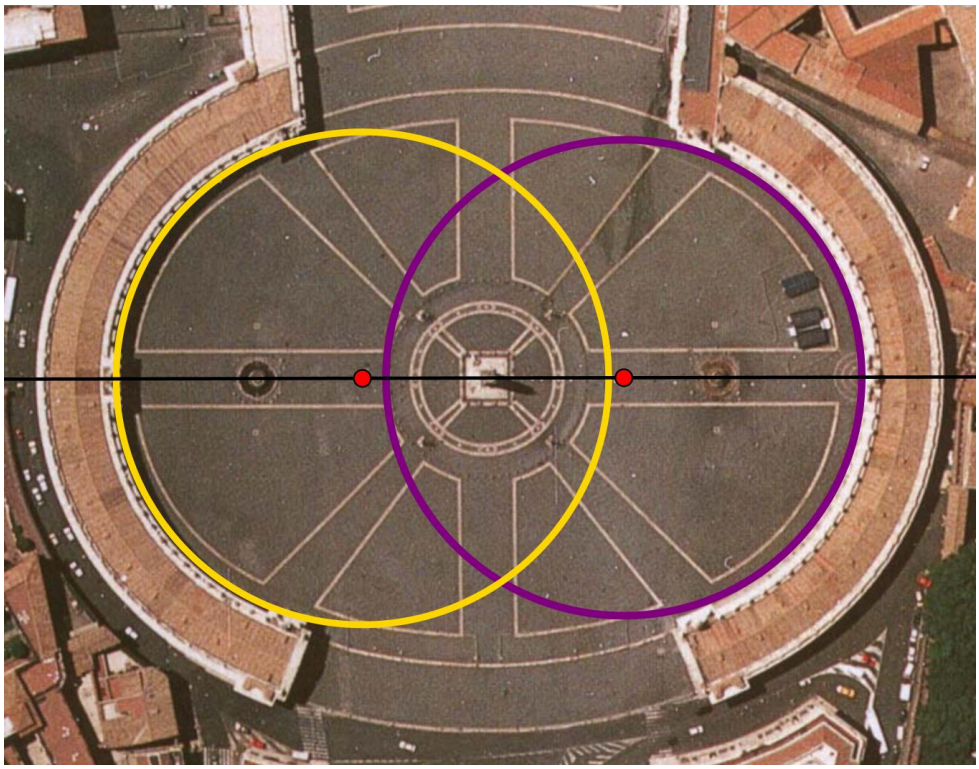
- Che forma ha la piazza di S. Pietro? *Ellisse*.
- Da quante file di colonne è composto il colonnato? *Quattro.*
- Il colonnato circonda tutta la piazza o solo una parte di questa? Quale? *Il colonnato non circonda tutta la piazza, ma solo la parte d'ellisse vicina ai vertici dell'asse maggiore.*





Abbiamo guardato insieme un video preso dal web, in cui veniva ripreso il colonnato di S. Pietro da un punto particolare della piazza chiamato "centro del colonnato". Questo punto particolare è uno dei due fuochi dell'ellisse, forma della pianta della piazza considerata. Da questa posizione particolare quante file di colonne sembrava componga il colonnato? Perché?

Rispondi a queste ultime domande cercando di modellizzare il problema.
Per semplificarlo osserva come, nella nostra situazione, sia possibile approssimare quella parte dell'ellisse delineato dal colonnato con una porzione di circonferenza.



Equazione di una circonferenza

Presentiamo di seguito la definizione di circonferenza come luogo geometrico.

Dato nel piano un punto C detto centro, si dice circonferenza il luogo geometrico dei punti P del piano aventi da P distanza uguale a r, detto raggio.
Ossia, per qualsiasi P appartenente alla circonferenza $\overline{CP} = r$.

1. Risolvere il seguente problema.

Dato il punto C(2,3) e il raggio r=2, ricavare l'equazione della circonferenza con tale centro e raggio, sfruttando la definizione di circonferenza come luogo geometrico. Generalizza poi il tuo ragionamento.

A.4.12. Circonferenza: equazione, attività per casa

Coefficienti dell'equazione della circonferenza

Scopriamo insieme come influiscono i tre coefficienti a, b e c sul grafico della circonferenza. Guarda il video al link: https://youtu.be/FDRpDr9hCWE e completa la scheda seguente.

- Come influisce il coefficiente a sulla circonferenza? (Osserva con attenzione il centro)

  _____

  _____

  - Cosa accade quando $a > 0$?

    _____

  - Cosa accade quando $a = 0$?

    _____

  - Cosa accade quando $a < 0$?

    _____

- Come influisce il coefficiente b sulla circonferenza? (Osserva con attenzione il centro)

  _____

  _____

  - Cosa accade quando $b > 0$?

    _____

  - Cosa accade quando $b = 0$?

    _____

  - Cosa accade quando $b < 0$?

    _____

- Come influisce il parametro c sulla circonferenza? In particolare cosa si osserva quando $c = 0$?

  _____

  _____

A.4.13. Iperbole: stimolo e proprietà dei fuochi

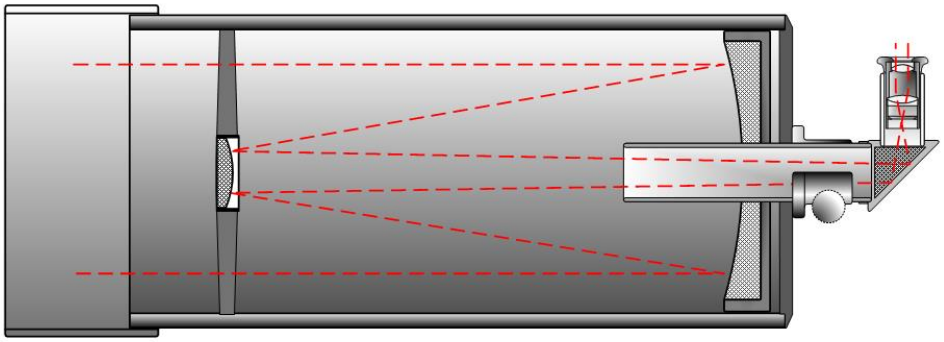
Telescopio di Cassegrain

Nome e cognome: _____ Ruolo: Lettore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Scrittore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Presentatore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Mediatore

Grazie ad una rapida ricerca a casa siamo riusciti a rispondere alle seguenti domande:

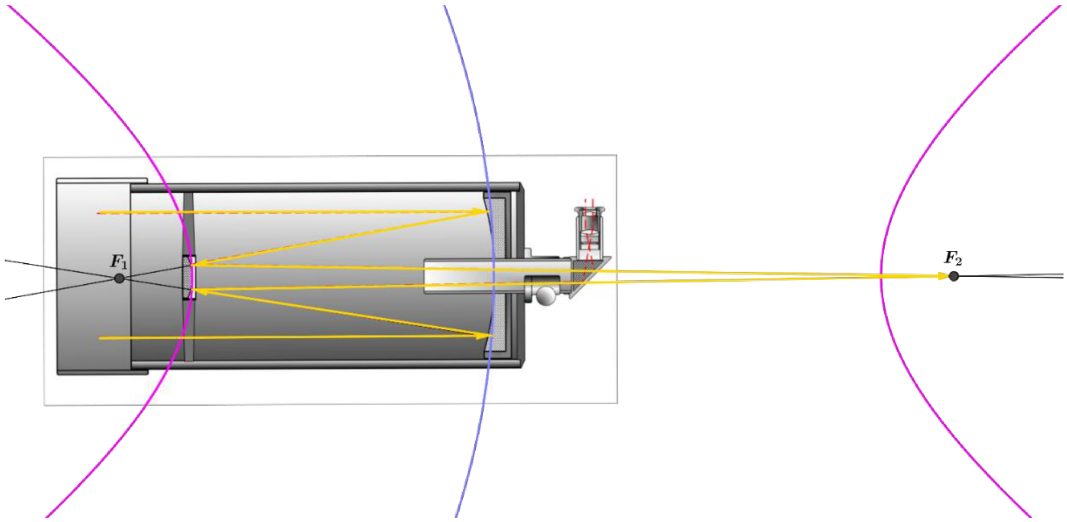
- Cos'è un telescopio e a cosa serve?
  Il telescopio è uno strumento che raccoglie la luce proveniente da un oggetto lontano, la concentra in un punto e ne produce un'immagine ingrandita.
- Cos'è un telescopio riflettore?
  Il telescopio riflettore è un tipo di telescopio che raccoglie la luce per mezzo di uno specchio parabolico.
- Cos'è la configurazione ottica di un telescopio?
  Per configurazione ottica si intende il particolare tipo di percorso che la luce compie in funzione delle superfici riflettenti e rifrangenti che incontra nel suo percorso.

Il telescopio riflettore di nostro interesse è quello con configurazione di *Cassegrain*.
Il telescopio Cassegrain è un telescopio riflettore costituito da due specchi: il **primario**, concavo, ha sezione parabolica e il **secondario**, convesso, ha una sezione iperbolica. Lo specchio primario è forato e l'osservazione della sorgente luminosa avviene dietro a questo.



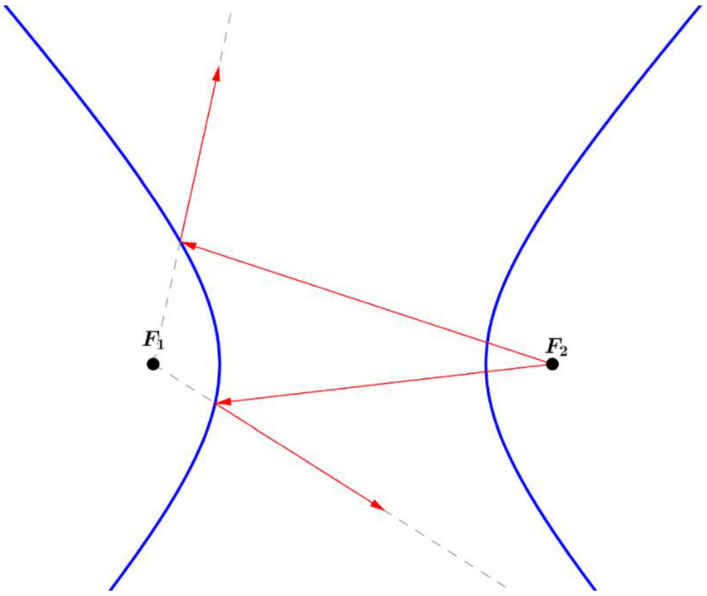
Entriamo più nello specifico, facendo riferimento alla figura sottostante, in cui è stato modellizzato il problema e spiegato il funzionamento del telescopio:

- I raggi luminosi entrano nel telescopio parallelamente all'asse della parabola, disegnata in azzurro con fuoco F_1
- Per la proprietà del fuoco della parabola i raggi luminosi vengono riflessi dallo specchio con sezione a parabola in direzione di ____ .
- I raggi riflessi incidono nuovamente su un'altra superficie specchio, con sezione a ramo di iperbole. L'iperbole è disegnata in rosa con fuochi F_1 ed F_2.
- I raggi luminosi vengono dunque riflessi una seconda volta, tutti in direzione di ___.
- Osservazione: cosa posso dire del fuoco F_1?
  _____
  _____



Compreso il funzionamento del telescopio, concentriamoci sulla proprietà dei fuochi dell'iperbole per capire perché i raggi riflessi dallo specchio primario in direzione di F_1 vengono riflessi una seconda volta da quello secondario in direzione di F_2.

Per le leggi di riflessione un raggio luminoso uscente da F_2 che incide sulla superficie specchio a sezione iperbolica (come mostrato in figura), venga riflesso in modo tale che i raggi riflessi sembrino uscenti da F_1. Guardando il percorso a ritroso: raggi luminosi in direzione di F_1 vengono riflessi in direzione di F_2 per la legge di riflessione.



Attività.

Facciamo finta che in questo momento entri in classe Sara, una studentessa appena trasferita da Parma. Sara viene inserita proprio nel vostro gruppo e non sa su cosa stiate lavorando. Spiega alla nuova compagna cosa è stato fatto oggi, ricordando che essendo stata assente anche le lezioni precedenti forse avrà bisogno di comprendere anche alcuni degli argomenti trattati in precedenza, necessari per l'attività. Sarebbe meglio produrre anche un breve video, così Sara potrà rivedere la vostra spiegazione anche a casa.

Nel video potete riprendere voi stessi mentre spiegate, riprendere solo le vostre mani mentre fate disegni e "schizzi", proporre immagini stampate,…sfruttate la vostra fantasia per rendere il video interessante, corretto, chiaro ed esaustivo.

Affinché il video risulti il più chiaro possibile scrivi qui sotto una lista di cose da dire nel video:

1. _____
2. _____
3. _____

A.4.14. Iperbole: equazione e grafico

Equazione di un'iperbole

Nome e cognome: _____ Ruolo: Lettore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Scrittore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Presentatore
Nome e cognome: _____ Ruolo: Mediatore

Introduciamo la definizione di iperbole come luogo geometrico.

Dati nel piano due punti F_1 ed F_2 (detti fuochi), viene chiamato iperbole il luogo geometrico dei punti P del piano per cui è costante la differenza delle distanze da F_1 ed F_2.
Ossia, , per qualsiasi punto P appartenente all'iperbole, $|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| = 2a$, con $a>0$ costante tale che $0<2a<\overline{F_1F_2}$.

1. Consideriamo per il momento che i due fuochi siano sull'asse x e simmetrici rispetto origine degli assi (distanti c dall'origine). Risolvi il seguente problema.

Dati i punti $F_1(-c,0)$ e $F_2(c,0)$, ricavare l'equazione dell'iperbole con tali fuochi, sfruttando la definizione di iperbole come luogo geometrico.

2. Risolvi il seguente esercizio.

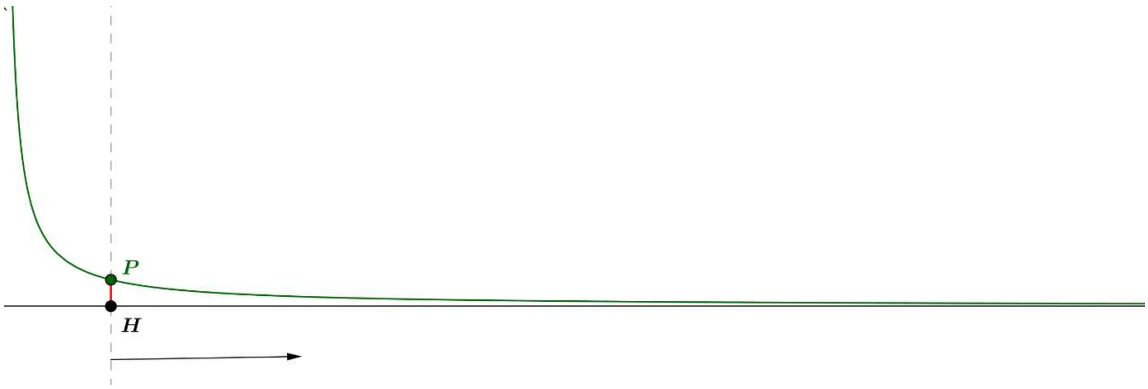
Dati i punti $F_1(-3,0)$ e $F_2(3,0)$, ricavare l'equazione dell'iperbole, sapendo che $a=2$.

3. Ci si può chiedere cosa rappresentano graficamente i parametri a e b che compaiono nell'equazione dell'iperbole. Per rispondere a questa domanda dobbiamo prima fare alcune osservazioni.

1. *Determina l'intersezione dell'iperbole con fuochi sull'asse delle x con entrambi gli assi cartesiani. Cosa accade?*
2. *Determina l'intersezione dell'iperbole con fuochi sull'asse delle y con entrambi gli assi cartesiani. Cosa si può concludere?*

Definiamo di seguito un nuovo oggetto matematico, l'asintoto.

Una retta a si dice **asintoto** di una curva γ quando la distanza $\overline{PH}$ da essa di un punto P di γ tende a 0 al tendere di P verso infinito.



L'iperbole ha due asintoti di equazione

$$\boldsymbol{y = \frac{b}{a}x}\,, \qquad \boldsymbol{y = -\frac{b}{a}x}\,.$$

4. Risolvi l'esercizio sottostante.

Determinare gli asintoti dell'iperbole con equazione

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1.$$

5. Applicando tutte le conoscenze acquisite in questa lezione, risolvi il seguente problema.

Disegnare il seguente iperbole, dopo aver determinato vertici e fuochi e asintoti

$$x^2 - \frac{y^2}{25} = 1\,.$$

Attenzione! Cerca di capire se l'iperbole ha fuochi sull'asse x o sull'asse y.

Appendice B

B.1. Questionario motivazionale in scala Likert

QUESTIONARIO MOTIVAZIONALE

1. **Perché studi matematica?** Per ogni affermazione poni una X su uno dei valori da 1 a 5 per esprimere il livello di falsità o verità da te percepito.

	Studio matematica perché…	**Falso**	**Piutto-sto falso**	**Né vero né falso**	**Piutto-sto vero**	**Vero**
1)	…mi piace scoprire cose nuove, sono curioso/a	1	2	3	4	5
2)	…non voglio avere il debito	1	2	3	4	5
3)	…mi potrebbe essere utile per superare i test d'ingresso all'università o per un mio futuro lavoro	1	2	3	4	5
4)	…i miei genitori siano fieri di me	1	2	3	4	5
5)	…i miei insegnanti mi stimino	1	2	3	4	5
6)	…voglio avere votazioni positive	1	2	3	4	5
7)	…voglio sentirmi competente, cioè conoscere e saper applicare efficacemente i contenuti matematici quando ce n'è bisogno	1	2	3	4	5
8)	…ho paura di prendere brutti voti	1	2	3	4	5
9)	…mi piace sperimentare e risolvere problemi	1	2	3	4	5
10)	…per me è una materia interessante	1	2	3	4	5
11)	...voglio riuscire a controllare la situazione in classe e durante il compito, non mi piace sentirmi perso/a e non sapere cosa fare	1	2	3	4	5

2. **Perché non studi matematica?** Per ogni affermazione poni una X su uno dei valori da 1 a 5 per esprimere il livello di falsità o verità da te percepito.

	Non studio matematica perché…	**Falso**	**Piutto-sto falso**	**Né vero né falso**	**Piutto-sto vero**	**Vero**
12)	…studiare matematica è molto stressante	1	2	3	4	5
13)	…ci vogliono un sacco di energie che io non ho	1	2	3	4	5
14)	…mi occuperebbe troppo tempo che non ho	1	2	3	4	5
15)	…tanto non la capisco	1	2	3	4	5
16)	…mi annoio, non ne ho voglia	1	2	3	4	5
17)	…mi basta prendere la sufficienza	1	2	3	4	5

3. **Cosa pensi quando prendi un bel voto in matematica?** Per ogni affermazione poni una X su uno dei valori da 1 a 5 per esprimere la frequenza di quel pensiero nella tua mente.

	Quando prendo un bel voto penso che…	**Mai**	**Rara-mente**	**A volte mi capita**	**Di frequen-te**	**Sempre**
18)	…è merito dell'insegnante/degli amici/di persone esterne alla scuola che mi hanno aiutato molto	1	2	3	4	5
19)	…quel giorno ero davvero in forma e dell'umore giusto	1	2	3	4	5
20)	…sono stato fortunato/a	1	2	3	4	5
21)	…l'argomento/il compito era facile	1	2	3	4	5
22)	…mi sono impegnato/a molto	1	2	3	4	5
23)	…sono portato/a per la matematica	1	2	3	4	5
24)	…l'insegnante è stato buono con me	1	2	3	4	5
24.1)	…sono riuscito/a a trovare le strategie di apprendimento adeguate	1	2	3	4	5

4. **Cosa pensi quando prendi un brutto voto in matematica?** Per ogni affermazione poni una X su uno dei valori da 1 a 5 per esprimere la frequenza di quel pensiero nella tua mente.

	Quando prendo un brutto voto penso che…	**Mai**	**Rara-mente**	**A volte mi capita**	**Di frequen-te**	**Sempre**
25)	…l'argomento/il compito era difficile	1	2	3	4	5
26)	…quel giorno non stavo bene e non ero dell'umore giusto	1	2	3	4	5
27)	…l'insegnante è stato ingiusto con me	1	2	3	4	5
28)	…sono stato sfortunato/a	1	2	3	4	5
29)	…non sono portato/a per la matematica	1	2	3	4	5
30)	…è colpa dell'insegnate/degli amici/ di persone esterne alla scuola che non mi hanno aiutato abbastanza	1	2	3	4	5
31)	…non mi sono impegnato/a a sufficienza	1	2	3	4	5
31.1)	…non sono riuscito/a a trovare le strategie di apprendimento adeguate	1	2	3	4	5

5. **Cosa fai quando studi matematica (a cosa o a scuola)?** Per ogni affermazione poni una X su uno dei valori da 1 a 5 per esprimere la frequenza di quel pensiero nella tua mente.

	Quando studio matematica…	**Mai**	**Rara-mente**	**A volte mi capita**	**Di frequen-te**	**Sempre**
32)	…riesco a impegnarmi anche per lungo tempo	1	2	3	4	5
33)	…preferisco affrontare compiti difficili in cui posso imparare cose nuove	1	2	3	4	5
34)	…mi distraggo con grande facilità	1	2	3	4	5
35)	…mi piace svolgere compiti che so già fare	1	2	3	4	5
36)	…provo piacere e sento di controllare la situazione ed essere efficacie	1	2	3	4	5

37)	…mi sento libero/a di scegliere come approcciarmi al compito	1	2	3	4	5
38)	…sono così concentrato sul compito che perdo la cognizione del tempo	1	2	3	4	5
39)	…preferisco affrontare compiti facili per essere sicuro di riuscire a farli bene	1	2	3	4	5
40)	…mi piace svolgere compiti che non avevo mai affrontato prima	1	2	3	4	5

6. **Quali emozioni provi quando studi matematica (a cosa o a scuola)?** Per ogni affermazione poni una X su uno dei valori da 1 a 5 per esprimere la frequenza di quella emozione.

	Quando studio matematica provo…	**Mai**	**Rara-mente**	**A volte mi capita**	**Di frequen-te**	**Sempre**
41)	..soddisfazione	1	2	3	4	5
42)	…vergogna	1	2	3	4	5
43)	…imbarazzo	1	2	3	4	5
44)	…orgoglio	1	2	3	4	5
45)	…inadeguatezza	1	2	3	4	5
46)	…gioia	1	2	3	4	5
47)	…scoraggiamento	1	2	3	4	5
48)	…depressione	1	2	3	4	5
49)	…curiosità	1	2	3	4	5
50)	…rassegnazione	1	2	3	4	5
51)	…fiducia	1	2	3	4	5
52)	…interesse	1	2	3	4	5
53)	…noia	1	2	3	4	5
54)	…apatia	1	2	3	4	5
55)	…stupore	1	2	3	4	5
56)	…irritazione	1	2	3	4	5
57)	…rabbia	1	2	3	4	5
58)	…paura	1	2	3	4	5
59)	…ansia	1	2	3	4	5
60)	…avversione	1	2	3	4	5
61)	…disgusto	1	2	3	4	5

B.2. Introduzione all'analisi statistica

In questa parte dell'appendice verranno presentati dal punto di vista teorico gli strumenti statistici che sono stati utilizzati per l'analisi e la modalità di indagine attraverso il questionario in scala Likert.

B.2.1. Statistiche descrittive

Nell'analisi statistica descrittiva si possono suddividere gli indici statistici, che normalmente vengono utilizzati per descrivere un campione, in due gruppi: gli indici di posizione e quelli di variabilità.

Ai primi appartengono la media, la mediana e la moda, mentre il range, la devianza, la varianza campionaria e lo scarto quadratico medio fanno parte dei secondi nominati, misurano cioè la dispersione dei valori in una serie di dati.

La moda è definita come la modalità che si presenta con la più alta frequenza, mentre la mediana è il valore che è situato al centro di una successione crescente di dati e per questo motivo non sono influenzate da valori estremi. Se la numerosità del campione è dispari, la mediana è il valore centrale, altrimenti è data dalla media dei due valori centrali.

La media è l'unica misura in cui tutti i valori hanno lo stesso peso e può essere vista come il "baricentro" di un insieme di dati. Si calcola sommando i valori dell'insieme di dati e dividendo la somma ottenuta per il loro numero. La media del campione, rappresentata con $\bar{X}$, ha equazione

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \ ;$$

dove n è la dimensione del campione e X_i è l'i-esimo valore della variabile X. Quando si è in presenza di valori che si discostano molto dagli altri, perché molto più grandi o molto più piccoli, non bisognerebbe utilizzare la media come misura di tendenza centrale in quanto essa è fortemente influenzata anche da un singolo valore molto diverso dagli altri.

Il range, o campo di variazione, è l'ampiezza dell'intervallo entro cui i dati variano ed è calcolato eseguendo la differenza tra il valore più grande e il valore più piccolo:

$$range = X_{max} - X_{min} \ .$$

La varianza e lo scarto quadratico medio sono misure che descrivono la dispersione dei valori intorno alla media. La varianza campionaria, indicata con S^2, è la somma degli scarti della media al quadrato divisa per la numerosità del campione meno uno:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2}{n-1} \ ;$$

il numeratore di questa frazione viene denominato devianza.

Lo scarto quadratico medio S è la radice quadrata della varianza:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} \ ;$$

È interessante notare come l'unità di misura dello scarto quadratico medio è la stessa di quella dei dati, mentre quella della varianza ne è il quadrato.

Conoscere la media e lo scarto quadratico medio è utile per definire l'intervallo in cui è presente la maggioranza dei dati. Più i dati sono dispersi, più ampi saranno i campi di variazione, la varianza e lo scarto quadratico medio; più i dati sono concentrati e omogenei, più piccoli saranno i campi appena citati. Gli indici di variabilità non possono assumere valori negativi e sono nulli solo se tutti i valori sono uguali (Levine e Krehbiel, 2010).

B.2.2. Analisi di affidabilità

Ogni volta che misuriamo qualcosa è possibile che il risultato ottenuto sia influenzato in parte da un errore che può avere diverse origini. L'errore di una misura può essere di tipo casuale oppure sistematico e comunque originato da diverse fonti:

- uso irregolare dello strumento di misura;
- alterazione dello strumento di misura;
- distorsione sistematica introdotta dallo strumento.

Qualunque sia la fonte dell'errore, il metodo generale per individuarlo è ripetere la misura una seconda volta. Ciò nelle scienze sociali è molto difficile, perché non si può assumere che le variabili misurate siano identiche nel tempo. Il calcolo della attendibilità, quindi, è un passaggio fondamentale della psicometria e rientra nel concetto più ampio di fedeltà e validità delle misure.

I significati che possono essere associati al concetto di attendibilità, sono molteplici: si può intendere la somiglianza di uno strumento nel tempo, tra due strumenti paralleli, o nel caso della somministrazione di un questionario, l'attendibilità all'interno di uno strumento, detta anche coerenza interna.

Per verificare la coerenza interna si può utilizzare l'alfa di Cronbach che è un indice di consistenza interna basato sulla media delle correlazioni tra tutti gli item della scala, considerando tutti gli item come forme parallele della stessa scala. Essa assume valore 1 in caso di coerenza perfetta e 0 in caso di coerenza nulla. Se i valori dell'alfa sono:

1. superiori a 0,90 vengono considerati ottimi;
2. superiori a 0,80 vengono considerati molto buoni;
3. superiori a 0,70 vengono considerati discreti;
4. superiori a 0,60 vengono considerati mediocri;
5. inferiori a 0,50 vengono considerati scadenti.

L'alfa di Cronbach è un test per l'attendibilità che richiede un'unica somministrazione per produrre una sola stima dell'affidabilità per un dato test. Tale indice è definito come

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} \sigma_{Y_i}^2}{\sigma_X^2}\right)$$

dove k è il numero degli item, $\sigma_{Y_i}^2$ la varianza dell'item i per il campione di individui in esame e σ_X^2 è la varianza del punteggio totale.

L'uso di questo metodo ha senso solo se gli item appartenenti alla scala misurano tutti lo stesso costrutto, ovvero la scala è unidimensionale. Generalmente, il calcolo dell'alfa di Cronbach è il passaggio successivo all'analisi fattoriale.

È inoltre importante tenere presente che il suo valore dipende dalla quantità degli item della scala; esso è tanto maggiore quanto più alto è il numero degli item, per questo si è soliti accettare anche valori intorno a 0,60 quando si valutano scale con un numero basso di item (inferiore a 10).

Parallelamente a queste analisi, solitamente si calcolano altri due indici importanti: la correlazione item-scala totale corretta e il valore dell'alfa di Cronbach calcolato eliminando di volta in volta ognuno degli item.

Il primo indice rivela la correlazione tra il punteggio di ogni singolo item e la somma dei punteggi degli altri; l'esame di queste correlazioni consente di stabilire quanto un item sia "legato" ai rimanenti della scala e quanto sia coerente con essi. Sono quelli che correlano di più con il punteggio di scala che contribuiscono a spiegare la dimensione e generalmente si considerano accettabili i valori superiori a 0,40.

Per quanto riguarda il secondo indice, se uno dei valori fosse sostanzialmente superiore a quello dell'alfa totale, si avrebbe una chiara indicazione della scarsa coerenza dell'item

considerato in relazione con gli altri; in tal caso è opportuno considerare la possibilità di eliminarlo dalla scala (Mastrorilli et al., 2015)

B.2.3. Parametricità dei dati

La parametricità dei dati è una condizione che occorre verificare per scegliere correttamente quale dei differenti tipi di test statistici utilizzare.
La condizione di parametricità dei dati è verificata nel caso in cui valgano i seguenti assunti:

- le variabili sono continue o misurate in un intervallo;
- i dati hanno una distribuzione normale;
- la varianza degli errori (σ_ϵ) deve essere uguale per ogni gruppo, cioè è rispettata la condizione di omoschedasticità;
- le osservazioni sono indipendenti;
- la dimensione del campione è maggiore di 10;
- è possibile applicare alle popolazioni i risultati ottenuti con l'analisi dei campioni.

La normalità dei dati è in realtà una condizione equivalente alla normalità degli errori: questo dipende dal fatto che secondo il modello lineare la variabilità del punteggio è dovuta in modo univoco agli errori casuali ε_{ij}. È quindi possibile fare le assunzioni di normalità in modo indifferente sui dati o sugli errori.
La condizione di omoschedasticità si può verificare eseguendo il test di sfericità, ma in ogni caso il test statistico F di Fisher, utilizzato per la verifica delle ipotesi, è robusto rispetto a questa assunzione e quindi può essere utilizzato anche in presenza di eteroschedasticità.
L'indipendenza delle osservazioni può essere verificata tramite il coefficiente di correlazione intraclasse, ma è bene ricordare che quando un trattamento viene somministrato individualmente le osservazioni possono essere considerate indipendenti (Barbaranelli, 2013).
Proponiamo nel seguito un piccolo approfondimento sulle due condizioni più importanti per poter effettuare test parametrici, ossia la normalità dei dati e l'omoschedasticità.

B.2.3.1. Normalità dei dati

La distribuzione normale, detta anche gaussiana, è rappresentata graficamente dalla curva a campana come in Figura 85 e dalla funzione di densità di probabilità

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

in cui $x \in (-\infty; +\infty)$ è un qualunque valore della variabile casuale continua, σ è lo scarto quadratico medio della variabile casuale e μ è il valore medio della variabile casuale.

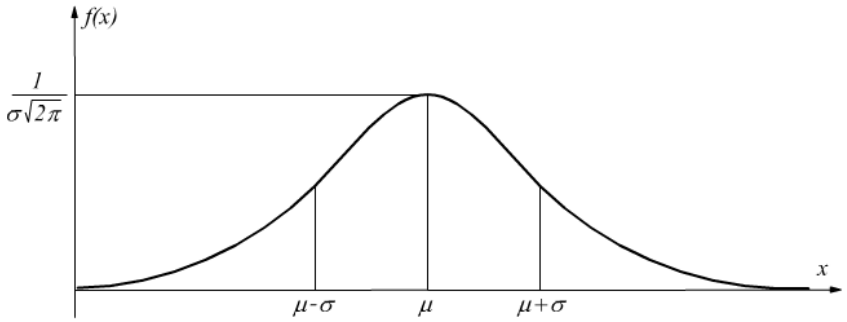


Figura 85 Rappresentazione grafica della distribuzione gaussiana

Già dalla rappresentazione grafica di questa distribuzione è possibile cogliere alcune delle sue proprietà: la curva è simmetrica, quindi media e mediana hanno lo stesso valore (Howitt et al., 2014), inoltre il dominio è l'insieme dei numeri reali, dunque ha un campo di variazione infinito. Si ha poi che il campo di variazione interquartile è pari a 1,33 volte lo

scarto quadratico medio, ciò implica che la metà dei valori è contenuta in un intervallo pari ai 2/3 dello scarto quadratico medio sopra e sotto il valore medio (Levine et al., 2010).
Per verificare la normalità dei dati nelle analisi statistiche è possibile fare riferimento ad asimmetria e curtosi*:* se i valori di questi parametri rientrano nel range di $(-1; +1)$ si ha una distribuzione tendenzialmente normale.
L'asimmetria (*skewnees)* misura quanto la curva è sbilanciata e può essere negativa o positiva. Nel primo caso si trovano un maggior numero di punteggi alla sinistra della moda, quindi la media e la mediana hanno valori inferiori a quest'ultima, nel secondo caso la maggior parte dei punteggi si trova a destra della moda, quindi media e mediana sono maggiori di essa (Howitt et al., 2014).
La curtosi descrive la ripidità o la piattezza di una distribuzione rispetto alla campana della curva gaussiana. In base alla curtosi le curve possono essere classificate in:

- leptocurtiche, se sono ripide (quando il valore di curtosi è positivo);
- mesocurtiche, se sono normali (quando il valore di curtosi è nullo);
- platicurtiche, se sono piane (quando il valore di curtosi è negativo).

La distribuzione gaussiana è molto utilizzata in statistica in quanto può approssimare adeguatamente molti fenomeni naturali (Howitt et al., 2014) e grazie al teorema del limite centrale può essere utilizzata per l'inferenza statistica classica (Levine et al., 2010).

B.2.3.2. Sfericità dei dati

Una delle assunzioni del test ANOVA, e più in generale dei GLM, è l'omogeneità della varianza riferita alle differenze tra tutte le coppie delle misure ripetute, che prende il nome di sfericità o circolarità. Questa condizione richiede che

$$\sigma^2_{y_i - y_j} = \sigma^2_{y_k - y_h}$$

con y_i ,y_j ,y_k e y_h misure e per ogni $i \neq j$ e per ogni $k \neq h$.
Per verificare la sfericità si può ricorrere al test di Mauchley, tenendo conto del fatto che per campioni molto grandi può essere significativo anche quando l'effetto della deviazione della sfericità sui risultati sia minimo, inoltre non è molto potente per campioni piccoli.
Il test di sfericità viene considerato "superato" quando il test di Mauchly non è significativo. Invece, nel caso in cui $p < 0{,}05$ il test è significativo e software statistici come SPSS apportano delle correzioni, le cui stime nel caso di misure ripetute vengono chiamate *epsilon* e sono tali da rendere valida la statistica univariata F. Nel processo di correzione le epsilon vengono moltiplicate per i gradi di libertà del numeratore e del denominatore, il test F viene poi valutato utilizzando i gradi di libertà ottenuti dal calcolo precedente (Barbaranelli, 2013).
In tal caso si fa riferimento ad apposite correzione, ad esempio in SPSS si considera la correzione di Greenhouse-Geisser, oppure a Huynh-Felt quando il campione è ridotto.

B.2.4. Correlazione

Il coefficiente di correlazione *r* di Bravais-Pearson, o coefficiente di correlazione prodotto-momento, quantifica il legame che esiste tra due variabili, misurate su scale a intervalli o a rapporti equivalenti, analizzate simultaneamente.
Il coefficiente si calcola utilizzando la seguente formula sui dati grezzi:

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sqrt{[\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}][\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}]}}$$

oppure con la formula

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_{x_i} z_{y_i}}{n}$$

nella quale con z_{x_i}e z_{y_i} si indicano i punteggi standardizzati delle variabili *x* e *y*. Poiché si opera su variabili standardizzate non è necessario che abbiano la stessa unità di misura.
Il valore che assume *r* appartiene all'intervallo $[-1; 1]$ e indica l'intensità e la direzione della relazione esistente tra le variabili oggetto di studio (Ercolani e Areni, 1973). In particolare:

- se $r = +1$, le due variabili hanno una concordanza lineare perfetta, cioè i punti del diagramma di dispersione si allineano in una retta crescente;
- se $0{,}50 \leq r < 1$, la relazione positiva è molto elevata (per i valori che superano 0,75) o comunque abbastanza elevata e i punti di dispersione si dispongono intorno a una retta con piccole oscillazioni;
- se $0{,}20 \leq r < 0{,}50$, vi è una "tendenza" alla relazione positiva e i punti di dispersione presentano notevoli oscillazioni (per i valori sopra 0,35 la relazione positiva viene detta "moderata");
- se $-0{,}20 \leq r < 0{,}20$, si verifica una totale assenza di relazione o una tendenza alla relazione positiva o negativa trascurabile. I dati hanno una disposizione priva di una forma definita;
- se $-0{,}50 \leq r < -0{,}20$, c'è una tendenza alla relazione negativa;
- se $-1 < r < -0{,}50$, si è in presenza di una relazione negativa fra le variabili molto o abbastanza elevata;
- se $r = -1$ fra le variabili esiste una concordanza negativa lineare perfetta e i punti di dispersione si allineano a formare una retta decrescente.

B.2.5. ANOVA

L'ANOVA, acronimo di *Analysis of Variance*, ossia analisi della varianza, è un test statistico che consente di verificare ipotesi relative alle differenze tra le medie di più popolazioni.
Esistono diversi modelli di ANOVA che si differenziano per il numero di variabili indipendenti e dipendenti presenti: i disegni a una via prevedono l'esistenza di una sola variabile indipendente, mentre i disegni fattoriali sono utilizzati quando vi sono più variabili indipendenti. Inoltre, si ha un'analisi della varianza univariata nel caso vi sia un'unica variabile dipendente, altrimenti si utilizza una ANOVA multivariata (MANOVA) (Barbaranelli, 2013).
L'ANOVA valuta quantitativamente l'effetto delle diverse fonti di variazione nella variabilità registrata nel corso di un esperimento. Le fonti di variazione sono dette sistematiche se sono sotto il controllo degli sperimentatori, altrimenti vengono definite casuali quando sono dovute ad errori di misura o condizioni ambientali.
Il modello di base dell'ANOVA è un modello lineare esprimibile, nel caso di un'unica variabile indipendente, con l'espressione

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$$

con $i = 1, \ldots, p$ (dove p numero di trattamenti) e $j = 1, \ldots, n_i$ (dove n_i numero di repliche per l'i- esimo trattamento), in cui :

- y_{ij} è il punteggio;
- μ è la media generale dei punteggi sul campione totale;
- $\alpha_i = \mu - \mu_i$ è l'effetto dovuto al trattamento;
- ε_{ij} è una componente "residua" specifica per ogni soggetto e dipendente da differenti fattori tra i quali l'errore di specificazione del modello e l'inattendibilità delle misure.

Tramite questo modello è possibile stimare gli effetti del trattamento oppure verificare delle congetture sulle caratteristiche del campione studiato, dopo averle scritte come ipotesi sui parametri del modello stesso. Queste ultime sono identificate con:

- H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_p$ oppure H_0: $\alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_p = 0$;
- H_1 *: almeno un* μ_i *è diverso dagli altri* oppure H_1 *: almeno un* α_i *diverso dagli altri.*

La variabilità dei dati può essere misurata tramite la devianza totale *SS(y),* che è calcolata con la formula:

$$SS(y) = \sum_i \sum_j (Y_{ij} - \bar{Y})^2$$

ed è scomponibile in:

$$SS(y) = n \sum_i (\bar{Y}_i - \bar{Y})^2 + \sum_i \sum_j (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2.$$

La scomposizione precedente può essere riscritta come

$$SS(y) = SS(a) + SS(e),$$

con *SS(a)* che è la devianza tra gruppi e misura la quota di variabilità attribuibile alle differenze dovute ai trattamenti, mentre *SS(e)* è la devianza entro gruppi e computa la quota di variabilità imputabile a tutte le cause non controllate nell'esperimento, all'errore di campionamento e alla variabilità individuale.

Il test si basa quindi sull'analisi della variabilità complessiva in funzione delle diverse cause. Se l'ipotesi nulla è vera, si attende uno scarso contributo della devianza tra gruppi alla devianza totale, nel caso contrario ci si può aspettare che entrambe le devianze concorrono a determinare la devianza totale.

Le devianze hanno un numero di addendi diverso, quindi non è possibile fare confronti fra di loro senza prima calcolare i quadrati medi (*MS*), che si ottengono dividendole per i gradi di libertà.

Se H_0 è vera ci si può aspettare che nel campione $MS(a) \simeq MS(e)$, se invece H_0 è falsa si pensa di trovare che $MS(a) \gg MS(e)$.

Per confrontare le varianze si utilizza il rapporto tra i quadrati medi:

- se $\frac{MS(a)}{MS(e)} \sim F_{p-1,p(n-1)}$, con $F_{p-1,p(n-1)}$ che indica la distribuzione di Fisher con $p-1$ e $p(n-1)$ gradi di libertà, allora H_0 è accettabile;
- se $\frac{MS(a)}{MS(e)} > F_{p-1,p(n-1)}$, allora H_0 deve essere rifiutata.

Per poter interpretare i risultati delle analisi ANOVA in maniera affidabile è necessario che si verifichino alcune assunzioni: i valori devono avere una distribuzione normale, deve essere soddisfatta la condizione di omoschedasticità (cioè la varianza degli errori deve essere uguale in ogni gruppo) e i punteggi di un soggetto non devono essere correlati con quelli di altri soggetti (Barbaranelli, 2013).

B.2.6. Modelli lineari generalizzati per misure ripetute

La teoria dei modelli lineari generalizzati (GLM) prevede l'esistenza di una classe generale di modelli che raccoglie in sé la regressione lineare, l'analisi della varianza (ANOVA), la regressione logistica e i modelli log-lineari.

Questi modelli sono tutti accomunati da alcune proprietà di base, dai metodi di stima dei parametri e dalle statistiche di *fit*.

Per poter utilizzare uno dei modelli facenti parte dei GLM, occorre che vengano verificate le seguenti assunzioni:

- le variabili indipendenti sono misurate su scale ad intervalli, a rapporti o dicotomiche;
- non viene inserito alcun perditore irrilevante per la variabile dipendente, ma solo quelli rilevanti (assunzione di parsimonia);

- gli errori sono solo di tipo casuale e relativi alla variabile dipendente, il valore atteso dell'errore ε vale 0;
- la varianza di tutti i termini di errore ε è la medesima per ogni valore delle variabili indipendenti (assunzione di omoschedasticità);
- le osservazioni devono essere indipendenti, non ci devono essere correlazioni tra i termini dell'errore derivanti da ciascun perditore, quindi $COV(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$;
- non devono esserci correlazioni tra perditori ed errori, cioè $COV(\varepsilon_i, X_i) = 0$;
- nessuna delle variabili indipendenti deve essere una combinazione lineare perfetta delle altre variabili indipendenti, ovvero non deve verificarsi la multicollinearità perfetta.

I modelli lineari generalizzati si basano sul modello

$$y_i = \theta_0 + \sum_{i=1}^{k} \theta_k x_{ik} + \varepsilon_i,$$

nella quale θ_0 e θ_k sono costanti e ε_i sono gli errori.
I parametri dei GLM vengono stimati con il metodo della massima verosimiglianza che mira a raggiungere la massima probabilità di ottenere i valori di Y osservati conoscendo le variabili indipendenti $(X_1, X_2, \ldots, X_k)$. L'algoritmo utilizzato prevede un primo step nel quale ai parametri vengono sostituiti dai valori di prova arbitrari che vengono modificati al fine di osservare se la funzione può essere migliorata, e successivamente si reitera questo passaggio fino a rendere la capacità di miglioramento infinitesimale.
Tramite i GLM è possibile stabilire se vi siano relazioni causali tra le variabili indipendenti e quelle dipendenti, se siano quindi le variazioni della variabile indipendente a determinare quelle della variabile dipendente. Quando le variabili considerate sono di tipo cardinale, allora è possibile utilizzare l'analisi della regressione lineare, che ha come obiettivo la verifica dell'aumento della capacità di prevedere i valori di Y conoscendo i valori di X.
Nel caso di una regressione lineare semplice, se si è perciò in presenza di una sola variabile indipendente e di una sola variabile dipendente, si utilizza la formula $Y = \alpha + \beta x + \varepsilon$, dove Y è detto criterio, α (costante) intercetta, β coefficiente di regressione, x predittore e ε (costante) errore, ipotizzando che la media di Y sia in funzione di X.
Se invece si ha una regressione lineare multipla, cioè quando la variabile dipendente Y è in funzione di k variabili indipendenti $(X_{1j}; X_{2j}; \ldots; X_{kj})$, il modello che il valore medio della variabile dipendente segue la formula

$$E(Y_j) = \alpha + \beta_1 X_{1j} + \beta_2 X_{2j} + \cdots + \beta_k X_{kj} + \varepsilon_j,$$

nella quale α, ε_i e β_{ij} sono definite come nel caso semplice.
È possibile utilizzate i modelli lineari generalizzati anche per misure ripetute: si è in grado quindi di compiere un'analisi della varianza nel caso in cui su ogni soggetto venga eseguita più volte la stessa misura. Esistono due approcci possibili ai GLM per misure ripetute: approccio univariato e approccio multivariato. Nel primo caso si può utilizzare il test di Mauchly per verificare la sfericità della matrice di varianza-covarianza, assunzione necessaria per poter applicare la statistica F all'approccio univariato. Nel secondo caso per verificare se le matrici di varianza-covarianza delle varie celle sono uguali, e quindi se è rispettata la circolarità, è possibile usare il test M di Box. La procedura dei GLM per misure ripetute consente anche di verificare ipotesi nulle riguardanti gli effetti di fattori tra-soggetti, dividendo il campione in gruppi a seconda dei fattori esplicitati, ma anche entro-soggetti.

B.2.6.1 Correzione di Sidak

In statistica viene definita errore di Tipo 1 la situazione nella quale si rifiuta l'ipotesi nulla anche se essa è corretta. La probabilità di commettere questo errore aumenta con il numero di test eseguiti su uno stesso insieme di dati: questo il problema è detto *i*nflazione del livello

di α. Una delle soluzioni possibili a questo effetto, legato ai test multipli, consiste nel modificare il livello di α rendendolo più piccolo e riducendo così gli errori. Tale correzione ha però la caratteristica di far diventare più difficoltosa l'individuazione dei reali effetti all'interno del test.
La probabilità di commettere un errore di Tipo 1 quando si applica solo uno specifico test viene denotata con $\alpha[PT]$ (*alfa per test*), mentre quella che riguarda un'intera famiglia di test è indicata con $\alpha[PF]$ (alfa per family of tests). Assumendo che i C test eseguiti siano tra loro indipendenti, la formula di Sidak può essere presentata in due differenti scritture:

$$\alpha[PF] = 1 - (1 - \alpha[PT])^C \quad \text{o} \quad \alpha[PT] = 1 - (1 - \alpha[PF])^{\frac{1}{C}}$$

Esse mostrano come modificare la probabilità dell'errore di Tipo 1 in ogni singolo test per poter raggiungere un certo valore di α per famiglie di test.
Se non vi è indipendenza tra i test si ha che $\alpha[PT] \leq 1 - (1 - \alpha[PT])^C$.
La formula ottenuta da Sidak per le correzioni deriva da quella di Bonferroni, che viene utilizzata per il test post-hoc essendo molto flessibile, facile da calcolare e utilizzabile per qualsiasi tipo di test statistico. Una sua caratteristica negativa può essere individuata dalla mancanza di potenza, che si può verificare quando:

- il calcolo dell'errore per famiglia di test dipende dall'assunzione che l'ipotesi nulla H_0 sia vera per tutti i test;
- si assume che tutti i test siano indipendenti nel calcolo del test dell'errore per famiglia;
- il test non tiene in considerazione se i risultati trovati sono coerenti con la teoria e le ricerche precedenti;
- se la percentuale dell'errore di Tipo 2, il quale consiste nella probabilità di accettare l'ipotesi nulla quando è falsa, è troppo alta per i test singoli.

La formula di Bonferroni modificata da Sidak è leggermente più difficile da calcolare, ma mantiene intatta la caratteristica di essere molto flessibile e ha una potenza maggiore.

B.2.7. Scala Likert

La scala Likert prende il suo nome dallo psicologo Rensis Likert che la mise a punto nel 1932 nella sua tesi di dottorato per studiare l'atteggiamento assunto da un campione di persone nei confronti degli affari internazionali. In questo ambito con atteggiamento si intende un processo della coscienza individuale che determina le risposte effettive o potenziali, quindi le azioni, di ogni soggetto rispetto al suo ambiente sociale.
È una scala utilizzata prevalentemente per indagini in campo psicometrico condotte tramite questionari. Essa si fonda sul presupposto che diverse reazioni allo stesso stimolo dipendano da differenze nei soggetti (Likert, 1932). La scala Likert si basa su 3 assunti:

- il dominio è un continuum su cui i soggetti sono collocabili a seconda delle risposte date a una batteria di affermazioni (*item*) riferite allo stesso atteggiamento;
- vale l'unidimensionalità degli atteggiamenti oggetto di misura, per cui le varie proposizioni della scala devono riferirsi alle stesse proprietà;
- vi è equidistanza tra le categorie di risposta.

Una scala Likert è composta da un insieme di affermazioni o item, riguardanti il dominio su cui si vuole svolgere un'indagine, e da una scala numerica che generalmente varia da 1 a 5.
Si possono utilizzare anche scale con un range differente (ad esempio con tre, quattro, sei o sette modalità di risposta), ma solitamente viene scelto un numero dispari quando si vuole evitare che i soggetti scelgano una posizione neutra.
All'interno di ogni questionario, le affermazioni dovrebbero essere in ugual quantità positive e negative rispetto alla dimensione indagata e rispetto a queste viene richiesto di esprimere

il proprio accordo o disaccordo attraverso un numero della scala da 1 (in completo disaccordo) a 5 (completamente d'accordo), come mostrato in Tabella 15.

1	2	3	4	5
in completo disaccordo	in disaccordo	incerto	d'accordo	completamente d'accordo

Tabella 15 Corrispondenze tra valori e accordo nella scala Likert

Secondo Spector (1992), una scala a punteggi sommati deve soddisfare quattro caratteristiche:

- la scala deve contenere più di un item;
- la scala deve misurare una proprietà che varia quantitativamente più che qualitativamente;
- non esiste una risposta "esatta" ad un item;
- ogni item è un'affermazione, a cui viene assegnato un punteggio che esprime accordo o disaccordo.

Il metodo di indagine messo a punto da Likert venne da lui stesso chiamato *Method of Summated Ratings* (metodo dei punteggi sommati) poiché il passo successivo alla somministrazione del questionario è il calcolo del punteggio complessivo di ciascun soggetto. Più alta è la somma dei punteggi conferiti a ogni item, maggiore sarà la presenza del dominio indagato.

B.3. Output dell'analisi statistica

Statistiche descrittive:

Statistiche

		Item2	Item3	Item4	Item5	Item6	Item8
N	Valido	297	297	297	297	297	297
	Mancante/i	0	0	0	0	0	0
Media		4,3636	4,0303	3,3737	2,6734	4,4545	3,8855
Deviazione std.		1,11611	,95636	1,22958	1,13501	,71574	1,16843
Asimmetria		-1,885	-,971	-,359	,123	-1,425	-,901
Errore standard dell'asimmetria		,141	,141	,141	,141	,141	,141
Curtosi		2,610	,727	-,742	-,673	2,851	-,074
Errore standard della curtosi		,282	,282	,282	,282	,282	,282
Minimo		1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Massimo		5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00

Figura 86 Statistica descrittiva degli item appartenenti al dominio motivazione estrinseca

Statistiche

		Item35	Item39
N	Valido	297	297
	Mancante/i	0	0
Media		3,4747	3,2559
Deviazione std.		1,07499	1,15160
Asimmetria		-,328	-,045
Errore standard dell'asimmetria		,141	,141
Curtosi		-,482	-,864
Errore standard della curtosi		,282	,282
Minimo		1,00	1,00
Massimo		5,00	5,00

Figura 87 Statistica descrittiva degli item appartenenti al dominio motivazione estrinseca

Statistiche

		Item12	Item13	Item14	Item15	Item16	Item17
N	Valido	297	297	297	297	297	297
	Mancante/i	0	0	0	0	0	0
Media		2,8485	2,2054	2,2525	2,2626	2,5926	2,7475
Deviazione std.		1,18004	1,09123	1,17987	1,26480	1,24078	1,41429
Asimmetria		-,051	,542	,592	,655	,224	,202
Errore standard dell'asimmetria		,141	,141	,141	,141	,141	,141
Curtosi		-,792	-,587	-,670	-,709	-,976	-1,241
Errore standard della curtosi		,282	,282	,282	,282	,282	,282
Minimo		1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Massimo		5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00

Figura 88Statistica descrittiva degli item appartenenti al dominio demotivazione

Statistiche

		Item19	Item22	Item23	Item24.1
N	Valido	297	297	297	297
	Mancante/i	0	0	0	0
Media		2,5455	4,0236	2,4007	3,3838
Deviazione std.		1,06802	,92055	1,19870	,94840
Asimmetria		,132	-,910	,432	-,165
Errore standard dell'asimmetria		,141	,141	,141	,141
Curtosi		-,758	,742	-,738	,087
Errore standard della curtosi		,282	,282	,282	,282
Minimo		1,00	1,00	1,00	1,00
Massimo		5,00	5,00	5,00	5,00

Figura 89 Statistica descrittiva degli item appartenenti al dominio locus of control interno in caso di successo

Statistiche

		Item18	Item20	Item21	Item24
N	Valido	297	297	297	297
	Mancante/i	0	0	0	0
Media		2,7407	2,3805	2,9529	2,0673
Deviazione std.		1,05433	1,02008	,90669	1,12804
Asimmetria		,047	,394	-,016	,976
Errore standard dell'asimmetria		,141	,141	,141	,141
Curtosi		-,710	-,210	-,214	,276
Errore standard della curtosi		,282	,282	,282	,282
Minimo		1,00	1,00	1,00	1,00
Massimo		5,00	5,00	5,00	5,00

Figura 90 Statistica descrittiva degli item appartenenti al dominio locus of control esterno in caso di successo

Statistiche

		Item26	Item29	Item31	Item31.1
N	Valido	297	297	297	297
	Mancante/i	0	0	0	0
Media		2,3367	2,9293	3,3805	3,2458
Deviazione std.		1,06278	1,46065	1,15080	,92827
Asimmetria		,450	,110	-,341	-,049
Errore standard dell'asimmetria		,141	,141	,141	,141
Curtosi		-,516	-1,326	-,537	,307
Errore standard della curtosi		,282	,282	,282	,282
Minimo		1,00	1,00	1,00	1,00
Massimo		5,00	5,00	5,00	5,00

Figura 91 Statistica descrittiva degli item appartenenti al dominio locus of control interno in caso di fallimento

Statistiche

		Item25	Item27	Item28	Item30
N	Valido	297	297	297	297
	Mancante/i	0	0	0	0
Media		3,4613	1,5960	2,1481	1,4781
Deviazione std.		,94762	,79167	1,05183	,72155
Asimmetria		-,392	1,347	,525	1,544
Errore standard dell'asimmetria		,141	,141	,141	,141
Curtosi		-,153	1,831	-,517	2,375
Errore standard della curtosi		,282	,282	,282	,282
Minimo		1,00	1,00	1,00	1,00
Massimo		5,00	5,00	5,00	5,00

Figura 92 Statistica descrittiva degli item appartenenti al dominio locus of control esterno in caso di fallimento

Statistiche

		Item44	Item41	Item46	Item49	Item51	Item52
N	Valido	297	297	297	297	297	297
	Mancante/i	0	0	0	0	0	0
Media		2,8047	3,2424	2,4613	3,0236	2,7542	3,1650
Deviazione std.		1,14884	,95250	1,08709	1,15787	1,05115	1,03799
Asimmetria		,011	-,148	,195	-,151	-,092	-,207
Errore standard dell'asimmetria		,141	,141	,141	,141	,141	,141
Curtosi		-,743	-,121	-,787	-,648	-,719	-,549
Errore standard della curtosi		,282	,282	,282	,282	,282	,282
Minimo		1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Massimo		5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00

Figura 93 Statistica descrittiva degli item appartenenti al dominio emozioni positive

		Item55
N	Valido	297
	Mancante/i	0
Media		2,3670
Deviazione std.		1,06065
Asimmetria		,370
Errore standard dell'asimmetria		,141
Curtosi		-,437
Errore standard della curtosi		,282
Minimo		1,00
Massimo		5,00

Figura 94 Statistica descrittiva degli item appartenenti al dominio emozioni positiva

Statistiche

		Item42	Item43	Item45	Item47	Item48	Item50
N	Valido	297	297	297	297	297	297
	Mancante/i	0	0	0	0	0	0
Media		1,5253	1,4916	2,2626	2,9192	1,8889	2,6970
Deviazione std.		,91545	,89712	1,24053	1,23033	1,19590	1,19505
Asimmetria		1,827	2,032	,634	-,031	1,111	,220
Errore standard dell'asimmetria		,141	,141	,141	,141	,141	,141
Curtosi		2,757	3,798	-,660	-,998	,057	-,859
Errore standard della curtosi		,282	,282	,282	,282	,282	,282
Minimo		1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Massimo		5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00

Figura 95 Statistica descrittiva degli item appartenenti al dominio emozioni negative

Statistiche

		Item53	Item54	Item56	Item57	Item58	Item59
N	Valido	297	297	297	297	297	297
	Mancante/i	0	0	0	0	0	0
Media		2,7475	2,1953	2,7980	2,6532	2,1886	3,0808
Deviazione std.		1,15674	1,26367	1,26528	1,27247	1,28063	1,39988
Asimmetria		,202	,730	,033	,248	,877	-,078
Errore standard dell'asimmetria		,141	,141	,141	,141	,141	,141
Curtosi		-,891	-,595	-,979	-,915	-,298	-1,271
Errore standard della curtosi		,282	,282	,282	,282	,282	,282
Minimo		1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Massimo		5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00

Figura 96 Statistica descrittiva degli item appartenenti al dominio emozioni positiva

Istogrammi:

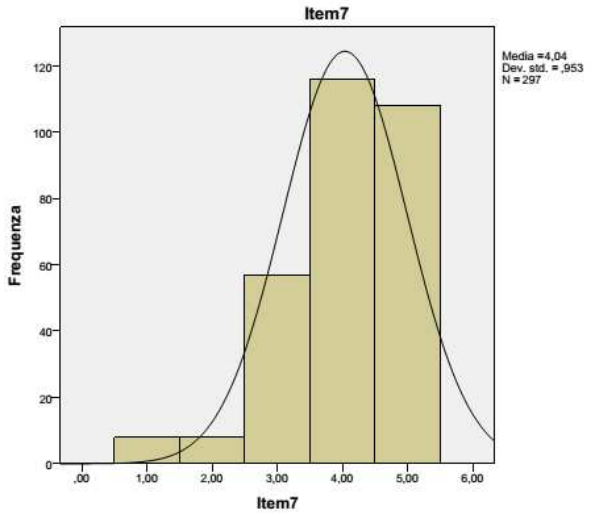


Figura 97 Istogramma item 7
del dominio motivazione intrinseca

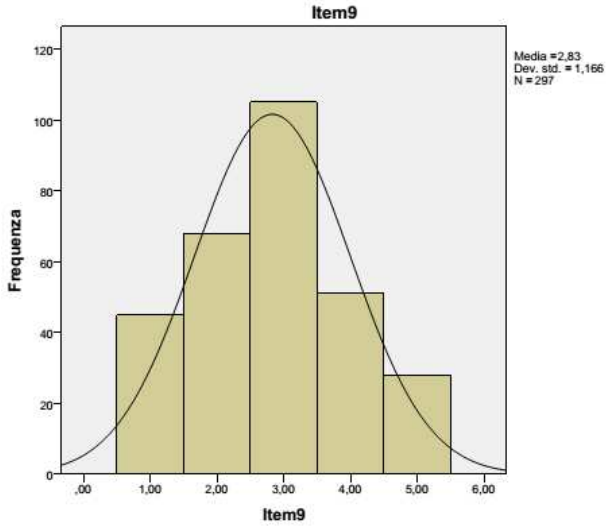


Figura 98 Istogramma item 9
del dominio motivazione intrinseca

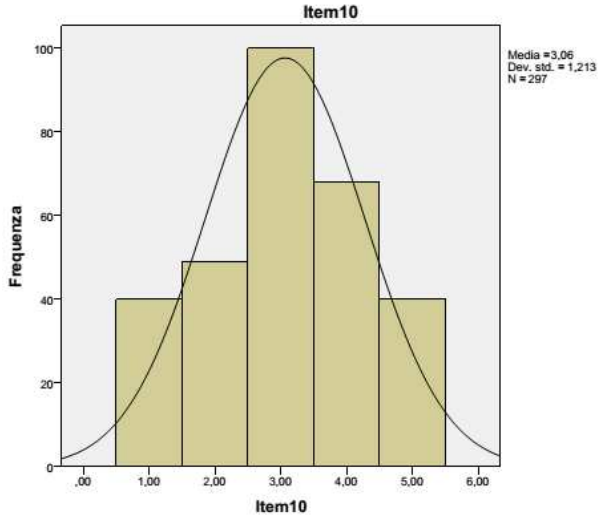


Figura 99 Istogramma item 10
del dominio motivazione intrinseca

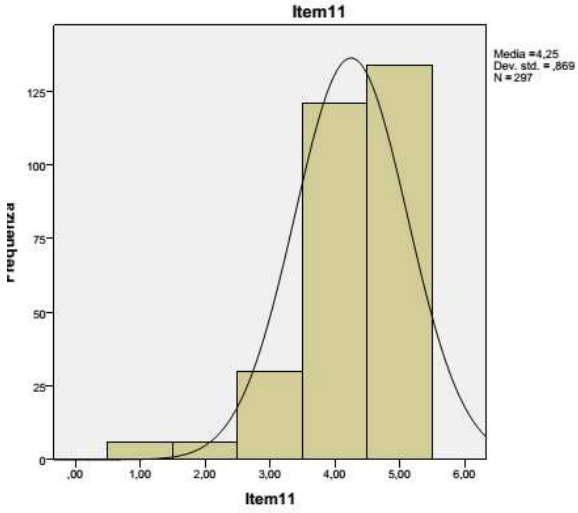


Figura 100 Istogramma item 11
del dominio motivazione intrinseca

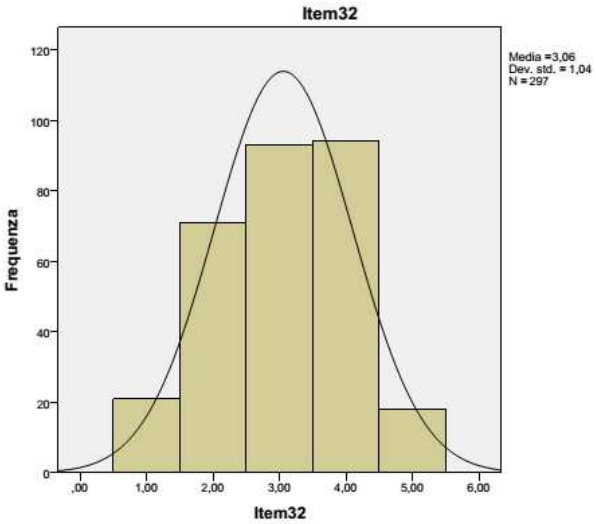


Figura 101 Istogramma item 32
del dominio motivazione intrinseca

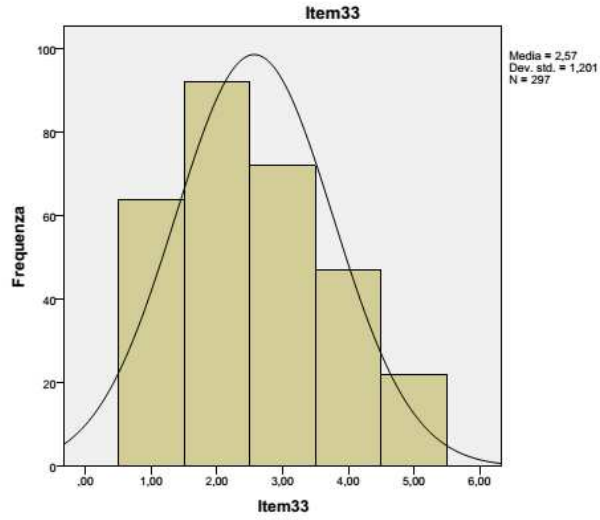


Figura 102 Istogramma item 33
del dominio motivazione intrinseca

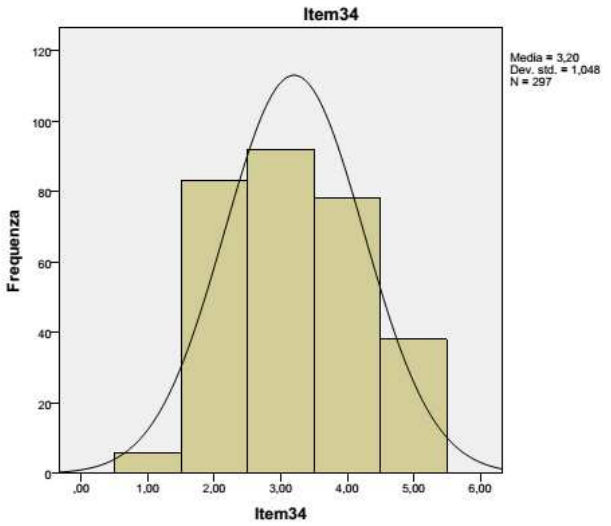


Figura 103 Istogramma item 34
del dominio motivazione intrinseca

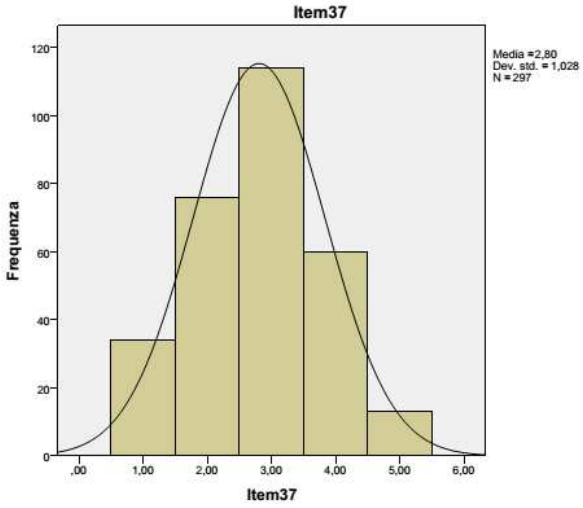


Figura 104 Istogramma item 37
del dominio motivazione intrinseca

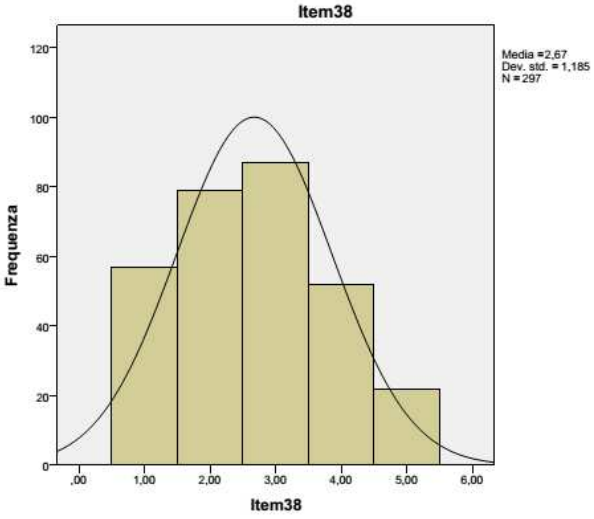


Figura 105 Istogramma item 38
del dominio motivazione intrinseca

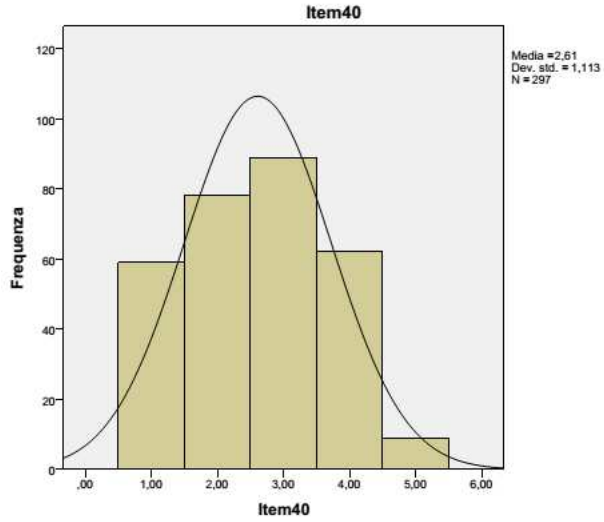


Figura 106 Istogramma item 40
del dominio motivazione intrinseca

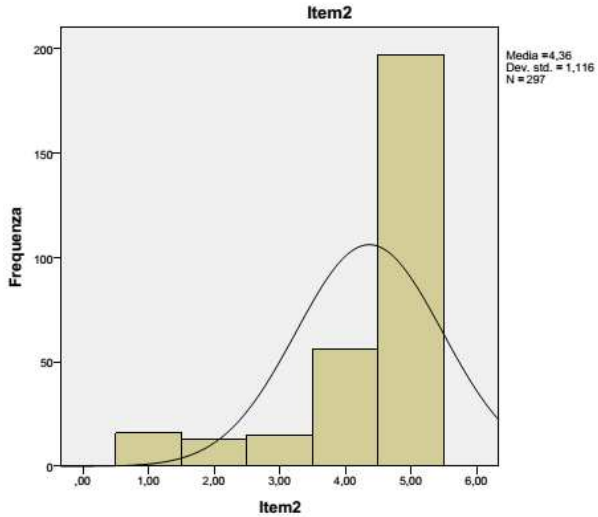


Figura 107 Istogramma item 2
del dominio motivazione estrinseca

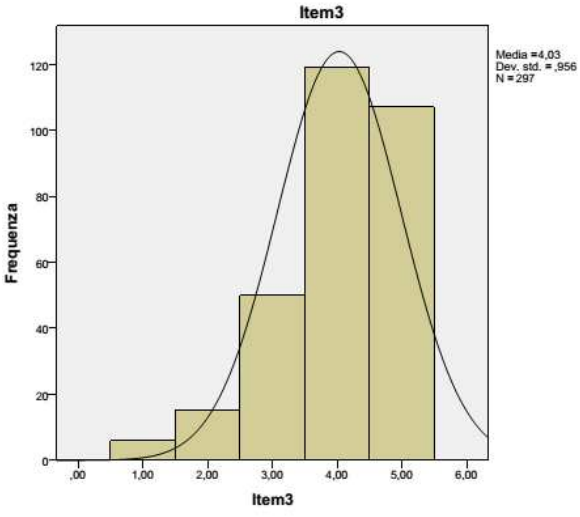


Figura 108 Istogramma item 3
del dominio motivazione estrinseca

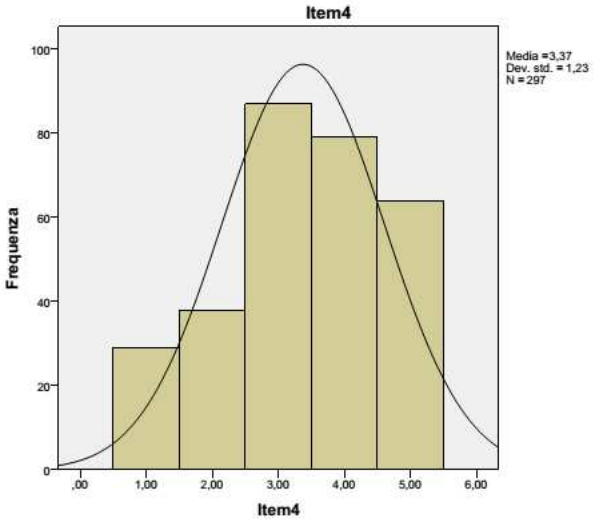


Figura 109 Istogramma item 4
del dominio movazionione estrinseca

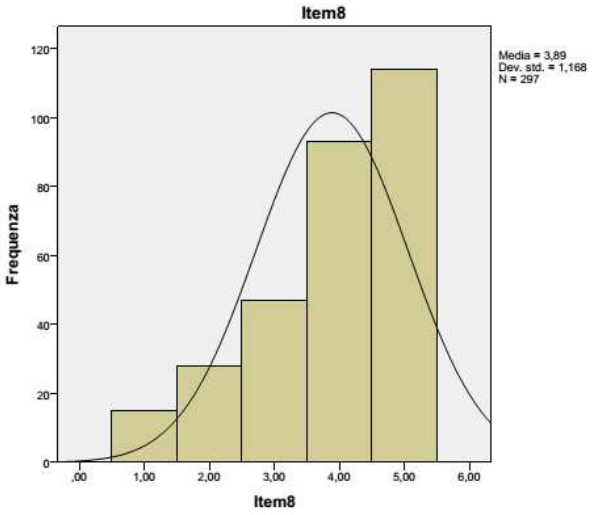


Figura 110 Istogramma item 8
del dominio motivazione estrinseca

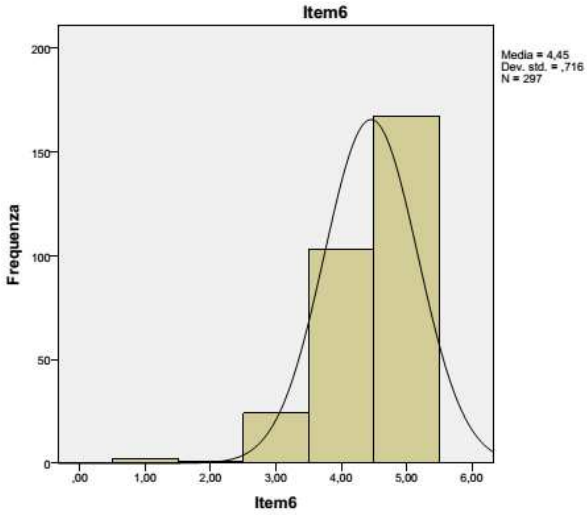


Figura 111 Istogramma item 6
del dominio motivazione estrinseca

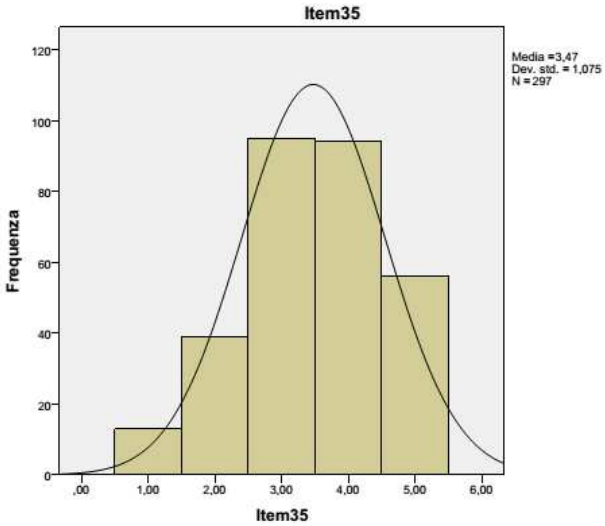


Figura 112 Istogramma item 35
del dominio motivazione estrinseca

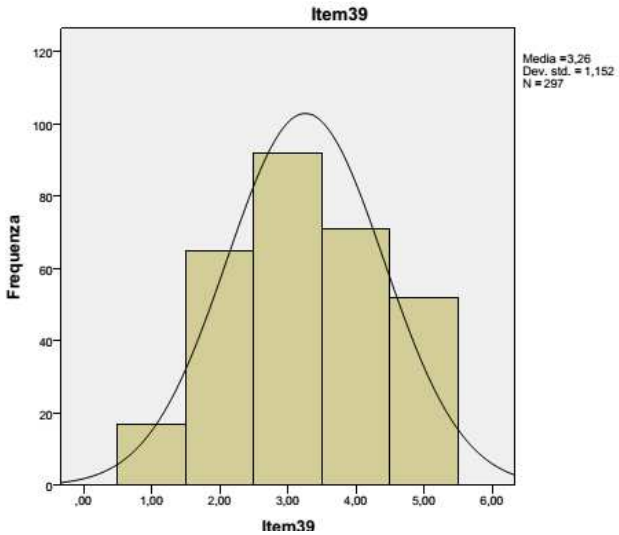


Figura 113 Istogramma item 39
del dominio motivazione estrinseca

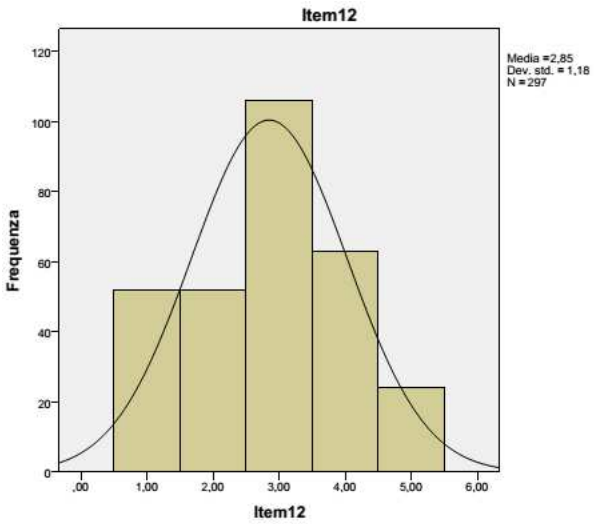


Figura 114 Istogramma item 12
del dominio demotivazione

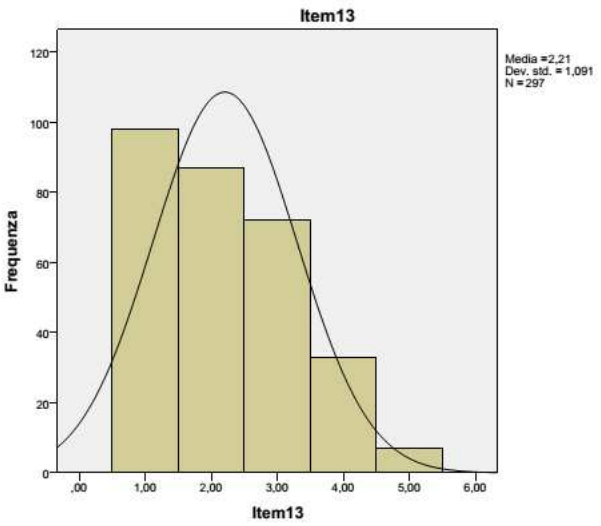


Figura 115 Istogramma item 13 del dominio demotivazione

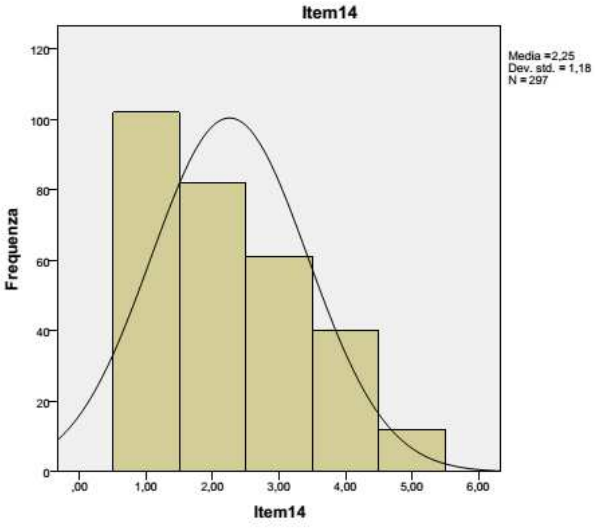


Figura 116 Istogramma item 14 del dominio demotivazione

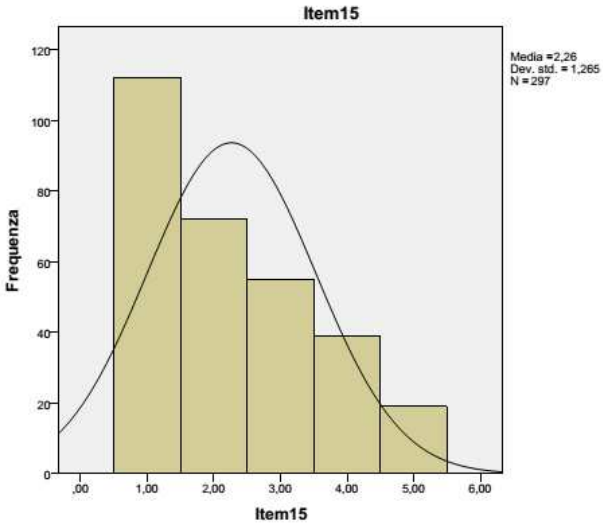


Figura 117 Istogramma item 15 del dominio demotivazione

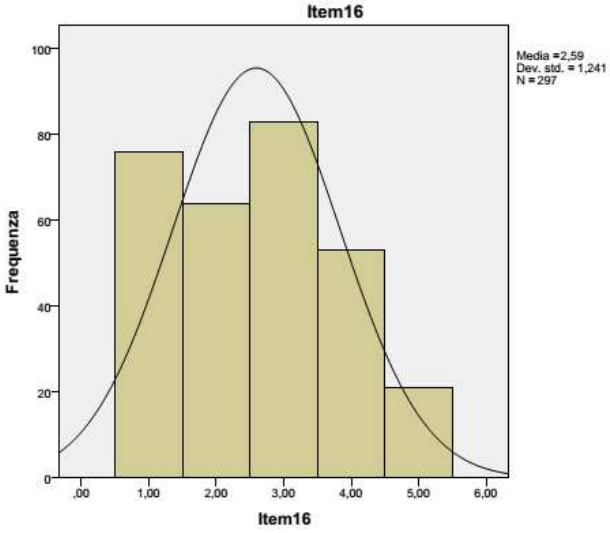


Figura 118 Istogramma item 16 del dominio demotivazione

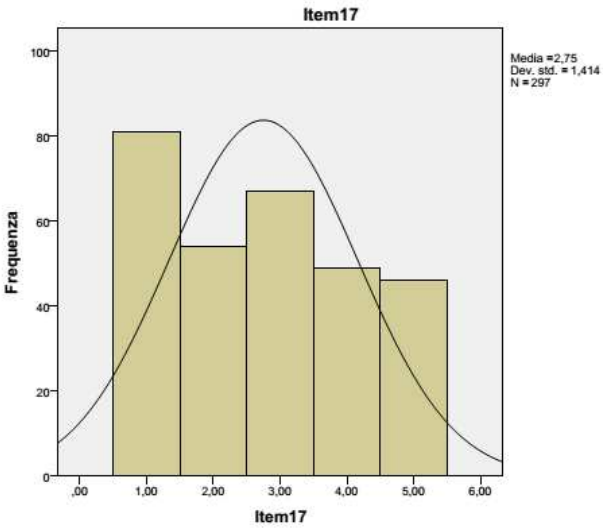


Figura 119 Istogramma item 17 del dominio demotivazione

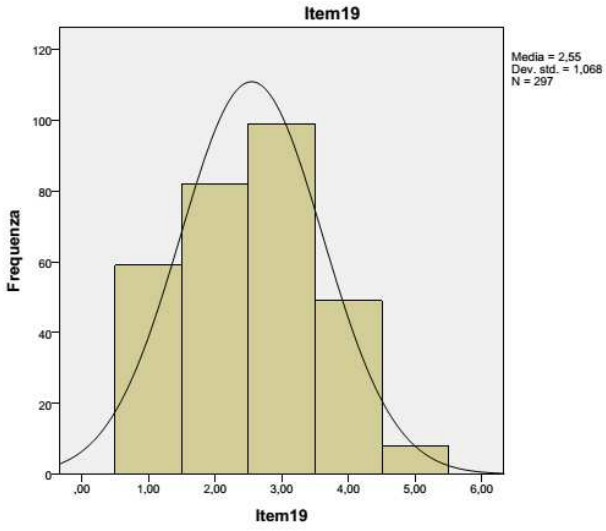


Figura 120 Istogramma item 19 del dominio locus of control interno in caso di successo

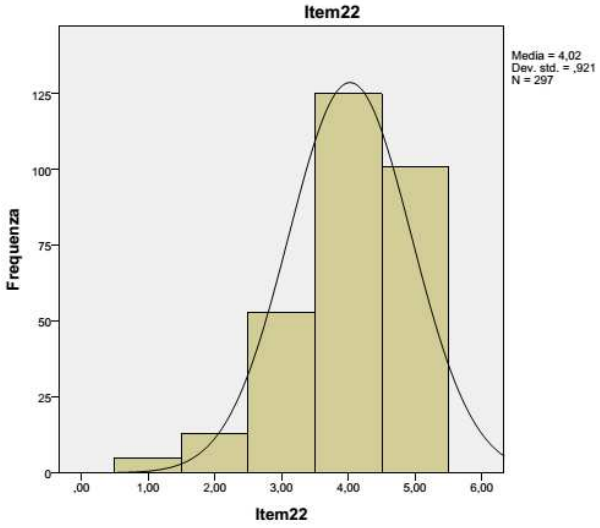


Figura 121 Istogramma item 22 del dominio locus of control interno in caso di successo

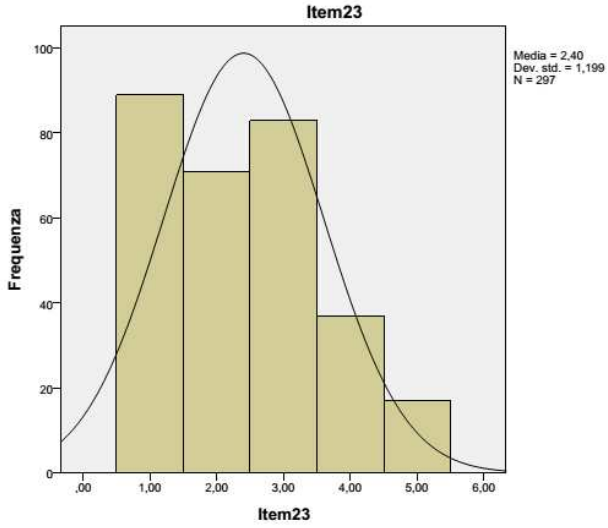


Figura 122 Istogramma item 23 del dominio locus of control interno in caso di successo

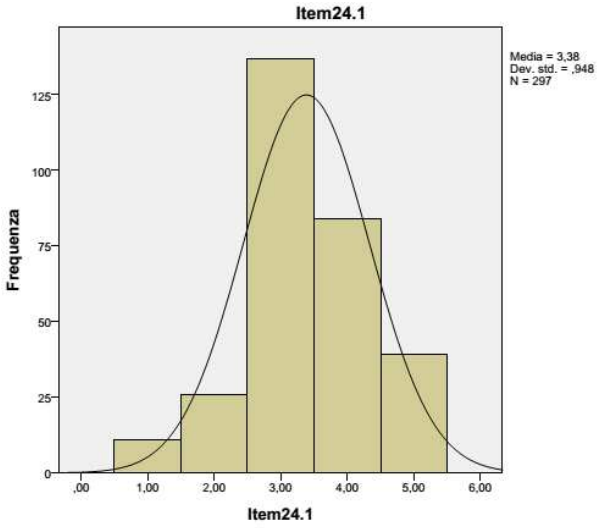


Figura 123 Istogramma item 24.1 del dominio locus of control interno in caso di successo

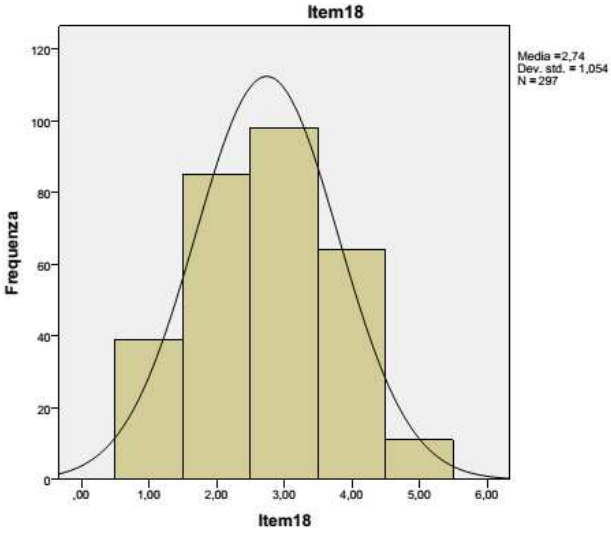


Figura 124 Istogramma item 18 del dominio locus of control esterno in caso di successo

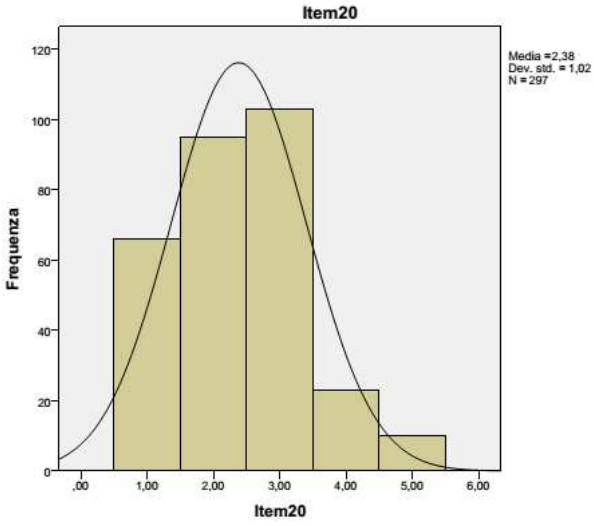


Figura 125 Istogramma item 20 del dominio locus of control esterno in caso di successo

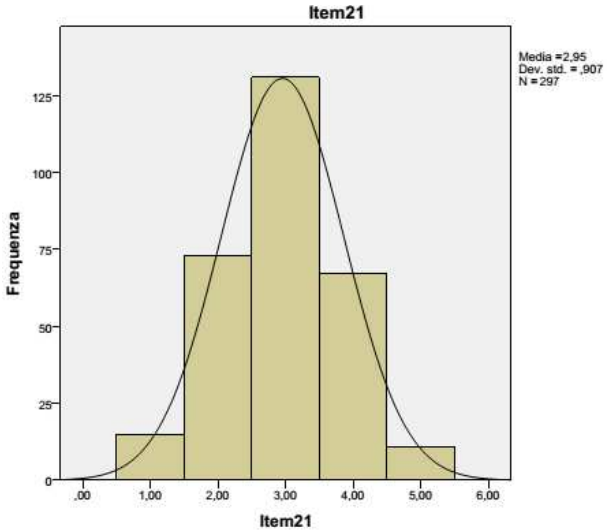


Figura 126 Istogramma item 21 del dominio locus of control esterno in caso di successo

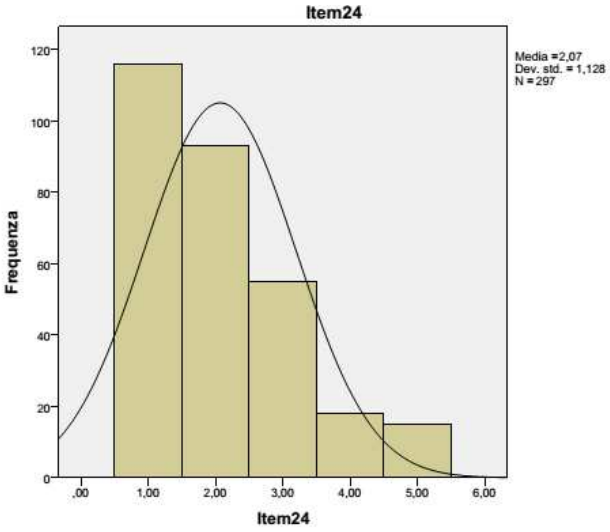


Figura 127 Istogramma item 24 del dominio locus of control esterno in caso di successo

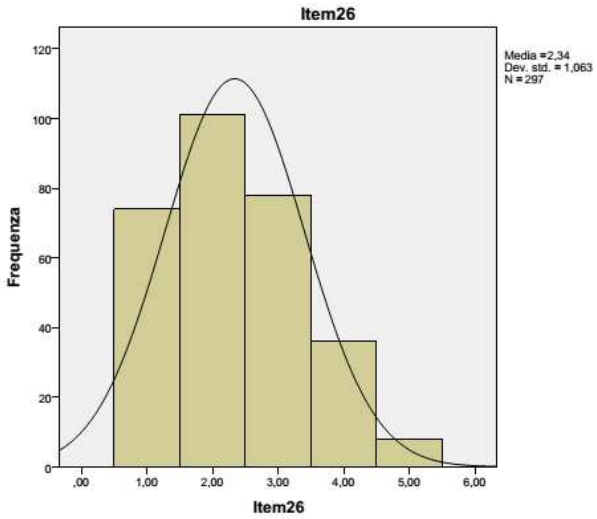


Figura 128 Istogramma item 26 del dominio locus of control interno in caso di fallimento

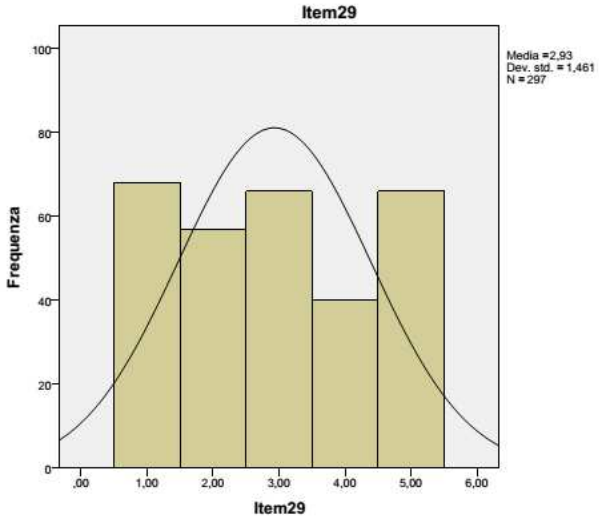


Figura 129 Istogramma item 29 del dominio locus of control interno in caso di fallimento

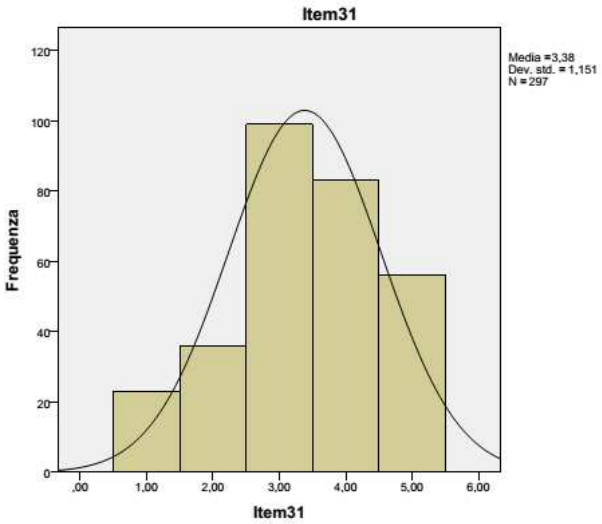


Figura 130 Istogramma item 31 del dominio locus of control interno in caso di fallimento

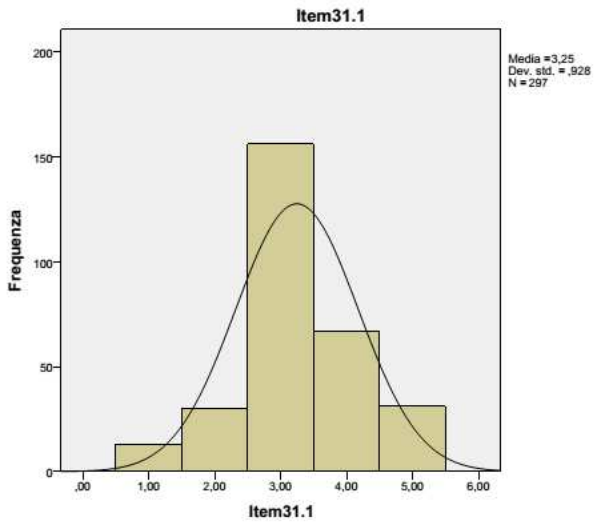


Figura 131 Istogramma item 31.1 del dominio locus of control interno in caso di fallimento

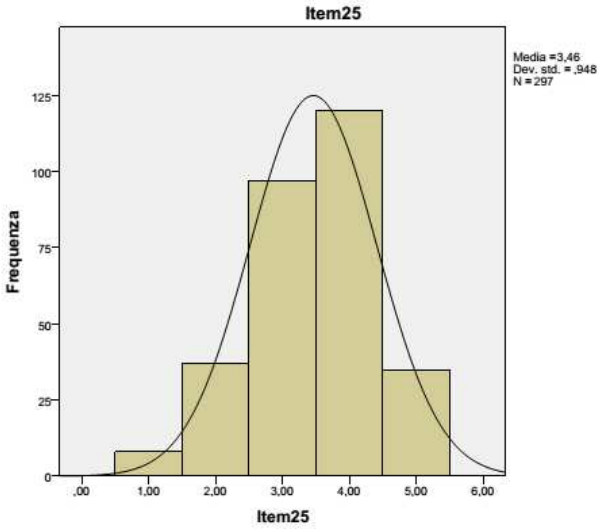


Figura 132 Istogramma item 25 del dominio locus of control esterno in caso di fallimento

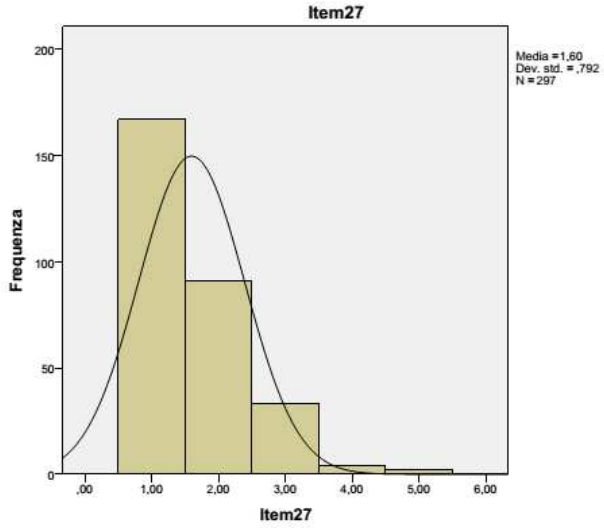


Figura 133 Istogramma item 27 del dominio locus of control esterno in caso di fallimento

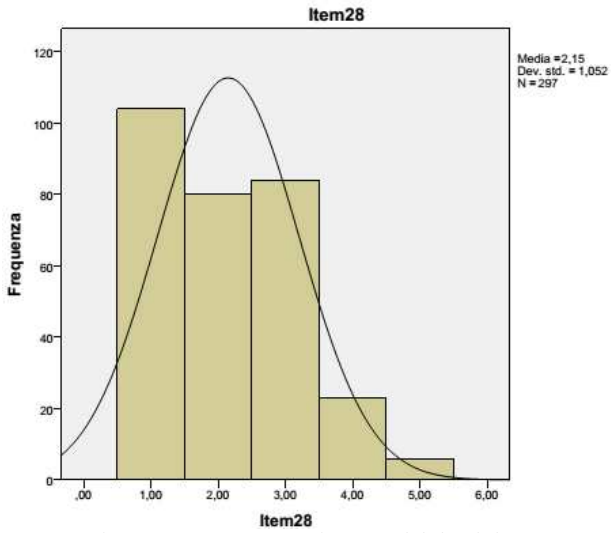


Figura 134 Istogramma item 28 del dominio locus of control esterno in caso di fallimento

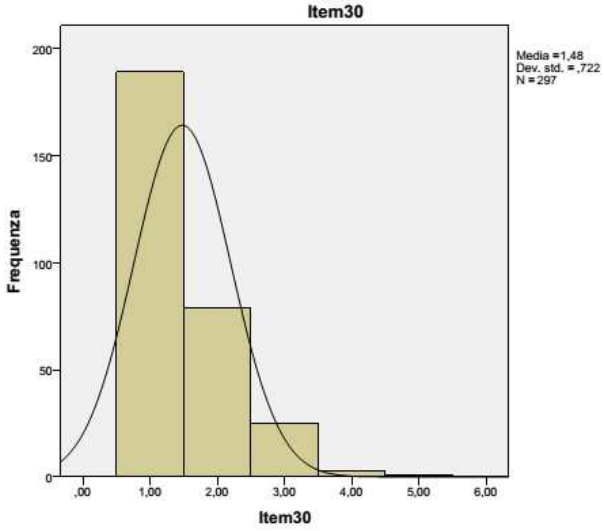


Figura 135 Istogramma item 30 del dominio locus of control esterno in caso di fallimento

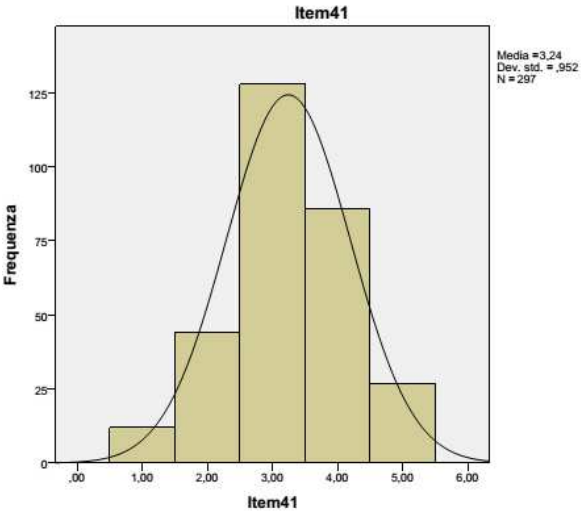


Figura 136 Istogramma item 41 del dominio emozioni positive

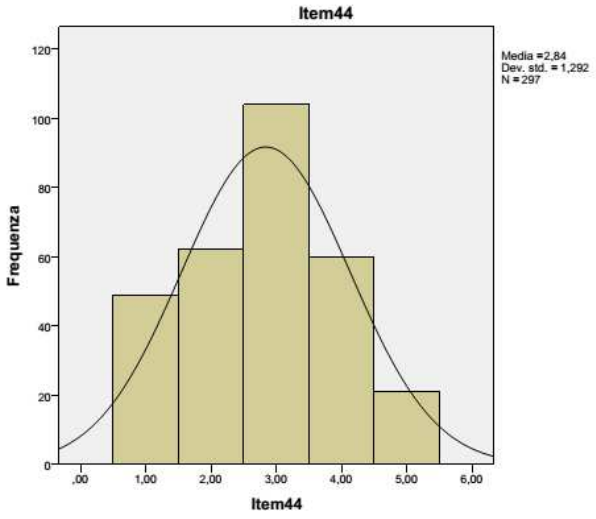


Figura 137 Istogramma item 44 del dominio emozioni positive

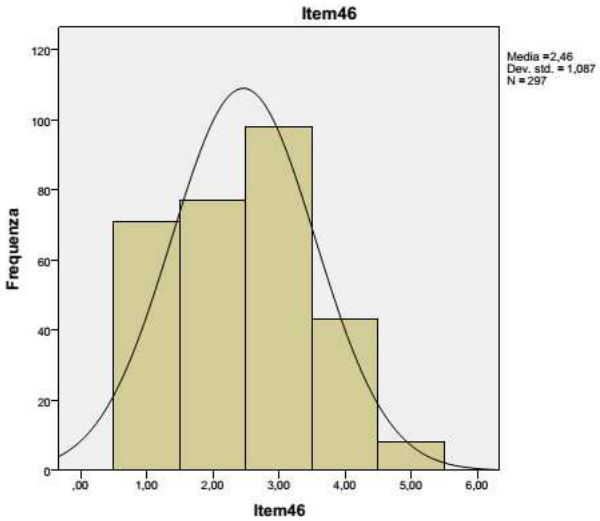


Figura 138 Istogramma item 46 del dominio del dominio emozioni positive

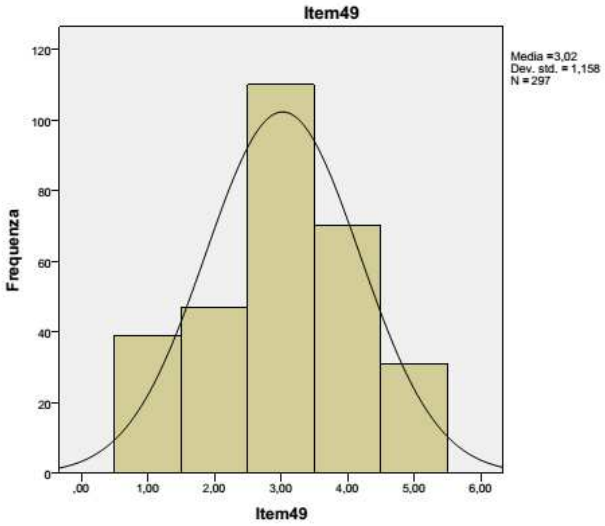


Figura 139 Istogramma item 49
del dominio del dominio emozioni positive

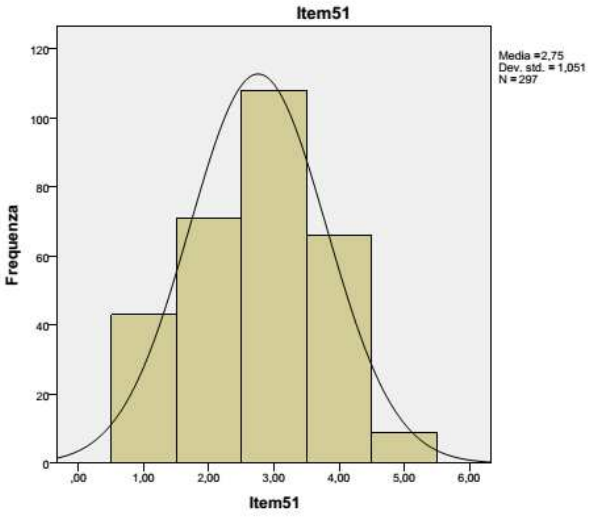


Figura 140 Istogramma item 51
del dominio del dominio emozioni positive

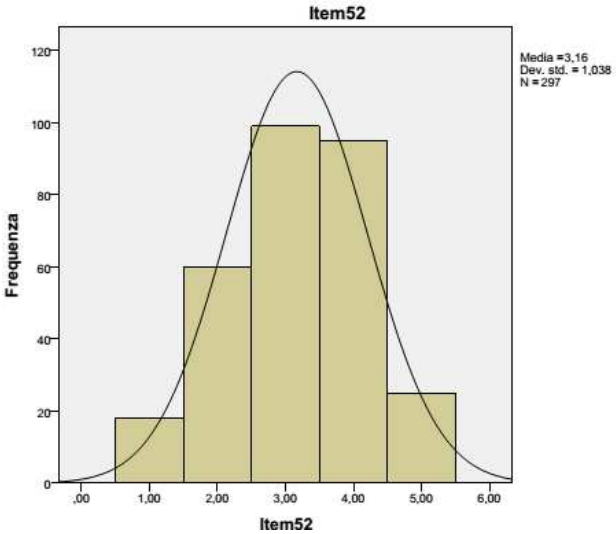


Figura 141 Istogramma item 52
del dominio del dominio emozioni positive

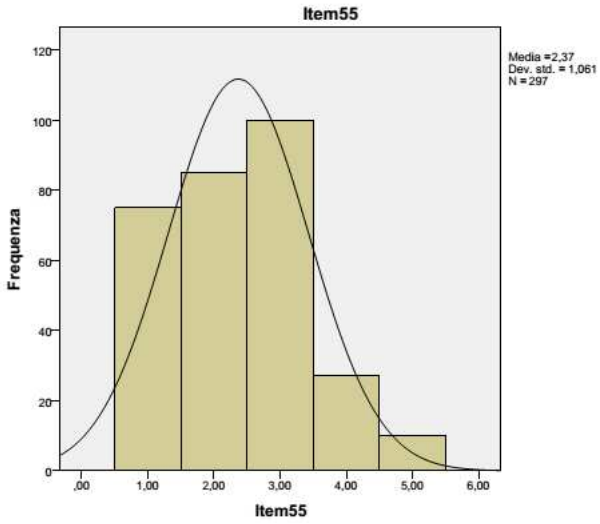


Figura 142 Istogramma item 55
del dominio del dominio emozioni positive

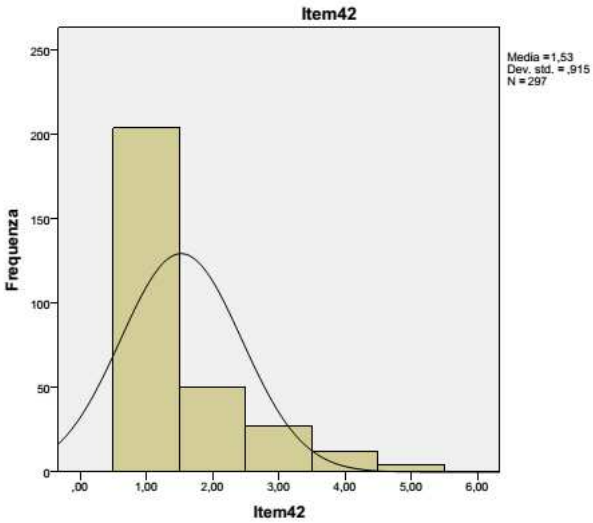


Figura 143 Istogramma item 42
del dominio del dominio emozioni negative

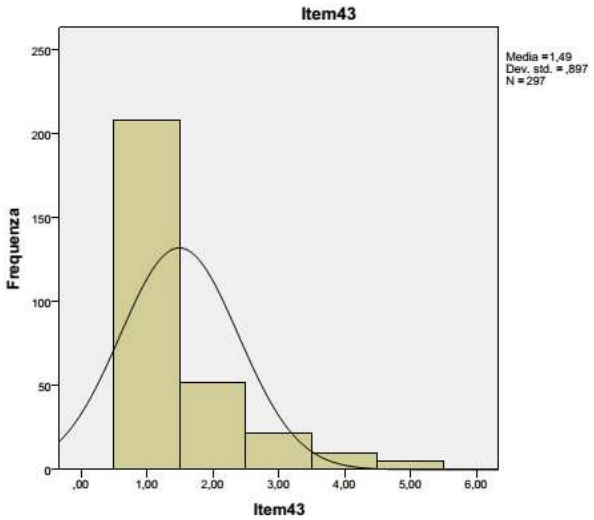


Figura 144 Istogramma item 43
del dominio del dominio emozioni negative

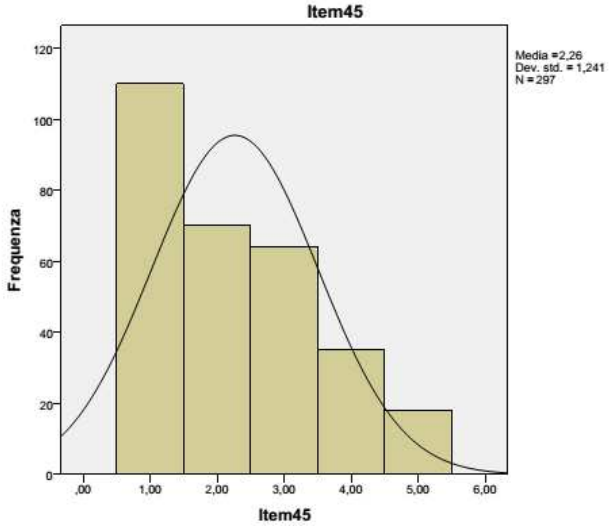


Figura 145 Istogramma item 45
del dominio del dominio emozioni negative

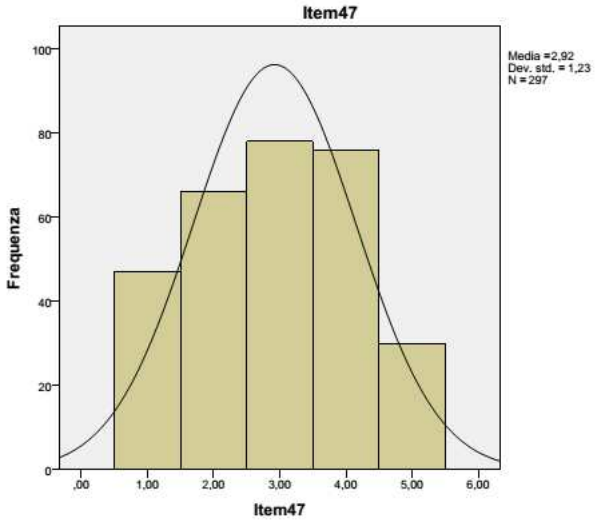


Figura 146 Istogramma item 47
del dominio del dominio emozioni negative

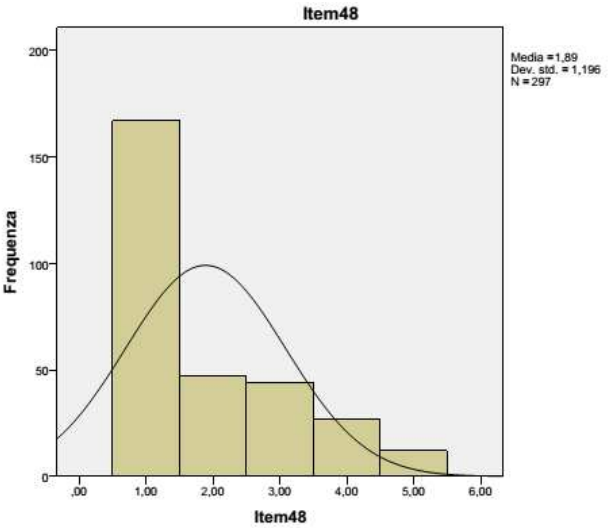


Figura 147 Istogramma item 48
del dominio del dominio emozioni negative

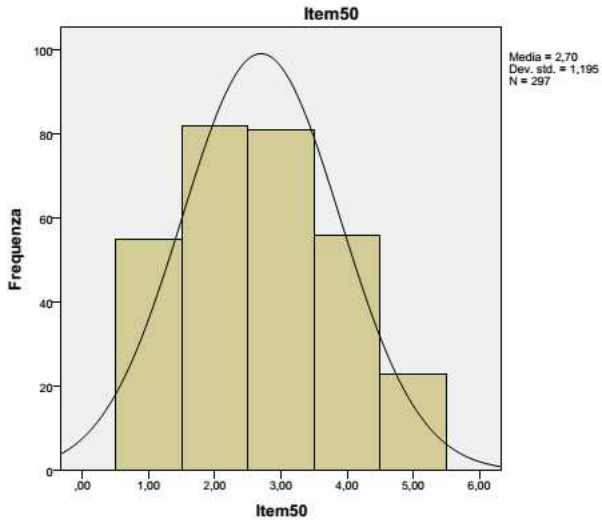


Figura 148 Istogramma item 50
del dominio del dominio emozioni negative

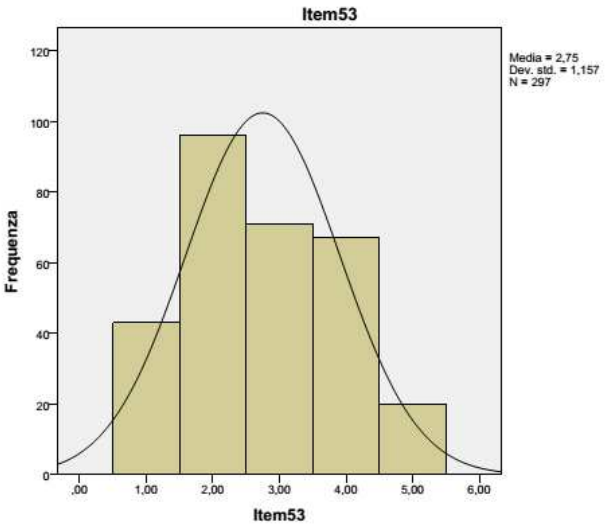


Figura 149 Istogramma item 53
del dominio del dominio emozioni negative

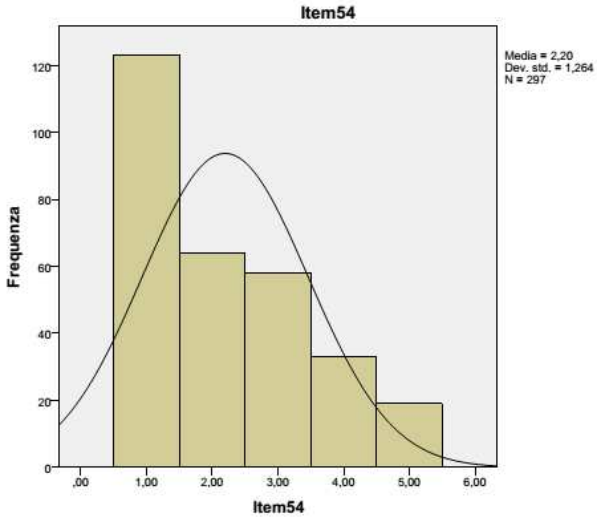


Figura 150 Istogramma item 54
del dominio del dominio emozioni negative

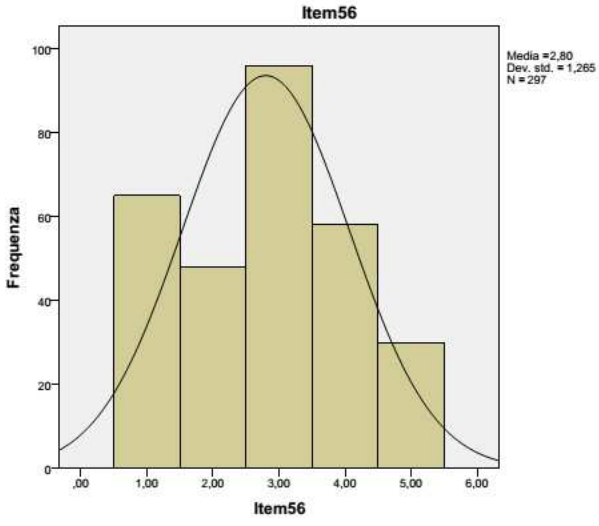


Figura 151 Istogramma item 56
del dominio del dominio emozioni negative

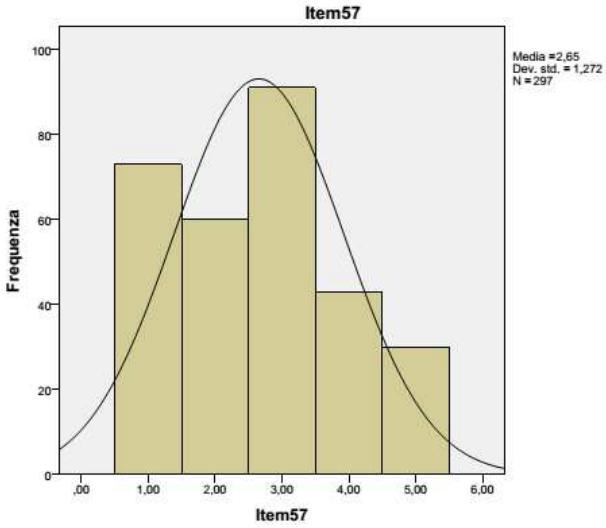


Figura 152 Istogramma item 57
del dominio del dominio emozioni negative

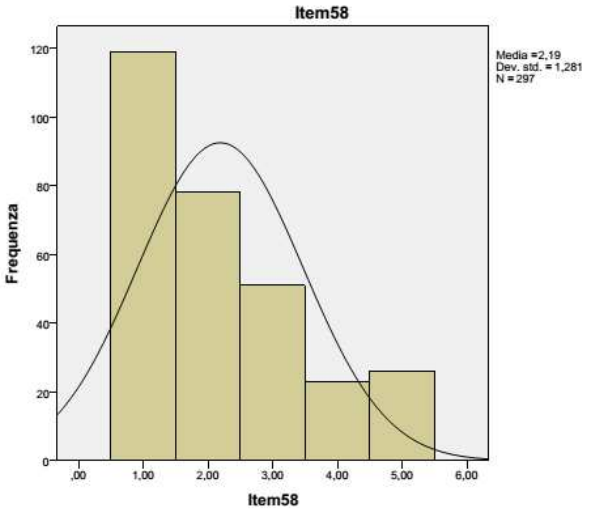


Figura 153 Istogramma item 58
del dominio del dominio emozioni negative

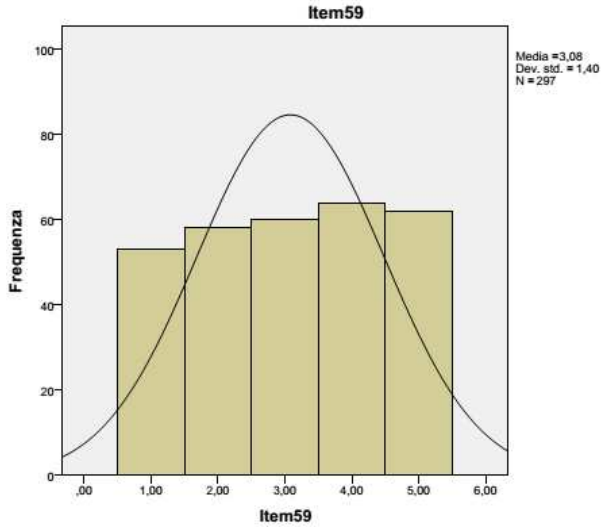


Figura 154 Istogramma item 59
del dominio del dominio emozioni negative

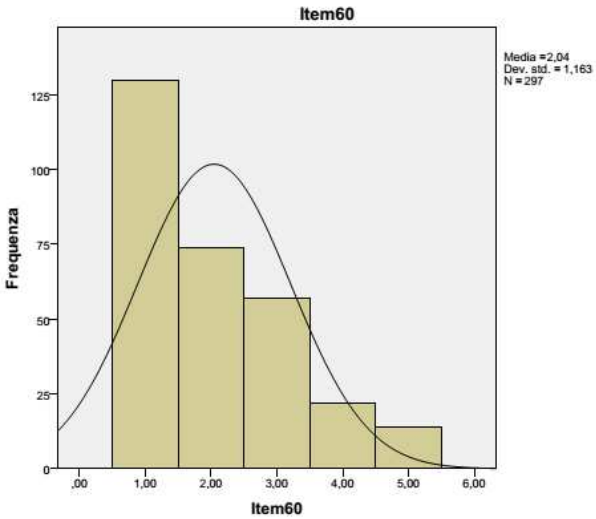


Figura 155 Istogramma item 60
del dominio del dominio emozioni negative

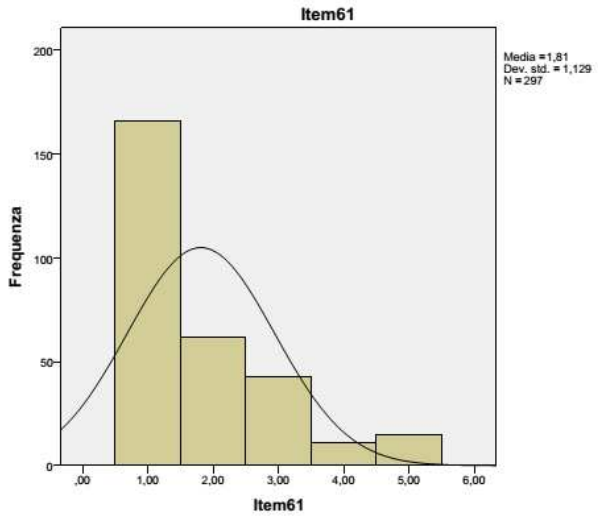


Figura 156 Istogramma item 61
del dominio del dominio emozioni negative

Alfa di Cronbach:

Statistiche di affidabilità

Alfa di Cronbach	N. di elementi
,654	8

Figura 157 Alfa di Cronbach per il dominio motivazione estrinseca

Statistiche di affidabilità

Alfa di Cronbach	N. di elementi
,297	4

Figura 158 Alfa di Cronbach per il dominio locus of control interno in caso di fallimento

Statistiche di affidabilità

Alfa di Cronbach	N. di elementi
,454	4

Figura 159 Alfa di Cronbach per il dominio locus of control esterno in caso di successo

Statistiche di affidabilità

Alfa di Cronbach	N. di elementi
,398	4

Figura 160 Alfa di Cronbach per il dominio locus of control interno in caso di successo

Statistiche di affidabilità

Alfa di Cronbach	N. di elementi
,559	4

Figura 161 Alfa di Cronbach per il dominio locus of control esterno in caso di fallimento

Statistiche di affidabilità

Alfa di Cronbach	N. di elementi
,002	8

Figura 162 Alfa di Cronbach per il dominio locus of control interno senza distinzione tra successo e fallimento

Correlazione item-totale:

Statistiche elemento-totale

	Media scala se viene eliminato l'elemento	Varianza scala se viene eliminato l'elemento	Correlazione elemento-totale corretta	Alfa di Cronbach se viene eliminato l'elemento
Item1	33,6195	59,277	,666	,858
Item7	32,8754	61,846	,580	,864
Item9	34,0842	57,652	,702	,855
Item10	33,8485	56,676	,727	,853
Item11	32,6633	66,008	,331	,876
Item32	33,8552	60,428	,614	,862
Item33	34,3468	58,180	,645	,859
Item34R	34,1111	63,160	,431	,872
Item36	33,9832	59,956	,602	,862
Item37	34,1077	62,326	,496	,868
Item38	34,2391	62,845	,383	,876
Item40	34,3030	60,212	,578	,864

Figura 163 Correlazione item-totale del dominio motivazione intrinseca

Statistiche elemento-totale

	Media scala se viene eliminato l'elemento	Varianza scala se viene eliminato l'elemento	Correlazione elemento-totale corretta	Alfa di Cronbach se viene eliminato l'elemento
Item2	25,1481	16,681	,425	,602
Item3	25,4815	20,744	,016	,694
Item4	26,1380	15,748	,465	,588
Item5	26,8384	16,602	,422	,602
Item6	25,0572	18,047	,533	,597
Item8	25,6263	16,005	,474	,587
Item35	26,0370	17,955	,295	,636
Item39	26,2559	18,326	,218	,658

Figura 164 Correlazione item-totale del dominio motivazione estrinseca

Statistiche elemento-totale

	Media scala se viene eliminato l'elemento	Varianza scala se viene eliminato l'elemento	Correlazione elemento-totale corretta	Alfa di Cronbach se viene eliminato l'elemento
Item12	12,0606	19,821	,604	,763
Item13	12,7037	20,331	,614	,763
Item14	12,6566	21,807	,396	,807
Item15	12,6465	19,310	,598	,764
Item16	12,3165	19,609	,584	,767
Item17	12,1616	18,487	,582	,769

Figura 165 Correlazione item-totale del dominio assenza di motivazione

Statistiche elemento-totale

	Media scala se viene eliminato l'elemento	Varianza scala se viene eliminato l'elemento	Correlazione elemento-totale corretta	Alfa di Cronbach se viene eliminato l'elemento
Item41	16,6094	22,273	,662	,796
Item44	17,0135	21,236	,523	,819
Item46	17,3906	21,590	,630	,798
Item49	16,8283	20,906	,650	,794
Item51	17,0976	22,311	,576	,807
Item52	16,6869	21,669	,661	,794
Item55	17,4848	24,088	,377	,837

Figura 166 Correlazione item-totale del dominio emozioni positive

Statistiche elemento-totale

	Media scala se viene eliminato l'elemento	Varianza scala se viene eliminato l'elemento	Correlazione elemento-totale corretta	Alfa di Cronbach se viene eliminato l'elemento
Item42	30,7778	102,579	,486	,882
Item43	30,8114	102,971	,475	,882
Item45	30,0404	95,316	,643	,874
Item47	29,3838	94,109	,704	,871
Item48	30,4141	95,791	,650	,874
Item50	29,6061	95,963	,642	,874
Item53	29,5556	99,653	,495	,881
Item54	30,1077	101,110	,383	,887
Item56	29,5051	96,190	,590	,877
Item57	29,6498	96,086	,590	,877
Item58	30,1145	97,744	,515	,881
Item59	29,2222	96,092	,524	,881
Item60	30,2593	97,226	,604	,876
Item61	30,4916	98,244	,577	,878

Figura 167 Correlazione item-totale del dominio motivazione negative

Correlazione lineare tra domini:

Correlazioni

		T1Motivazione_intrinseca	T1Motivazione_estrinseca	T1Demotivazione	T1Locus_Control_interno	T1Locus_Control_esterno	T1Locus_Control_interno_fallimento	T1Locus_Control_esterno_fallimento	T1Emozioni_positive	T1Emozioni_negative
T1Motivazione_intrinseca	Correlazione di Pearson	1	-,102	-,697**	,626**	-,232**	-,315**	-,253**	,761**	-,484**
	Sign. (a due code)		,080	,000	,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	297	296	297	296	296	297	297	297	297
T1Motivazione_estrinseca	Correlazione di Pearson	-,102	1	,216**	,097	,230**	,162**	,231**	-,016	,201**
	Sign. (a due code)	,080		,000	,096	,000	,005	,000	,780	,000
	N	296	296	296	295	295	296	296	296	296
T1Demotivazione	Correlazione di Pearson	-,697**	,216**	1	-,462**	,360**	,406**	,384**	-,528**	,517**
	Sign. (a due code)	,000	,000		,000	,000	,000	,000	,000	,000
	N	297	296	297	296	296	297	297	297	297
T1Locus_Control_interno	Correlazione di Pearson	,626**	,097	-,462**	1	-,048	-,171**	,035	,583**	-,335**
	Sign. (a due code)	,000	,096	,000		,408	,003	,548	,000	,000
	N	296	295	296	296	296	296	296	296	296
T1Locus_Control_esterno	Correlazione di Pearson	-,232**	,230**	,360**	-,048	1	,253**	,404**	-,106	,200**
	Sign. (a due code)	,000	,000	,000	,408		,000	,000	,068	,001
	N	296	295	296	296	296	296	296	296	296
T1Locus_Control_interno_fallimento	Correlazione di Pearson	-,315**	,162**	,406**	-,171**	,253**	1	,271**	-,158**	,436**
	Sign. (a due code)	,000	,005	,000	,003	,000		,000	,006	,000
	N	297	296	297	296	296	297	297	297	297
T1Locus_Control_esterno_fallimento	Correlazione di Pearson	-,253**	,231**	,384**	,035	,404**	,271**	1	-,118*	,309**
	Sign. (a due code)	,000	,000	,000	,548	,000	,000		,042	,000
	N	297	296	297	296	296	297	297	297	297
T1Emozioni_positive	Correlazione di Pearson	,761**	-,016	-,528**	,583**	-,106	-,158**	-,118*	1	-,359**
	Sign. (a due code)	,000	,780	,000	,000	,068	,006	,042		,000
	N	297	296	297	296	296	297	297	297	297
T1Emozioni_negative	Correlazione di Pearson	-,484**	,201**	,517**	-,335**	,200**	,436**	,309**	-,359**	1
	Sign. (a due code)	,000	,000	,000	,000	,001	,000	,000	,000	
	N	297	296	297	296	296	297	297	297	297

**. La correlazione è significativa a livello 0,01 (a due code).

*. La correlazione è significativa a livello 0,05 (a due code).

Figura 168 Correlazioni lineari tra i domini al tempo t_1

Statistiche descrittive differenziate per classi:

Statistiche descrittive

	Media	Deviazione std.	N
Motivazione_intrinseca	3,1259	,72340	88
Locus_Control_interno	3,1761	,63104	88
Locus_Control_interno_fallimento	2,8920	,61797	88
Emozioni_positive	2,9643	,73524	88
T1Motivazione_intrinseca	3,0767	,76159	88
T1Locus_Control_interno	3,1705	,64276	88
T1Locus_Control_interno_fallimento	2,8665	,61465	88
T1Emozioni_positive	2,9269	,81879	88

Figura 169 Statistiche descrittive dei domini contenuti in caratteristiche motivazionali positive al tempo t_0 e t_1 per il genere maschile

Statistiche descrittive

	Media	Deviazione std.	N
Motivazione_intrinseca	3,0509	,69595	208
Locus_Control_interno	3,0481	,61343	208
Locus_Control_interno_fallimento	3,0084	,67940	208
Emozioni_positive	2,7761	,77836	208
T1Motivazione_intrinseca	3,1034	,68228	208
T1Locus_Control_interno	3,0577	,59358	208
T1Locus_Control_interno_fallimento	3,0180	,60341	208
T1Emozioni_positive	2,7891	,75252	208

Figura 170 Statistiche descrittive dei domini contenuti in caratteristiche motivazionali positive al tempo t_0 e t_1 per il genere femminile

Statistiche descrittive

	Media	Deviazione std.	N
Motivazione_estrinseca	3,5639	,61354	88
Demotivazione	2,4886	,82884	88
Locus_Control_esterno	2,5455	,62692	88
Locus_Control_esterno_fallimento	2,0994	,59153	88
Emozioni_negative	2,0925	,60018	88
T1Motivazione_estrinseca	3,3977	,52575	88
Demotivaz_T1_1	2,5284	,83743	88
T1Locus_Control_esterno	2,6051	,69452	88
T1Locus_Control_esterno_fallimento	2,3182	,71491	88
T1Emozioni_negative	2,1055	,68554	88

Figura 171 Statistiche descrittive dei domini contenuti in caratteristiche motivazionali negative al tempo t_0 e t_1 per il genere maschile

Statistiche descrittive

	Media	Deviazione std.	N
Motivazione_estrinseca	3,7367	,56426	207
Demotivazione	2,4952	,89133	207
Locus_Control_esterno	2,5374	,63865	207
Locus_Control_esterno_fallimento	2,2053	,57622	207
Emozioni_negative	2,4030	,80063	207
T1Motivazione_estrinseca	3,5568	,57502	207
Demotivaz_T1_1	2,4710	,84056	207
T1Locus_Control_esterno	2,4517	,59790	207
T1Locus_Control_esterno_fallimento	2,1763	,56737	207
T1Emozioni_negative	2,2954	,74128	207

Figura 172 Statistiche descrittive dei domini contenuti in caratteristiche motivazionali negative al tempo t_0 e t_1 per il genere femminile

Statistiche descrittive

	Media	Deviazione std.	N
Motivazione_intrinseca	2,8005	,76686	33
Locus_Control_interno	2,7727	,63849	33
Locus_Control_interno_fallimento	3,1288	,67350	33
Emozioni_positive	2,4502	,66348	33
T1Motivazione_intrinseca	2,7803	,67919	33
T1Locus_Control_interno	2,8485	,63412	33
T1Locus_Control_interno_fallimento	3,2500	,59293	33
T1Emozioni_positive	2,4026	,75378	33

Figura 173 Statistiche descrittive dei domini contenuti in caratteristiche motivazionali positive al tempo t_0 e t_1 per il livello 1

Statistiche descrittive

	Media	Deviazione std.	N
Motivazione_intrinseca	2,9842	,62676	142
Locus_Control_interno	3,0070	,53507	142
Locus_Control_interno_fallimento	3,0528	,64125	142
Emozioni_positive	2,7636	,67801	142
T1Motivazione_intrinseca	2,9677	,64571	142
T1Locus_Control_interno	3,0088	,55176	142
T1Locus_Control_interno_fallimento	3,0229	,58566	142
T1Emozioni_positive	2,7455	,71785	142

Figura 174 Statistiche descrittive dei domini contenuti in caratteristiche motivazionali positive al tempo t_0 e t_1 per il livello 2

Statistiche descrittive

	Media	Deviazione std.	N
Motivazione_intrinseca	3,2137	,75080	94
Locus_Control_interno	3,2660	,66882	94
Locus_Control_interno_fallimento	2,8484	,64780	94
Emozioni_positive	2,9939	,80946	94
T1Motivazione_intrinseca	3,3245	,69695	94
T1Locus_Control_interno	3,2500	,62217	94
T1Locus_Control_interno_fallimento	2,8378	,58625	94
T1Emozioni_positive	3,0076	,75167	94

Figura 175 Statistiche descrittive dei domini contenuti in caratteristiche motivazionali positive al tempo t_0 e t_1 per il livello 3

Statistiche descrittive

	Media	Deviazione std.	N
Motivazione_intrinseca	3,3858	,66311	27
Locus_Control_interno	3,2593	,63731	27
Locus_Control_interno_fallimento	2,8056	,73815	27
Emozioni_positive	3,0952	,98018	27
T1Motivazione_intrinseca	3,3549	,77954	27
T1Locus_Control_interno	3,2685	,67199	27
T1Locus_Control_interno_fallimento	2,8426	,70761	27
T1Emozioni_positive	3,1799	,87759	27

Figura 176 Statistiche descrittive dei domini contenuti in caratteristiche motivazionali positive al tempo t_0 e t_1 per il livello 4

Statistiche descrittive

	Media	Deviazione std.	N
Motivazione_estrinseca	3,6953	,59901	32
Demotivazione	2,8073	,95425	32
Locus_Control_esterno	2,5781	,66732	32
Locus_Control_esterno_fallimento	2,2188	,66220	32
Emozioni_negative	2,7165	,77750	32
T1Motivazione_estrinseca	3,5156	,56863	32
Demotivaz_T1_1	2,8333	1,00090	32
T1Locus_Control_esterno	2,6406	,76711	32
T1Locus_Control_esterno_fallimento	2,1250	,51977	32
T1Emozioni_negative	2,6295	,73124	32

Figura 177 Statistiche descrittive dei domini contenuti in caratteristiche motivazionali negative per il livello 1

Statistiche descrittive

	Media	Deviazione std.	N
Motivazione_estrinseca	3,7509	,53604	142
Demotivazione	2,6937	,79464	142
Locus_Control_esterno	2,6725	,67054	142
Locus_Control_esterno_fallimento	2,2394	,55213	142
Emozioni_negative	2,4603	,78096	142
T1Motivazione_estrinseca	3,5880	,54043	142
Demotivaz_T1_1	2,6561	,77952	142
T1Locus_Control_esterno	2,5704	,65258	142
T1Locus_Control_esterno_fallimento	2,3292	,62482	142
T1Emozioni_negative	2,3798	,73984	142

Figura 178 Statistiche descrittive dei domini contenuti in caratteristiche motivazionali negative per il livello 2

Statistiche descrittive

	Media	Deviazione std.	N
Motivazione_estrinseca	3,6210	,60532	94
Demotivazione	2,2092	,83778	94
Locus_Control_esterno	2,3697	,57000	94
Locus_Control_esterno_fallimento	2,1090	,57450	94
Emozioni_negative	2,0813	,62187	94
T1Motivazione_estrinseca	3,4229	,53854	94
Demotivaz_T1_1	2,2216	,75269	94
T1Locus_Control_esterno	2,3723	,54223	94
T1Locus_Control_esterno_fallimento	2,1223	,61099	94
T1Emozioni_negative	1,9666	,58196	94

Figura 179 Statistiche descrittive dei domini contenuti in caratteristiche motivazionali negative per il livello 3

Statistiche descrittive

	Media	Deviazione std.	N
Motivazione_estrinseca	3,5509	,70648	27
Demotivazione	2,0556	,86108	27
Locus_Control_esterno	2,3889	,43486	27
Locus_Control_esterno_fallimento	2,0000	,63169	27
Emozioni_negative	1,8386	,59584	27
T1Motivazione_estrinseca	3,3889	,72252	27
Demotivaz_T1_1	2,1235	,86057	27
T1Locus_Control_esterno	2,3796	,56061	27
T1Locus_Control_esterno_fallimento	2,0833	,63549	27
T1Emozioni_negative	1,9815	,74930	27

Figura 180 Statistiche descrittive dei domini contenuti in caratteristiche motivazionali negative per il livello 4

Test di sfericità di Mauchly:

Test di sfericità di Mauchly[a]

Misura: Punteggi

Effetto tra soggetti	W di Mauchly	Appross. Chi-quadrato	gl	Sign.	Epsilon[b] Greenhouse-Geisser	Epsilon[b] Huynh-Feldt	Epsilon[b] Limite inferiore
tempo	1,000	,000	0	.	1,000	1,000	1,000
caratteristiche_positive	,338	93,068	5	,000	,592	,603	,333
tempo * caratteristiche_positive	,705	29,966	5	,000	,848	,876	,333

Figura 181 Test di sfericità di Mauchly sulle caratteristiche motivazionali positive per il genere maschile

Test di sfericità di Mauchly[a]

Misura: Punteggi

Effetto tra soggetti	W di Mauchly	Appross. Chi-quadrato	gl	Sign.	Epsilon[b] Greenhouse-Geisser	Epsilon[b] Huynh-Feldt	Epsilon[b] Limite inferiore
tempo	1,000	,000	0	.	1,000	1,000	1,000
caratteristiche_positive	,310	241,190	5	,000	,575	,580	,333
tempo * caratteristiche_positive	,725	66,054	5	,000	,823	,834	,333

Figura 182 Test di sfericità di Mauchly sulle caratteristiche motivazionali positive per il genere femminile

Test di sfericità di Mauchly[a]

Misura: Punteggi

Effetto tra soggetti	W di Mauchly	Appross. Chi-quadrato	gl	Sign.	Epsilon[b] Greenhouse-Geisser	Epsilon[b] Huynh-Feldt	Epsilon[b] Limite inferiore
tempo	1,000	,000	0	.	1,000	1,000	1,000
caratteristiche_negative	,734	26,465	9	,002	,856	,895	,250
tempo * caratteristiche_negative	,814	17,581	9	,040	,915	,960	,250

Figura 183 Test di sfericità di Mauchly sulle caratteristiche motivazionali negative per il genere maschile

Test di sfericità di Mauchly[a]

Misura: Punteggi

Effetto tra soggetti	W di Mauchly	Appross. Chi-quadrato	gl	Sign.	Epsilon[b] Greenhouse-Geisser	Epsilon[b] Huynh-Feldt	Epsilon[b] Limite inferiore
tempo	1,000	,000	0	.	1,000	1,000	1,000
caratteristiche_negative	,737	62,316	9	,000	,865	,881	,250
tempo * caratteristiche_negative	,904	20,669	9	,014	,956	,976	,250

Figura 184 Test di sfericità di Mauchly sulle caratteristiche motivazionali negative per il genere femminile

Test di sfericità di Mauchly[a]

Misura: Punteggi

Effetto tra soggetti	W di Mauchly	Appross. Chi-quadrato	gl	Sign.	Epsilon[b] Greenhouse-Geisser	Epsilon[b] Huynh-Feldt	Epsilon[b] Limite inferiore
tempo	1,000	,000	0	.	1,000	1,000	1,000
caratteristiche_positive	,218	46,840	5	,000	,528	,551	,333
tempo * caratteristiche_positive	,509	20,754	5	,001	,685	,732	,333

Figura 185 Test di sfericità di Mauchly sulle caratteristiche motivazionali positive per il livello 1

Test di sfericità di Mauchly[a]

Misura: Punteggi

Effetto tra soggetti	W di Mauchly	Appross. Chi-quadrato	gl	Sign.	Epsilon[b] Greenhouse-Geisser	Epsilon[b] Huynh-Feldt	Epsilon[b] Limite inferiore
tempo	1,000	,000	0	.	1,000	1,000	1,000
caratteristiche_positive	,435	116,413	5	,000	,650	,659	,333
tempo * caratteristiche_positive	,773	36,027	5	,000	,867	,885	,333

Figura 186 Test di sfericità di Mauchly sulle caratteristiche motivazionali positive per il livello 2

Test di sfericità di Mauchly[a]

Misura: Punteggi

Effetto tra soggetti	W di Mauchly	Appross. Chi-quadrato	gl	Sign.	Epsilon[b] Greenhouse-Geisser	Epsilon[b] Huynh-Feldt	Epsilon[b] Limite inferiore
tempo	1,000	,000	0	.	1,000	1,000	1,000
caratteristiche_positive	,299	110,815	5	,000	,573	,583	,333
tempo * caratteristiche_positive	,636	41,522	5	,000	,770	,791	,333

Figura 187 Test di sfericità di Mauchly sulle caratteristiche motivazionali positive per il livello 3

Test di sfericità di Mauchly[a]

Misura: Punteggi

Effetto tra soggetti	W di Mauchly	Appross. Chi-quadrato	gl	Sign.	Epsilon[b] Greenhouse-Geisser	Epsilon[b] Huynh-Feldt	Epsilon[b] Limite inferiore
tempo	1,000	,000	0	.	1,000	1,000	1,000
caratteristiche_positive	,172	43,449	5	,000	,504	,528	,333
tempo * caratteristiche_positive	,737	7,552	5	,183	,848	,948	,333

Figura 188 Test di sfericità di Mauchly sulle caratteristiche motivazionali positive per il livello 4

Test di sfericità di Mauchly[a]

Misura: Punteggi

Effetto tra soggetti	W di Mauchly	Appross. Chi-quadrato	gl	Sign.	Epsilon[b] Greenhouse-Geisser	Epsilon[b] Huynh-Feldt	Epsilon[b] Limite inferiore
tempo	1,000	,000	0	.	1,000	1,000	1,000
caratteristiche_negative	,667	11,893	9	,220	,804	,908	,250
tempo * caratteristiche_negative	,882	3,700	9	,930	,947	1,000	,250

Figura 189 Test di sfericità di Mauchly sulle caratteristiche motivazionali negative per il livello 1

Test di sfericità di Mauchly[a]

Misura: Punteggi

Effetto tra soggetti	W di Mauchly	Appross. Chi-quadrato	gl	Sign.	Epsilon[b] Greenhouse-Geisser	Epsilon[b] Huynh-Feldt	Epsilon[b] Limite inferiore
tempo	1,000	,000	0	.	1,000	1,000	1,000
caratteristiche_negative	,810	29,355	9	,001	,905	,932	,250
tempo * caratteristiche_negative	,842	24,047	9	,004	,925	,953	,250

Figura 190 Test di sfericità di Mauchly sulle caratteristiche motivazionali negative per il livello 2

Test di sfericità di Mauchly[a]

Misura: Punteggi

Effetto tra soggetti	W di Mauchly	Appross. Chi-quadrato	gl	Sign.	Epsilon[b] Greenhouse-Geisser	Epsilon[b] Huynh-Feldt	Epsilon[b] Limite inferiore
tempo	1,000	,000	0	.	1,000	1,000	1,000
caratteristiche_negative	,668	36,817	9	,000	,819	,853	,250
tempo * caratteristiche_negative	,861	13,676	9	,134	,931	,975	,250

Figura 191 Test di sfericità di Mauchly sulle caratteristiche motivazionali negative per il livello 3

Test di sfericità di Mauchly[a]

Misura: Punteggi

Effetto tra soggetti	W di Mauchly	Appross. Chi-quadrato	gl	Sign.	Epsilon[b] Greenhouse-Geisser	Epsilon[b] Huynh-Feldt	Epsilon[b] Limite inferiore
tempo	1,000	,000	0	.	1,000	1,000	1,000
caratteristiche_negative	,610	12,058	9	,211	,809	,938	,250
tempo * caratteristiche_negative	,887	2,926	9	,967	,938	1,000	,250

Figura 192 Test di sfericità di Mauchly sulle caratteristiche motivazionali negative per il livello 4

GLM per misure ripetute con filtro:

Test di effetti entro soggetti

Misura: Punteggi

Origine		Somma dei quadrati di tipo III	gl	Media quadratica	F	Sign.	Parametro di non centralità	Potenza osservata[a]
tempo	Sfericità presunta	,153	1	,153	,670	,415	,670	,128
	Greenhouse-Geisser	,153	1,000	,153	,670	,415	,670	,128
	Huynh-Feldt	,153	1,000	,153	,670	,415	,670	,128
	Limite inferiore	,153	1,000	,153	,670	,415	,670	,128
Errore (tempo)	Sfericità presunta	19,829	87	,228				
	Greenhouse-Geisser	19,829	87,000	,228				
	Huynh-Feldt	19,829	87,000	,228				
	Limite inferiore	19,829	87,000	,228				
caratteristiche_positive	Sfericità presunta	9,743	3	3,248	5,460	,001	16,381	,936
	Greenhouse-Geisser	9,743	1,775	5,490	5,460	,007	9,690	,810
	Huynh-Feldt	9,743	1,809	5,386	5,460	,007	9,877	,815
	Limite inferiore	9,743	1,000	9,743	5,460	,022	5,460	,637
Errore (caratteristiche_positive)	Sfericità presunta	155,237	261	,595				
	Greenhouse-Geisser	155,237	154,388	1,006				
	Huynh-Feldt	155,237	157,372	,986				
	Limite inferiore	155,237	87,000	1,784				
tempo * caratteristiche_positive	Sfericità presunta	,045	3	,015	,121	,948	,362	,072
	Greenhouse-Geisser	,045	2,544	,018	,121	,926	,307	,070
	Huynh-Feldt	,045	2,627	,017	,121	,931	,317	,071
	Limite inferiore	,045	1,000	,045	,121	,729	,121	,064
Errore (tempo*caratteristiche_positive)	Sfericità presunta	32,839	261	,126				
	Greenhouse-Geisser	32,839	221,325	,148				
	Huynh-Feldt	32,839	228,552	,144				
	Limite inferiore	32,839	87,000	,377				

a. Calcolato utilizzando alfa = ,05

Figura 193 GLM per misure ripetute sulle caratteristiche motivazionali positive per il genere maschile

Test di effetti entro soggetti

Misura: Punteggi

Origine		Somma dei quadrati di tipo III	gl	Media quadratica	F	Sign.	Parametro di non centralità	Potenza osservata[a]
tempo	Sfericità presunta	,187	1	,187	,917	,339	,917	,159
	Greenhouse-Geisser	,187	1,000	,187	,917	,339	,917	,159
	Huynh-Feldt	,187	1,000	,187	,917	,339	,917	,159
	Limite inferiore	,187	1,000	,187	,917	,339	,917	,159
Errore (tempo)	Sfericità presunta	42,157	207	,204				
	Greenhouse-Geisser	42,157	207,000	,204				
	Huynh-Feldt	42,157	207,000	,204				
	Limite inferiore	42,157	207,000	,204				
caratteristiche_positive	Sfericità presunta	22,796	3	7,599	12,161	,000	36,482	1,000
	Greenhouse-Geisser	22,796	1,726	13,211	12,161	,000	20,984	,990
	Huynh-Feldt	22,796	1,739	13,111	12,161	,000	21,144	,991
	Limite inferiore	22,796	1,000	22,796	12,161	,001	12,161	,935
Errore (caratteristiche_positive)	Sfericità presunta	388,037	621	,625				
	Greenhouse-Geisser	388,037	357,188	1,086				
	Huynh-Feldt	388,037	359,914	1,078				
	Limite inferiore	388,037	207,000	1,875				
tempo * caratteristiche_positive	Sfericità presunta	,137	3	,046	,369	,775	1,108	,123
	Greenhouse-Geisser	,137	2,469	,055	,369	,735	,912	,116
	Huynh-Feldt	,137	2,502	,055	,369	,738	,924	,116
	Limite inferiore	,137	1,000	,137	,369	,544	,369	,093
Errore (tempo*caratteristiche_positive)	Sfericità presunta	76,548	621	,123				
	Greenhouse-Geisser	76,548	511,184	,150				
	Huynh-Feldt	76,548	517,831	,148				
	Limite inferiore	76,548	207,000	,370				

a. Calcolato utilizzando alfa = ,05

Figura 194 GLM per misure ripetute sulle caratteristiche motivazionali positive per il genere femminili

Test di effetti entro soggetti

Misura: Punteggi

Origine		Somma dei quadrati di tipo III	gl	Media quadratica	F	Sign.	Parametro di non centralità	Potenza osservata[a]
tempo	Sfericità presunta	,240	1	,240	1,170	,282	1,170	,188
	Greenhouse-Geisser	,240	1,000	,240	1,170	,282	1,170	,188
	Huynh-Feldt	,240	1,000	,240	1,170	,282	1,170	,188
	Limite inferiore	,240	1,000	,240	1,170	,282	1,170	,188
Errore (tempo)	Sfericità presunta	17,806	87	,205				
	Greenhouse-Geisser	17,806	87,000	,205				
	Huynh-Feldt	17,806	87,000	,205				
	Limite inferiore	17,806	87,000	,205				
caratteristiche_negative	Sfericità presunta	208,663	4	52,166	91,647	,000	366,588	1,000
	Greenhouse-Geisser	208,663	3,424	60,940	91,647	,000	313,807	1,000
	Huynh-Feldt	208,663	3,581	58,263	91,647	,000	328,226	1,000
	Limite inferiore	208,663	1,000	208,663	91,647	,000	91,647	1,000
Errore (caratteristiche_negative)	Sfericità presunta	198,083	348	,569				
	Greenhouse-Geisser	198,083	297,896	,665				
	Huynh-Feldt	198,083	311,583	,636				
	Limite inferiore	198,083	87,000	2,277				
tempo * caratteristiche_negative	Sfericità presunta	3,315	4	,829	6,577	,000	26,308	,992
	Greenhouse-Geisser	3,315	3,658	,906	6,577	,000	24,059	,987
	Huynh-Feldt	3,315	3,839	,864	6,577	,000	25,246	,990
	Limite inferiore	3,315	1,000	3,315	6,577	,012	6,577	,718
Errore (tempo*caratteristiche_negative)	Sfericità presunta	43,850	348	,126				
	Greenhouse-Geisser	43,850	318,252	,138				
	Huynh-Feldt	43,850	333,952	,131				
	Limite inferiore	43,850	87,000	,504				

a. Calcolato utilizzando alfa = ,05

Figura 195 GLM per misure ripetute sulle caratteristiche motivazionali negative per il genere maschile

Test di effetti entro soggetti

Misura: Punteggi

Origine		Somma dei quadrati di tipo III	gl	Media quadratica	F	Sign.	Parametro di non centralità	Potenza osservata[a]
tempo	Sfericità presunta	3,765	1	3,765	17,018	,000	17,018	,984
	Greenhouse-Geisser	3,765	1,000	3,765	17,018	,000	17,018	,984
	Huynh-Feldt	3,765	1,000	3,765	17,018	,000	17,018	,984
	Limite inferiore	3,765	1,000	3,765	17,018	,000	17,018	,984
Errore (tempo)	**Sfericità presunta**	**45,578**	**206**	**,221**				
	Greenhouse-Geisser	**45,578**	**206,000**	**,221**				
	Huynh-Feldt	**45,578**	**206,000**	**,221**				
	Limite inferiore	**45,578**	**206,000**	**,221**				
caratteristiche_negative	**Sfericità presunta**	**556,981**	**4**	**139,245**	**272,135**	,000	1088,540	1,000
	Greenhouse-Geisser	556,981	3,459	161,030	272,135	,000	941,276	1,000
	Huynh-Feldt	556,981	3,525	158,003	272,135	,000	959,310	1,000
	Limite inferiore	556,981	1,000	556,981	272,135	,000	272,135	1,000
Errore (caratteristiche_negative)	Sfericità presunta	421,622	824	,512				
	Greenhouse-Geisser	421,622	712,524	,592				
	Huynh-Feldt	421,622	726,176	,581				
	Limite inferiore	421,622	206,000	2,047				
tempo * caratteristiche_negative	Sfericità presunta	1,694	4	,424	3,507	,008	14,028	,865
	Greenhouse-Geisser	1,694	3,823	,443	3,507	,009	13,408	,853
	Huynh-Feldt	1,694	3,905	,434	3,507	,008	13,693	,858
	Limite inferiore	1,694	1,000	1,694	3,507	,063	3,507	,462
Errore (tempo*caratteristiche_negative)	Sfericità presunta	99,520	824	,121				
	Greenhouse-Geisser	99,520	787,582	,126				
	Huynh-Feldt	99,520	804,333	,124				
	Limite inferiore	99,520	206,000	,483				

a. Calcolato utilizzando alfa = ,05

Figura 196 GLM per misure ripetute sulle caratteristiche motivazionali negative per il genere femminile

Test di effetti entro soggetti

Misura: Punteggi

Origine		Somma dei quadrati di tipo III	gl	Media quadratica	F	Sign.	Parametro di non centralità	Potenza osservata[a]
tempo	Sfericità presunta	,069	1	,069	,304	,585	,304	,083
	Greenhouse-Geisser	,069	1,000	,069	,304	,585	,304	,083
	Huynh-Feldt	,069	1,000	,069	,304	,585	,304	,083
	Limite inferiore	,069	1,000	,069	,304	,585	,304	,083
Errore (tempo)	Sfericità presunta	7,236	32	,226				
	Greenhouse-Geisser	7,236	32,000	,226				
	Huynh-Feldt	7,236	32,000	,226				
	Limite inferiore	7,236	32,000	,226				
caratteristiche_positive	Sfericità presunta	19,228	3	6,409	9,478	,000	28,434	,996
	Greenhouse-Geisser	19,228	1,583	12,147	9,478	,001	15,004	,946
	Huynh-Feldt	19,228	1,652	11,642	9,478	,001	15,655	,952
	Limite inferiore	19,228	1,000	19,228	9,478	,004	9,478	,847
Errore (caratteristiche_positive)	Sfericità presunta	64,918	96	,676				
	Greenhouse-Geisser	64,918	50,656	1,282				
	Huynh-Feldt	64,918	52,853	1,228				
	Limite inferiore	64,918	32,000	2,029				
tempo * caratteristiche_positive	Sfericità presunta	,312	3	,104	,957	,416	2,871	,254
	Greenhouse-Geisser	,312	2,054	,152	,957	,391	1,965	,212
	Huynh-Feldt	,312	2,196	,142	,957	,396	2,102	,218
	Limite inferiore	,312	1,000	,312	,957	,335	,957	,158
Errore (tempo*caratteristiche_positive)	Sfericità presunta	10,448	96	,109				
	Greenhouse-Geisser	10,448	65,713	,159				
	Huynh-Feldt	10,448	70,277	,149				
	Limite inferiore	10,448	32,000	,327				

a. Calcolato utilizzando alfa = ,05

Figura 197 GLM per misure ripetute sulle caratteristiche motivazionali positive per il livello 1

Test di effetti entro soggetti

Misura: Punteggi

Origine		Somma dei quadrati di tipo III	gl	Media quadratica	F	Sign.	Parametro di non centralità	Potenza osservata[a]
tempo	Sfericità presunta	,070	1	,070	,281	,597	,281	,082
	Greenhouse-Geisser	,070	1,000	,070	,281	,597	,281	,082
	Huynh-Feldt	,070	1,000	,070	,281	,597	,281	,082
	Limite inferiore	,070	1,000	,070	,281	,597	,281	,082
Errore (tempo)	Sfericità presunta	35,020	141	,248				
	Greenhouse-Geisser	35,020	141,000	,248				
	Huynh-Feldt	35,020	141,000	,248				
	Limite inferiore	35,020	141,000	,248				
caratteristiche_positive	Sfericità presunta	14,147	3	4,716	9,423	,000	28,270	,997
	Greenhouse-Geisser	14,147	1,949	7,259	9,423	,000	18,365	,976
	Huynh-Feldt	14,147	1,976	7,160	9,423	,000	18,618	,978
	Limite inferiore	14,147	1,000	14,147	9,423	,003	9,423	,862
Errore (caratteristiche_positive)	Sfericità presunta	211,681	423	,500				
	Greenhouse-Geisser	**211,681**	**274,782**	**,770**				
	Huynh-Feldt	**211,681**	**278,581**	**,760**				
	Limite inferiore	**211,681**	**141,000**	**1,501**				
tempo * caratteristiche_positive	**Sfericità presunta**	**,036**	**3**	**,012**	**,091**	,965	,272	,066
	Greenhouse-Geisser	,036	2,601	,014	,091	,950	,236	,065
	Huynh-Feldt	,036	2,655	,014	,091	,952	,241	,065
	Limite inferiore	,036	1,000	,036	,091	,764	,091	,060
Errore (tempo*caratteristiche_positive)	Sfericità presunta	56,635	423	,134				
	Greenhouse-Geisser	56,635	366,791	,154				
	Huynh-Feldt	56,635	374,298	,151				
	Limite inferiore	56,635	141,000	,402				

a. Calcolato utilizzando alfa = ,05

Figura 198 GLM per misure ripetute sulle caratteristiche motivazionali positive per il livello 2

Test di effetti entro soggetti

Misura: Punteggi

Origine		Somma dei quadrati di tipo III	gl	Media quadratica	F	Sign.	Parametro di non centralità	Potenza osservata[a]
tempo	Sfericità presunta	,113	1	,113	,656	,420	,656	,126
	Greenhouse-Geisser	,113	1,000	,113	,656	,420	,656	,126
	Huynh-Feldt	,113	1,000	,113	,656	,420	,656	,126
	Limite inferiore	,113	1,000	,113	,656	,420	,656	,126
Errore (tempo)	Sfericità presunta	15,967	93	,172				
	Greenhouse-Geisser	15,967	93,000	,172				
	Huynh-Feldt	15,967	93,000	,172				
	Limite inferiore	15,967	93,000	,172				
caratteristiche_positive	Sfericità presunta	24,286	3	8,095	14,243	,000	42,729	1,000
	Greenhouse-Geisser	24,286	1,720	14,121	14,243	,000	24,496	,996
	Huynh-Feldt	24,286	1,749	13,884	14,243	,000	24,914	,997
	Limite inferiore	24,286	1,000	24,286	14,243	,000	14,243	,962
Errore (caratteristiche_positive)	Sfericità presunta	158,575	279	,568				
	Greenhouse-Geisser	158,575	159,947	,991				
	Huynh-Feldt	158,575	162,675	,975				
	Limite inferiore	158,575	93,000	1,705				
tempo * caratteristiche_positive	Sfericità presunta	,491	3	,164	1,480	,220	4,441	,390
	Greenhouse-Geisser	,491	2,311	,212	1,480	,228	3,421	,338
	Huynh-Feldt	,491	2,373	,207	1,480	,227	3,513	,343
	Limite inferiore	,491	1,000	,491	1,480	,227	1,480	,226
Errore (tempo*caratteristiche_positive)	Sfericità presunta	30,825	279	,110				
	Greenhouse-Geisser	30,825	214,918	,143				
	Huynh-Feldt	30,825	220,714	,140				
	Limite inferiore	30,825	93,000	,331				

a. Calcolato utilizzando alfa = ,05

Figura 199 GLM per misure ripetute sulle caratteristiche motivazionali positive per il livello 3

Test di effetti entro soggetti

Misura: Punteggi

Origine		Somma dei quadrati di tipo III	gl	Media quadratica	F	Sign.	Parametro di non centralità	Potenza osservata[a]
tempo	Sfericità presunta	,034	1	,034	,230	,635	,230	,075
	Greenhouse-Geisser	,034	1,000	,034	,230	,635	,230	,075
	Huynh-Feldt	,034	1,000	,034	,230	,635	,230	,075
	Limite inferiore	,034	1,000	,034	,230	,635	,230	,075
Errore (tempo)	Sfericità presunta	3,818	26	,147				
	Greenhouse-Geisser	3,818	26,000	,147				
	Huynh-Feldt	3,818	26,000	,147				
	Limite inferiore	3,818	26,000	,147				
caratteristiche_positive	Sfericità presunta	9,067	3	3,022	3,190	,028	9,569	,717
	Greenhouse-Geisser	9,067	1,511	6,001	3,190	,065	4,820	,504
	Huynh-Feldt	9,067	1,584	5,723	3,190	,062	5,053	,517
	Limite inferiore	9,067	1,000	9,067	3,190	,086	3,190	,405
Errore (caratteristiche_positive)	Sfericità presunta	73,911	78	,948				
	Greenhouse-Geisser	73,911	39,288	1,881				
	Huynh-Feldt	73,911	41,193	1,794				
	Limite inferiore	73,911	26,000	2,843				
tempo * caratteristiche_positive	Sfericità presunta	,095	3	,032	,231	,874	,694	,092
	Greenhouse-Geisser	,095	2,544	,038	,231	,844	,589	,089
	Huynh-Feldt	,095	2,843	,034	,231	,865	,658	,091
	Limite inferiore	,095	1,000	,095	,231	,634	,231	,075
Errore (tempo*caratteristiche_positive)	Sfericità presunta	10,726	78	,138				
	Greenhouse-Geisser	10,726	66,147	,162				
	Huynh-Feldt	10,726	73,925	,145				
	Limite inferiore	10,726	26,000	,413				

a. Calcolato utilizzando alfa = ,05

Figura 200 GLM per misure ripetute sulle caratteristiche motivazionali positive per il livello 4

Test di effetti entro soggetti

Misura: Punteggi

Origine		Somma dei quadrati di tipo III	gl	Media quadratica	F	Sign.	Parametro di non centralità	Potenza osservata[a]
tempo	Sfericità presunta	,237	1	,237	1,048	,314	1,048	,168
	Greenhouse-Geisser	,237	1,000	,237	1,048	,314	1,048	,168
	Huynh-Feldt	,237	1,000	,237	1,048	,314	1,048	,168
	Limite inferiore	,237	1,000	,237	1,048	,314	1,048	,168
Errore (tempo)	Sfericità presunta	6,998	31	,226				
	Greenhouse-Geisser	6,998	31,000	,226				
	Huynh-Feldt	6,998	31,000	,226				
	Limite inferiore	6,998	31,000	,226				
caratteristiche_negative	Sfericità presunta	69,973	4	17,493	26,119	,000	104,478	1,000
	Greenhouse-Geisser	69,973	3,217	21,751	26,119	,000	84,025	1,000
	Huynh-Feldt	69,973	3,633	19,259	26,119	,000	94,899	1,000
	Limite inferiore	69,973	1,000	69,973	26,119	,000	26,119	,999
Errore (caratteristiche_negative)	Sfericità presunta	83,047	124	,670				
	Greenhouse-Geisser	83,047	99,726	,833				
	Huynh-Feldt	83,047	112,631	,737				
	Limite inferiore	83,047	31,000	2,679				
tempo * caratteristiche_negative	Sfericità presunta	,615	4	,154	1,232	,301	4,929	,377
	Greenhouse-Geisser	,615	3,788	,162	1,232	,301	4,667	,365
	Huynh-Feldt	,615	4,000	,154	1,232	,301	4,929	,377
	Limite inferiore	,615	1,000	,615	1,232	,276	1,232	,190
Errore (tempo*caratteristiche_negative)	Sfericità presunta	15,476	124	,125				
	Greenhouse-Geisser	15,476	117,422	,132				
	Huynh-Feldt	15,476	124,000	,125				
	Limite inferiore	15,476	31,000	,499				

a. Calcolato utilizzando alfa = ,05

Figura 201 GLM per misure ripetute sulle caratteristiche motivazionali negative per il livello 1

Test di effetti entro soggetti

Misura: Punteggi

Origine		Somma dei quadrati di tipo III	gl	Media quadratica	F	Sign.	Parametro di non centralità	Potenza osservata[a]
tempo	Sfericità presunta	1,221	1	1,221	4,871	,029	4,871	,592
	Greenhouse-Geisser	1,221	1,000	1,221	4,871	,029	4,871	,592
	Huynh-Feldt	1,221	1,000	1,221	4,871	,029	4,871	,592
	Limite inferiore	1,221	1,000	1,221	4,871	,029	4,871	,592
Errore (tempo)	Sfericità presunta	35,337	141	,251				
	Greenhouse-Geisser	35,337	141,000	,251				
	Huynh-Feldt	35,337	141,000	,251				
	Limite inferiore	35,337	141,000	,251				
caratteristiche_negative	Sfericità presunta	338,533	4	84,633	158,305	,000	633,222	1,000
	Greenhouse-Geisser	338,533	3,621	93,495	158,305	,000	573,200	1,000
	Huynh-Feldt	338,533	3,728	90,806	158,305	,000	590,175	1,000
	Limite inferiore	338,533	1,000	338,533	158,305	,000	158,305	1,000
Errore (caratteristiche_negative)	Sfericità presunta	301,525	564	,535				
	Greenhouse-Geisser	301,525	510,539	,591				
	Huynh-Feldt	301,525	525,659	,574				
	Limite inferiore	301,525	141,000	2,138				
tempo * caratteristiche_negative	Sfericità presunta	2,535	4	,634	4,425	,002	17,701	,937
	Greenhouse-Geisser	2,535	3,700	,685	4,425	,002	16,372	,923
	Huynh-Feldt	2,535	3,812	,665	4,425	,002	16,868	,928
	Limite inferiore	2,535	1,000	2,535	4,425	,037	4,425	,551
Errore (tempo*caratteristiche_negative)	Sfericità presunta	80,769	564	,143				
	Greenhouse-Geisser	80,769	521,663	,155				
	Huynh-Feldt	80,769	537,466	,150				
	Limite inferiore	80,769	141,000	,573				

a. Calcolato utilizzando alfa = ,05

Figura 202 GLM per misure ripetute sulle caratteristiche motivazionali negative per il livello 2

Test di effetti entro soggetti

Misura: Punteggi

Origine		Somma dei quadrati di tipo III	gl	Media quadratica	F	Sign.	Parametro di non centralità	Potenza osservata[a]
tempo	Sfericità presunta	,761	1	,761	3,849	,053	3,849	,493
	Greenhouse-Geisser	,761	1,000	,761	3,849	,053	3,849	,493
	Huynh-Feldt	,761	1,000	,761	3,849	,053	3,849	,493
	Limite inferiore	,761	1,000	,761	3,849	,053	3,849	,493
Errore (tempo)	Sfericità presunta	18,384	93	,198				
	Greenhouse-Geisser	18,384	93,000	,198				
	Huynh-Feldt	18,384	93,000	,198				
	Limite inferiore	18,384	93,000	,198				
caratteristiche_negative	Sfericità presunta	282,680	4	70,670	162,066	,000	648,266	1,000
	Greenhouse-Geisser	282,680	3,276	86,283	162,066	,000	530,958	1,000
	Huynh-Feldt	282,680	3,410	82,897	162,066	,000	552,651	1,000
	Limite inferiore	282,680	1,000	282,680	162,066	,000	162,066	1,000
Errore (caratteristiche_negative)	Sfericità presunta	162,212	372	,436				
	Greenhouse-Geisser	162,212	304,684	,532				
	Huynh-Feldt	162,212	317,132	,511				
	Limite inferiore	162,212	93,000	1,744				
tempo * caratteristiche_negative	Sfericità presunta	1,719	4	,430	4,167	,003	16,669	,920
	Greenhouse-Geisser	1,719	3,724	,462	4,167	,003	15,520	,905
	Huynh-Feldt	1,719	3,899	,441	4,167	,003	16,248	,915
	Limite inferiore	1,719	1,000	1,719	4,167	,044	4,167	,524
Errore (tempo*caratteristiche_negative)	Sfericità presunta	38,362	372	,103				
	Greenhouse-Geisser	38,362	346,370	,111				
	Huynh-Feldt	38,362	362,616	,106				
	Limite inferiore	38,362	93,000	,412				

a. Calcolato utilizzando alfa = ,05

Figura 203 GLM per misure ripetute sulle caratteristiche motivazionali negative per il livello 3

Test di effetti entro soggetti

Misura: Punteggi

Origine		Somma dei quadrati di tipo III	gl	Media quadratica	F	Sign.	Parametro di non centralità	Potenza osservata[a]
tempo	Sfericità presunta	,041	1	,041	,240	,628	,240	,076
	Greenhouse-Geisser	,041	1,000	,041	,240	,628	,240	,076
	Huynh-Feldt	,041	1,000	,041	,240	,628	,240	,076
	Limite inferiore	,041	1,000	,041	,240	,628	,240	,076
Errore (tempo)	Sfericità presunta	4,411	26	,170				
	Greenhouse-Geisser	4,411	26,000	,170				
	Huynh-Feldt	4,411	26,000	,170				
	Limite inferiore	4,411	26,000	,170				
caratteristiche_negative	Sfericità presunta	86,811	4	21,703	37,266	,000	149,066	1,000
	Greenhouse-Geisser	86,811	3,237	26,819	37,266	,000	120,630	1,000
	Huynh-Feldt	86,811	3,752	23,140	37,266	,000	139,809	1,000
	Limite inferiore	86,811	1,000	86,811	37,266	,000	37,266	1,000
Errore (caratteristiche_negative)	Sfericità presunta	60,567	104	,582				
	Greenhouse-Geisser	60,567	84,161	,720				
	Huynh-Feldt	60,567	97,542	,621				
	Limite inferiore	60,567	26,000	2,329				
tempo * caratteristiche_negative	Sfericità presunta	,746	4	,187	2,380	,056	9,518	,669
	Greenhouse-Geisser	,746	3,751	,199	2,380	,061	8,927	,647
	Huynh-Feldt	,746	4,000	,187	2,380	,056	9,518	,669
	Limite inferiore	,746	1,000	,746	2,380	,135	2,380	,318
Errore (tempo*caratteristiche_negative)	Sfericità presunta	8,156	104	,078				
	Greenhouse-Geisser	8,156	97,536	,084				
	Huynh-Feldt	8,156	104,000	,078				
	Limite inferiore	8,156	26,000	,314				

a. Calcolato utilizzando alfa = ,05

Figura 204 GLM per misure ripetute sulle caratteristiche motivazionali negative per il livello 4

Appendice C

C.1. Definizione delle categorie

Dopo la lettura dei temi, la selezione delle parti di nostro interesse, l'etichettatura di queste ultime e il loro inserimento all'interno di categorie e sottocategorie, siamo andati a definire una struttura così organizzata. Abbiamo creato ambiti a valenza positiva e negativa, all'interno del quale disporre le varie categorie. Tali ambiti sono: opinioni (positive/negative), aspetti cognitivi (positivi/negativi), aspetti affettivi (positivi/negativi), background (positivo/negativo) personale e influenza (positiva/negativa). Il primo ambito si riferisce alle opinioni espresse dagli studenti sulla metodologia e le sue caratteristiche, il secondo alla percezione di aver raggiunto o meno gli obiettivi cognitivi fissati, il terzo all'aver provato determinate sensazioni riconducibili a particolari fattori affettivi, il quarto alla storia passata dello studente e il quinto all'espressione di un cambiamento avvenuto dopo la sperimentazione. Ogni ambito contiene una o più categorie, alcune delle quali comprendono anche sotto categorie.

Dalla lettura dei temi sono emerse inoltre relazioni ricorrenti tra alcune delle categorie e sottocategorie (a volte in modo esplicito mediante frasi connesse da "perché", altre volte in modo implicito ma deducibile dal contesto) che potrebbero fornire informazioni interessanti sulla metodologia. Abbiamo notato inoltre che alcune frasi riconducibili alle stesse categorie contenevano riferimenti espliciti ad alcune specificità della matematica (espressi mediante termini come formule, ragionamenti, esercizi), mentre altre riguardano, o potrebbero riguardare, il lavoro scolastico in generale.

Riportiamo di seguito la tabella contenete ambiti, categorie e sottocategorie.

Opinioni positive: • Opinioni positive generali o Desiderio di ripetere l'esperienza • Scetticismo iniziale riguardo al progetto • Opinioni positive uso tecnologia • Opinioni positive valutazione formativa • Opinioni positive apprendimento tra pari • Opinioni positive apprendimento per problemi • Opinioni positive attività creative • Opinioni positive ponte tra matematica e realtà • Livello ottimale della sfida • Coinvolgimento interpersonale del docente	Opinioni negative: • Opinioni negative generali • Opinioni negative uso tecnologia • Opinioni negative apprendimento tra pari • Opinioni negative apprendimento per problemi • Opinioni negative attività creative • Opinioni negative ponte tra matematica e realtà • No livello ottimale della sfida • Mancanza di tempo
Aspetti cognitivi positivi: • Utilità per l'apprendimento	Aspetti cognitivi non positivi: • Non utilità per l'apprendimento
Aspetti affettivi positivi: Motivazione • Motivazione • Motivazione intrinseca	Aspetti affettivi non positivi: Motivazione • Assenza di motivazione • Motivazione estrinseca

○ Interesse ○ Curiosità ○ Divertimento ○ Esperienza di flusso Bisogni psicologici fondamentali • Bisogno di relazionalità ○ Bisogno di relazionalità tra pari ○ Bisogno di relazionalità con docente • Bisogno di competenza • Bisogno di autonomia Atteggiamento • Disposizione emozionale positiva ○ Emozioni positive • Visione della matematica come utile • Livello di competenze percepito adeguato Cambiamento nell'atteggiamento • Diminuzione disposizione emozionale negativa ○ Diminuzione emozioni negative • Cambiamento visione della matematica come inutile • Aumento livello di competenza percepito	Bisogni psicologici fondamentali • No bisogno relazionalità tra pari • No bisogno di competenza Atteggiamento • Disposizione emozionale negativa ○ Emozioni negative • Visione della matematica come inutile • Livello di competenze percepito basso
<u>Background positivo personale:</u> • Background positivo personale con la matematica • Background positivo personale con il lavoro di gruppo	<u>Background negativo personale:</u> • Background negativo personale con la matematica • Background negativo personale con il lavoro di gruppo
<u>Influenza positiva:</u> • Espressioni di cambiamento positivo	

Definiamo nel seguito le categorie e sottocategorie identificate.

Definizione categorie a valenza positiva

<u>Opinioni positive:</u>

- *Opinioni positive generali*: parti di testo in cui viene espresso un apprezzamento generico per l'esperienza con indicazioni molto vaghe o senza nessun riferimento a particolari caratteristiche di quest'ultima.
  - *Desiderio di ripetere l'esperienza*: parti di testo in cui si esplicita il desiderio di ripetere l'esperienza (anche su altri argomenti o in altre materie) o si consiglia di proporla anche ad altre classi.
- *Scetticismo iniziale riguardo al progetto:* parti di testo in cui si esplicita un non apprezzamento iniziale dell'esperienza. Si inserisce nella colonna a valenza positiva poiché in tutti i casi in cui emergono frasi contenute in questa categoria ne seguono altre che specificano un cambio di idea in positivo.

- *Opinioni positive uso tecnologia*: parti di testo in cui si esprime un apprezzamento specifico dell'uso di strumenti tecnologici. Con strumenti tecnologici si intendono anche software didattici (come GeoGebra), mezzi di comunicazione via web e siti internet come Youtube.
- *Opinioni positive valutazione formativa*: parti di testo in cui emerge un apprezzamento specifico della valutazione formativa che viene identificata dagli studenti come "commenti", "consigli" o "correzioni" dei compiti a casa.
- *Opinioni positive apprendimento tra pari*: parti di testo in cui si esplicita un apprezzamento specifico dell'apprendimento tra pari, che viene espresso dagli studenti come "lavoro di gruppo".
- *Opinioni positive apprendimento per problemi*: parti di testo in cui emerge un apprezzamento specifico per l'apprendimento per problemi o per ricerca, espresso dagli studenti come "attività di scoperta" o più semplicemente come "ragionamenti" che argomentano l'origine del concetto.
- *Opinioni positive attività creative*: parti di testo in cui emerge un apprezzamento generico per attività di tipo creativo, espressa dagli studenti come "creazione del video sul telescopio riflettore", essendo l'unica attività di questo genere proposta.
- *Opinioni positive ponte tra matematica e realtà*: parti di testo in cui si esprime un apprezzamento specifico per gli esempi e le applicazioni concrete mostrate come introduzione dei concetti o nei problemi proposti.
- *Livello ottimale della sfida*: parti di testo in cui si esplicita come il livello di difficoltà delle sfide, delle "spiegazioni" e delle attività proposte siano state avvertite dagli studenti adeguate al proprio grado di competenza.
- *Coinvolgimento interpersonale del docente*: parti di testo in cui emerge un apprezzamento (seppur non sempre esplicito ma deducibile dal contesto) del coinvolgimento interpersonale e dell'attenzione al singolo del docente. Viene spesso espressa associando all'insegnante aggettivi come "paziente", "comprensivo", "disponibile", ecc.

<u>Aspetti cognitivi positivi:</u>

- *Utilità per l'apprendimento*: parti di testo in cui viene esplicitata l'utilità di qualcosa per la comprensione/assimilazione dei concetti (facilitata o più profonda) o per l'organizzazione dello studio.

<u>Aspetti affettivi positivi:</u>

Le categorie che seguono, con le rispettive sottocategorie, riguardano i fattori motivazionali. Il *theoretical framework* di riferimento per la loro definizione e l'analisi dei testi è la teoria dell'autodeterminazione di Deci e Ryan (1985), in particolare la sottoteoria *Organismic Integration Theory*.

- *Motivazione:* parti di testo in cui gli studenti affermano di aver provato motivaziona ma sono assenti ulteriori informazioni che permettano di identificarne la tipologia.
- *Motivazione intrinseca*: parti di testo in cui vengono espresse caratteristiche tipiche di un soggetto con una motivazione intrinseca o estrinseca con stile regolativo integrato (Deci e Ryan, 1985), espressa quindi anche mediante un apprezzamento per compiti con livello di difficoltà medio/alto in cui è possibile mettersi alla prova e apprendere. Questa può essere manifestata inoltre dalle sue sottocategorie.
    - *Interesse/Curiosità*: parti di testo in cui si esplicita interesse e/o curiosità, due dei principali domini motivazionali contenuti all'interno del filone della motivazione intrinseca.
    - *Divertimento*: parti di testo in cui viene espresso in modo esplicito divertimento. Essendo quest'ultimo un termine colloquiale che può essere considerato "interscambiabile" con quello di motivazione intrinseca (Ryan e Connel, 1989;

Middleton, 1995), tale etichetta è considerata una sottocategoria di *Motivazione intrinseca*.
    - *Coinvolgimento attivo*: parti di testo in cui emerge un coinvolgimento attivo nell'attività, espresso anche mediante una maggior attenzione in classe o durante lo studio, a volte riconducibile a esperienze di flusso e per questo inserita in questa categoria.

Le categorie che seguono, con le rispettive sottocategorie, riguardano i bisogni psicologici fondamentali, che secondo la teoria dell'autodeterminazione di Deci e Ryan (1985), in particolare la sottoteoria *Cognitive Evaluation Theory* che specifica i fattori che producono una variazione della motivazione intrinseca in contesti sociali, come la classe.

- *Bisogno di relazionalità*: espresso mediante le sue sottocategorie.
    - *Bisogno di relazionalità tra pari*: parti di testo in cui emerge la soddisfazione del bisogno di relazionalità con i pari. Questo consiste nella costruzione e mantenimento della relazione con i compagni di classe, nel sentirsi membro di un gruppo coeso, nel percepirsi utile allo stesso, ecc.
    - *Bisogno di relazionalità con docente*: parti di testo in cui emerge la soddisfazione del bisogno di relazionalità con il docente. Spesso non è esplicito ma deducibile dal contesto, ad esempio con espressioni del tipo "mi sono trovato bene con il docente" o "vorrei ringraziare il docente per".
- *Bisogno di autonomia*: parti di testo in cui emerge la soddisfazione del bisogno di autonomia. Viene espresso mediante semplici frasi del tipo "fare da solo" o tramite la presa coscienza di una maggior responsabilità maturata.
- *Bisogno di competenza*: parti di testo in cui emerge la soddisfazione del bisogno di competenza. Lo studente in questi casi afferma di riuscire a controllare la situazione e di provare piacere nel farlo[103].

Le categorie che seguono, con le rispettive sottocategorie, riguardano l'atteggiamento nei confronti della matematica. La teoria di riferimento usata per la definizione delle categorie e l'analisi dei temi è il modello tridimensionale per l'atteggiamento di Di Martino e Zan (2010). Zan e Di Martino (2007) hanno osservato quanto poco significativo sia l'assegnazione di aggettivo negativo/positivo al costrutto di atteggiamento quando questo viene considerato multidimensionale. Tale attributo può essere indicato per la disposizione emozionale, ma se si tratta della visione della matematica sarebbe meglio dire distorta/epistemologicamente corretta. Similmente per le competenze percepite risulta più adeguato parlare di scarso/alto senso di autoefficacia. Inoltre nello stesso lavoro mettono in evidenza che le tre dimensioni sono assolutamente indipendenti, quindi ad una disposizione emozionale positiva non necessariamente corrisponde una visione della matematica epistemologicamente corretta e un alto livello di autoefficacia. In accordo con gli autori abbiamo considerato le tre componenti dell'atteggiamento svincolati le une dalle altre, in tal modo siamo riusciti a suddividerle tra positive e negative nel senso appena esplicitato.

- *Disposizione emozionale positiva:* parti di testo in cui emerge un certo grado di affettività positiva verso la matematica, espressa mediante espressioni del tipo: "mi piace la matematica" o "ho un buon rapporto con la matematica". Può essere inoltre manifestata mediante la sottocategoria.

[103] Le parti di testo contenute nelle categorie sul bisogno di competenza e l'utilità per l'apprendimento possono essere confuse; esplicitiamo le caratteristiche che le differenziano. Leggendo con attenzione ci si può accorgere che nel primo caso l'enfasi è posta sul raggiungimento dell'obiettivo "apprendere" piuttosto che sull'apprendimento stesso, messo in spesso in risalto dal verbo "riuscire". Le frasi contenute nella categoria sull'utilità dell'apprendimento sembrano essere più "oggettive", dati di fatto, che non esprimono soddisfazione per i risultati conseguiti.

    - *Emozioni positive:* parti di testo in cui gli studenti affermano di aver provato emozioni positive quali soddisfazione, gioia, entusiasmo, ecc. Più in generale, facendo riferimento alla teoria dell'origine cognitiva delle emozioni di Ortony, Clore e Collins (1988), con il termine emozioni positive intendiamo tutte quelle reazioni a eventi, agenti e oggetti che causano rispettivamente contentezza, approvazione e gradimento.
- *Visione della Matematica come utile:* parti di testo in cui emerge una visione della matematica come utile nella vita quotidiana o per risolvere problemi reali (visione epistemologicamente corretta).
- *Livello di competenze percepito adeguato*: parti di testo in cui emerge una percezione delle proprie abilità in matematica di livello adeguato al compito o alla situazione proposta (alto senso di autoefficacia)[104].
- *Diminuzione disposizione emozionale negativa*: parti di testo in cui lo studente esplicita una diminuzione della disposizione emozionale negativa che aveva nei confronti della matematica. Questa categoria non viene unita a quella di *Disposizione emozionale positiva* in quanto non si può dedurre dal testo se lo studente possegga effettivamente una disposizione emozionale positiva o meno.
    - *Diminuzione emozioni negative*: parti di testo in cui lo studente esplicita una diminuzione della frequenza in cui ha provato emozioni negative (ansia, vergogna, paura), in alcuni casi fino alla scomparsa di queste ultime. Questa sottocategoria non viene unita a quella di *Emozioni positive* in quanto non si può dedurre dal testo se lo studente prova o meno emozioni positive. Sono qui inseriti anche le frasi in cui si esprime la percezione dell'ambiente classe più rilassato e meno giudicante.
- *Aumento livello di competenza percepito*: parti di testo in cui emerge un aumento del livello di competenza percepito in matematica. Questa sottocategoria non viene unita a quella di *Livello di competenza percepito adeguato* in quanto non si può dedurre dal testo se lo studente crede di aver raggiunto o meno quel grado di competenza.

<u>Background positivo personale:</u>

- *Background positivo personale con la matematica*: parti di testo in cui si esplicitano particolari riguardo il rapporto positivo dello studente con la matematica nel passato. Spesso sono espressioni del tipo "mi è sempre piaciuta la matematica", "è una materia con cui non ho mai avuto problemi". Vengono quindi fatti riferimenti a una o più delle tre dimensioni dell'atteggiamento, ma si differenziano dalle categorie precedenti per il rinvio esplicito al periodo pre-sperimentazione[105].
- *Background positivo personale con il lavoro di gruppo*: parti di testo in cui si esplicitano particolari riguardo il rapporto positivo dello studente con il lavoro di gruppo nel passato.

---

[104] Le frasi relative al livello di competenza percepito potrebbero essere confuse con quelle relative al bisogno di competenza e al livello ottimale della sfida; descriviamo le caratteristiche che differenziano queste categorie. Il livello di competenze percepito fa riferimento al sé ("mi sono sentita capace di…") mentre il livello di sfida ottimale può essere dedotto sia da alcune frasi come la precedente, che da affermazioni più "oggettive" che rinviano esclusivamente alle attività ("i compiti erano adatti al nostro livello"), qualcosa che è indipendente dal soggetto ("la verifica era troppo lunga per questo l'ho fatta male"). La differenza tra il livello di competenza percepito e il bisogno di competenza è che l'ultimo esprime, in modo diretto o indiretto, la soddisfazione derivata dal essere riusciti a fare qualcosa ("quando riuscivo a svolgere l'esercizio ero fiera di me"), invece il primo ha il focus sulle proprie capacità, ad esempio "mi sono sentita capace di risolvere l'esercizio", "riuscivo a farli tutti con molta facilità". Nelle due frasi proposte, infatti, si fa riferimento diretto alle capacità nel primo caso e alla facilità percepita nel secondo, da cui si deduce che le competenze del soggetto erano considerate adeguate dallo stesso. A volte le affermazioni relative al bisogno di competenza sembrano quasi una sorpresa per gli scrittori, un fatto considerato non stabile, inaspettato, mentre con le competenze percepite pare essere un evento di cui si è più consapevoli e con una durata maggiore.

[105] Quello che ci interessa è la valenza positiva che in quel momento l'alunno esprime nei confronti nella matematica a prescindere da quale aspetto dell'atteggiamento si riferisca.

Spesso sono espressioni del tipo "mi è sempre piaciuto lavorare in gruppo", "non ho mai avuto problemi nel lavorare con gli altri", ecc.

Influenza positiva:

- *Espressioni di cambiamento positivo*: parti di testo in cui emerge la percezione del cambiamento positivo di un qualche aspetto. Spesso espresso con frasi del tipo "più/meno di prima".

Definizione categorie a valenza negativa

Opinioni negative:

- *Opinioni negative generali*: parti di testo in cui viene espresso un non apprezzamento generico per l'esperienza, senza nessun riferimento a particolari caratteristiche di quest'ultima. In tale categoria inseriamo anche quelle critiche ad aspetti del progetto considerati caratteristica fondamentale del flipped learning, come ad esempio la drastica riduzione del tempo dedicato alla lezione frontale.
- *Opinioni negative uso tecnologia*: parti di testo in cui si esprime un non apprezzamento specifico dell'uso di strumenti tecnologici. Solitamente non viene fatto riferimento a software didattici ma piuttosto a mezzi di comunicazione via web e siti internet come youtube.
- *Opinioni negative apprendimento tra pari*: parti di testo in cui si esplicita un non apprezzamento specifico dell'apprendimento tra pari, che viene espresso dagli studenti come "lavoro di gruppo".
- *Opinioni negative apprendimento per problemi*: parti di testo in cui emerge un non apprezzamento specifico per l'apprendimento per problemi o per ricerca, espresso dagli studenti come "attività di scoperta" o più semplicemente come "ragionamenti" che argomentano l'origine del concetto.
- *Opinioni negative attività creative*: parti di testo in cui emerge un non apprezzamento per attività di tipo creativo, espressa dagli studenti come "creazione del video sul telescopio riflettore", essendo l'unica attività di questo genere proposta.
- *Opinioni negative ponte tra matematica e realtà*: parti di testo in cui si esprime un non apprezzamento specifico per gli esempi e le applicazioni concrete mostrate come introduzione dei concetti.
- *No livello ottimale della sfida*: parti di testo in cui si esplicita come il livello di difficoltà delle sfide e delle attività proposte non siano state avvertite dagli studenti adeguate al proprio grado di competenza.
- *Mancanza di tempo*: parti di testo in cui si esplicita o emerge la percezione di un'eccessiva fretta durante la trattazione degli argomenti o più in generale di mancanza di tempo.

Aspetti cognitivi negativi:

- *Non utilità per la comprensione*: parti di testo in cui viene esplicitata l'inutilità di qualcosa per la comprensione/assimilazione dei concetti (a volte resa anche più difficile o più superficiale) o per l'organizzazione dello studio.

Aspetti affettivi negativi:

- *Motivazione estrinseca*: parti di testo in cui emerge una motivazione estrinseca, spesso espressa facendo riferimento alle valutazioni come elemento importante o esprimendo preferenza per compiti facili. È infatti noto che gli studenti con motivazione estrinseca hanno una visione dell'apprendimento strumentale (importanza dei voti per ottenere premi, evitare punizioni, mostrare una buona immagine di sé, ecc.) e che preferiscono approcciarsi con compiti di difficoltà medio-bassa, così da poter ottenere buone valutazioni con un minor rischio di sbagliare.

- *No bisogno di relazionalità tra pari*: parti di testo in cui emerge una non soddisfazione del bisogno di relazionalità tra pari, espresso attraverso una percezione di mancata collaborazione e solitudine.
- *No bisogno di competenza*: parti di testo in cui emerge la non soddisfazione del bisogno di competenza. Lo studente in questi casi afferma di non sapere cosa fare o di non sentirsi stimolato dall'attività.
- *Disposizione emozionale negativa:* parti di testo in cui emerge un certo grado di affettività negativa verso la matematica, espressa mediante espressioni del tipo: "non mi piace la matematica" o "non ho un buon rapporto con la matematica". Può essere inoltre manifestata mediante la sottocategoria.
    - *Emozioni negative:* parti di testo in cui gli studenti affermano di aver provato emozioni negative quali noia, frustrazione, ansia, ecc. Più in generale, facendo riferimento alla teoria dell'origine cognitiva delle emozioni di Ortony, Clore e Collins (1988), con il termine emozioni positive intendiamo tutte quelle reazioni a eventi, agenti e oggetti che causano rispettivamente dispiacimento, disapprovazione e non gradimento.
- *Visione della Matematica come inutile:* parti di testo in cui emerge una visione della matematica come inutile nella vita quotidiana o per risolvere problemi reali (visione distorta).
- *Livello di competenze percepito basso*: parti di testo in cui emerge una percezione delle proprie abilità in matematica di livello non sufficiente o basso rispetto al compito o alla situazione proposta (basso senso di autoefficacia).

<u>Background personale negativo:</u>

- *Background negativo personale con la matematica*: parti di testo in cui si esplicitano particolari riguardo il rapporto negativo dello studente con la matematica nel passato. Spesso sono espressioni del tipo "non mi è mai piaciuta la matematica", "è una materia per cui sono sempre stata negata", ecc. Vengono quindi fatti riferimenti a una o più delle tre dimensioni dell'atteggiamento, ma si differenziano dalle categorie precedenti per il rinvio esplicito al periodo pre-sperimentazione.
- *Background negativo personale con il lavoro di gruppo*: parti di testo in cui si esplicitano particolari riguardo il rapporto negativo dello studente con il lavoro in gruppo nel passato. Spesso sono espressioni del tipo "non mi è mai piaciuto lavorare in gruppo", "preferisco lavorare da solo", ecc.

C.2. Tabella dei risultati quantitativi sui testi narrativi

Riportiamo nel seguito le tabelle con la frequenza di presenza delle categorie, che sono esplicitate nella prima colonna. Nella seconda colonna viene riportato l'ammontare delle frasi individuate per ognuna delle categorie, nella terza il numero di temi in cui sono mezionate, nella quarta il numero di temi in cui vi sono riferimenti multipli e nella quinta il valore percentuale dei temi sul totale di quelli raccolti. La sesta colonna è dedicata esclusivamente alla percentuale di presenza di sottocaterie rispetto a quella di riferimento. La settima e l'ottava colonna riguardano i richiami specifici alla matematica, una riporta il numero di rimandi evidenziati nelle affermazioni relative a ogni categoria, l'altra il suo valore percentuale rispetto la totatità di frasi contenute nella stessa. La nona e decima colonna, presenti solo nelle tabelle riguardanti i fattori cognitivi e affettivi, contengono rispettivamente l'ammontare di affermazioni che comprendono indici di cambiamento nella categoria a cui si riferiscono e il suo valore percentuale rispetto la totalità di frasi contenute in essa.

Esplicitiamo inoltre il segnificato delle sigle utilizzate nelle tabelle inserite in questa appendice:

OPG = opinioni generali positive
OP = opinioni positive
BP = background positivo
DEP = dispodizione emozionale positiva
EP = emozioni positive
S = tema statico
M = riferimenti alla matematica o sue specificità
C = presenza di indici di cambiamento
R = presenza di relazione tra due categorie

ONG = opinioni generali negative
ON = opinioni negative
BN = background negativo
DEN = diaposizone emozionale negativa
EN = emozioni negative
D = tema dinamico

Categorie	n° di frasi	n° di temi	riferimenti multipli	percentuale di temi	percentuale della sottocategoria rispetto la categoria	M	percentuale di M sulla totalità di frasi
<u>Background positivo personale:</u>							
BP lavoro in gruppo	2	2	0	0,92%		0	0,00%
BP matematica	14	14	0	6,45%		14	**100,00%**
<u>Background negativo personale:</u>							
BN lavoro in gruppo	6	6	0	2,76%		0	0,00%
BN matematica	42	38	4	17,51%		42	**100,00%**

Tabella 16 Frequenza di presenza delle affermazioni relative al Background personale degli studenti (positivo e negativo)

Categorie	n° di frasi	n° di temi	riferimenti multipli	percentuale di temi sul totale	percentuale della sottocategoria rispetto la categoria	M	percentuale di M sulla totalità di frasi
Opinioni positive:							
OPG	224	150	74	69,12%		20	8,93%
desiderio di ripetere l'esperienza	47	46	1	21,20%	30,67%		
scetticismo iniziale riguardo al progetto	26	26	0	11,98%		4	15,38%
OP apprendimento per problemi	36	35	1	16,13%		33	**91,67%**
OP apprendimento tra pari	140	122	18	56,22%		14	10,00%
OP attività creative	42	41	1	18,89%		2	4,76%
OP novità	42	38	4	17,51%		16	38,10%
OP ponte mate e realtà	55	53	2	24,42%		37	**67,27%**
OP uso tecnologia	48	44	4	20,28%		14	29,17%
livello ottimale della sfida	24	23	1	10,60%		10	41,67%
OP valutazione formativa	14	14	0	6,45%		2	14,29%
coinvolgimento interpersonale docente	59	51	8	23,50%		0	0,00%

Tabella 17 Frequenza di presenza delle affermazioni relative alle opinioni positive

Categorie	n° di frasi	n° di temi	riferimenti multipli	percentuale di temi	percentuale della sottocategoria rispetto la categoria	M	percentuale di M sulla totalità di frasi
Opinioni negative:							
ONG	24	23	1	10,60%		5	20,83%
ON apprendimento per problemi	8	8	0	3,69%		5	**62,50%**
ON apprendimento tra pari	20	19	1	8,76%		0	0,00%
ON attività creative	2	2	0	0,92%		0	0,00%
ON novità	9	9	0	4,15%		0	0,00%
ON ponte mate e realtà	4	4	0	1,84%		2	50,00%
ON uso tecnologia	4	4	0	1,84%		0	0,00%
no livello ottimale della sfida	18	18	0	8,29%		9	50,00%
mancanza di tempo	39	39	0	17,97%		8	20,51%

Tabella 18 Frequenza di presenza delle affermazioni relative alle opinioni negative

Categorie	n° di frasi	n° di temi	riferimenti multipli	percentuale di temi	percentuale della sotto-categoria rispetto la categoria	M	percen-tuale di M sulla totalità di frasi	C	percen-tuale di C sulla totalità di frasi
Aspetti cognitivi positivi:									
utilità apprendimento	182	121	61	55,76%		58	31,87%	58	**31,87%**
Aspetti affettivi positivi:									
motivazione ?	43	42	1	19,35%		18	41,86%	11	25,58%
mot intrinseca	261	144	117	66,36%		76	29,12%	51	**19,54%**
coinvolgimento attivo	63	52	11	23,96%	36,11%			23	36,51%
curiosità	15	13	2	5,99%	9,03%			3	20,00%
divertimento	70	61	9	28,11%	42,36%			7	10,00%
interesse	96	83	13	38,25%	57,64%			16	16,67%
DEP	60	46	14	21,20%		25	41,67%	18	**30,00%**
EP	40	34	6	15,67%	73,91%			3	7,50%
visione della matematica utile	13	13	0	5,99%		13	**100,00%**	7	**53,85%**
livello di competenze percepite adeguato	15	14	1	6,45%		15	**100,00%**	3	**20,00%**
Diminuzione DEN	36	32	4	14,75%		14	38,89%	25	**69,44%**
Diminuzione EN	25	22	3	10,14%	68,75%			3	12,00%
Cambiamento visione matematica come inutile	6	5	1	2,30%		6	**100,00%**	6	**100,00%**
Aumento di competenze percepite	6	6	0	2,76%		5	**83,33%**	6	**100,00%**
bisogno di autonomia	18	16	2	7,37%		9	**50%**	3	16,67%
bisogno di competenza	40	33	7	15,21%		29	**72,50%**	6	15,00%
bisogno di relazionalità	104	78	26	35,94%		3	2,88%	14	13,46%
bisogno di relazionalità con docente	30	27	3	12,44%	28,85%			1	3,33%
bisogno di relazionalità tra pari	72	61	11	28,11%	69,23%			13	18,06%

Tabella 19 Frequenza di presenza delle affermazioni relative agli apetti motivazionali e affettivi positivi

Categorie	n° di frasi	n° di temi	riferimenti multipli	percentuale di temi	percentuale della sottocategoria rispetto la categoria	M	percen-tuale di M sulla totalità di frasi	C	percen-tuale di C sulla totalità di frasi
Aspetti cognitivi negativi:									
no utilità apprendimento	25	22	3	10,14%		8	32,00%	0	0,00%
Aspetti affettivi negativi:									
assenza di motivazione	9	9	0	4,15%		5	**55,56%**	0	0,00%
mot estrinseca	31	28	3	12,90%		2	6,45%	2	6,45%
DEN	28	27	1	12,44%		17	60,71%	1	3,57%
EN	20	14	6	6,45%	51,85%			1	5,00%
Visione della matematica inutile	2	2	0	0,92%		2	**100,00%**	0	0,00%
Livelo di competenze percepite basso	21	19	2	8,76%		21	**100,00%**	1	4,76%
no bisogno autonomia	1	1	0	0,46%		1	100,00%	0	0,00%
no bisogno competenza	15	14	1	6,45%		6	40,00%	0	0,00%
no bisogno di relazionalità tra pari	16	15	1	6,91%		0	0,00%	0	0,00%

Tabella 20 Frequenza di presenza delle affermazioni relative agli apetti motivazionali e affettivi nrgativi

C.3. Tabulazione temi e categorizzazione

Nella presente appendice riportiamo le tabulazioni dei temi degli studenti, mettendo in evidenza la categoria e sottocategoria assegnata ad ogni frammento individuato, le relazioni tra le categorie (R), la presenza di riferimenti alle specificità della matematica (M), evidenziate nel testo atteaverso lo stile **grossetto**, e di indici di cambiamento (C), messo in risalto con lo stile sottolineato.

C.3.1. Liceo classico

Liceo classico L. Ariosto (3°)						
S/D	**Sentences**	**C**	**M**	**R**	**Sub-category**	**Category**
S	Nel complesso questo percorso è stato molto soddisfacente è abbastanza utile.					OPG
	Una cosa che forse cambierei è l'impostazione iniziale nella quale attraverso **esperimenti** si passava alla **teoria** e quindi alla fase (esempio legge di riflessione, **parabola**)					ON apprendimento per problemi
	e poi secondo me si dovrebbe porre più l'attenzione su esercizi pratici da fare in classe in modo che i ragazzi si possono allenare il più possibile per poter apprendere al meglio l'argomento.					mot estrinseca
	Ma comunque [la docente] è stata molto chiara nell'esporci i nuovi argomenti e ci ha seguito quando non c'era chiaro qualcosa e quindi ne avevamo bisogno.					coinvolgimento interpersonale docente
S	A mio parere questo corso di matematica che abbiamo effettuato è stato molto utile,					utilità apprendimento
	soprattutto dal punto di vista del ricavare da soli o in gruppo le **soluzioni** agli **argomenti esercizi** proposti,		M	R		OP apprendimento per problemi
	discutendone assieme con i compagni di gruppo e con l'intera classe, ho capito che ricavando le con il tuo **ragionamento** ti rimarranno sempre più impresse.	sì	M			utilità apprendimento
	Il mio rapporto con la **matematica** è sicuramente cambiato,	sì	M			DEP
	riuscire ad arrivare a **ragionamenti** che abbiamo pensato tutti insieme		M	R		OP apprendimento per problemi
						bisogno di autonomia
	ti apre molto la mente ti porta a grandi soddisfazioni,		M		EP	DEP
	ti dà tanta motivazione e voglia di continuare.		M			motivazione ?
S	Personalmente ho trovato questo progetto efficace e nel complesso ben strutturato.					OPG
	Questo si è potuto vedere anche dai risultati ottenuti dai singoli dalla classe, che sono migliorati rispetto alla loro media precedente della materia.					mot estrinseca

	Considerato questo l'alunno è indubbiamente più sicuro di sè nell'affrontare la **materia**	sì	M	R		Aumento di competenze percepite
	e si sente anche più padrone di **questa**.	sì	M			bisogno di competenza
	Rispetto al metodo tradizionale di insegnamento apprendimento della **materia**, questo è più motivante	sì	M			motivazione ?
	ed è più efficace per l'apprendimento.	sì	M			utilità apprendimento
	Nonostante ciò ritengo importante fare qualche appunto: alcune lezioni, in particolare quella introduttiva all'**ellisse** e quella introduttiva alla **parabola**, sono state svolte a mio avviso troppo velocemente, riempiendo gli alunni di nozioni relativamente complicate in pochi minuti prima del suono della campanella, con "l'acqua alla gola". Sarebbe stato indubbiamente più corretto nei nostri confronti ed efficace dedicare a queste lezioni introduttive più tempo e magari riprenderle la volta successiva, non solo tramite l'eventuale correzione degli esercizi dati per casa.		M			mancanza di tempo
	Inoltre quanto l'attività in gruppo per certi aspetti sia positiva e produttiva,					OP apprendimento tra pari
	per altri è invece un poco apprezzabile in quanto capita che ci rimetta il gruppo intero per problemi, errori del singolo.					ON apprendimento tra pari
	Nel complesso, visti i risultati ottenuti, il mio giudizio sull'esperienza è comunque positivo.					OPG
S	A mio parere questo corso è stato originale molto creativo.					OP novità
	Le lezioni di **matematica** sono state più interessanti delle solite lezioni,	sì	M	R	interesse	mot intrinseca
	in quanto abbiamo partecipato in prima persona per ricavare le **formule** e i **ragionamenti**.		M			OP apprendimento per problemi
	Il mio rapporto con la **matematica** è stato più o meno lo stesso,		M			DEN
	però è stato più divertente apprendere questi **argomenti** lavorando così, soprattutto perché sono **argomenti** a mio parere piuttosto complessi e articolati.	sì	M		divertimento	mot intrinseca
	La parte che ho preferito è stato ricavare le leggi di riflessione osservando fenomeni concreti come per esempio lo specchio ustorio e la cupola di sant'andrea.		M			OP ponte mate e realtà
	Mi sono sentita motivata soprattutto perché lavorando in gruppo			R		OP apprendimento tra pari
	ognuno doveva fare la sua parte e collaborare.				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Mi è piaciuta molto l'idea di creare un video dove abbiamo potuto metterci alla prova per dimostrare le nostre conoscenze.					OP attività creative

	Un difetto a mio parere, è stato lavorare molto sulla **parabola** facendo anche una verifica solo su di essa, e lavorare il resto del tempo sulle altre tre **coniche**. Infatti, almeno dal punto di vista mio del mio gruppo, non siamo riusciti a concentrarci abbastanza su ognuna di esse e anche la seconda verifica secondo me comprendeva troppi argomenti, che anche se simili tra loro l'hanno fatta risultare molto più difficile. Un altro aspetto negativo mio parere è stato dedicare solo l'ultimo giorno prima della verifica fare esercizi nuovi come per esempio quello di trovare il valore di k, che non avevamo mai fatto prima è che non abbiamo avuto il tempo di apprendere al meglio. Quindi migliorerei questo aspetto, per esempio provando a proporre esercizi più particolari difficili durante le lezioni, così che i ragazzi si sentano più sicuri durante la verifica.		M			no livello ottimale della sfida
	Nel complesso il progetto mi è piaciuto è stato efficiente anche per tutta la classe					OPG
	se fosse durato un po' di più forse sarebbe stato ancora meglio.					mancanza di tempo
	È stata un'esperienza nuova è veramente positiva.					OP novità
S	Il progetto Flipped Math è stato molto interessante,			R	interesse	mot intrinseca
	in quanto mi ha coinvolto nella **matematica**		M		coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	attraverso un gruppo.					OP apprendimento tra pari
	Durante questo progetto ha <u>cambiato</u> il modo di **ragionare** e il metodo di lavoro o studio della **materia**.	sì	M			
	Come ho detto precedentemente mi sono sentito <u>coinvolto di più</u>	sì			coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	grazie al mio gruppo,			R		OP apprendimento tra pari
	il quale mi ha aiutato a capire le cose,					utilità apprendimento
	ma mi sono sentito a mio agio anche con il metodo utilizzato dalla prof [...].				EP	DEP
	Essendo stato un progetto coinvolgente			R	coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	la motivazione è stata tanta da una scala 1 a 10 direi 9, grazie appunto alle motivazioni elencate precedentemente.					motivazione ?
	Gli aspetti maggiormente positivi per me sono stati: quello di lavorare in gruppo					OP apprendimento tra pari
	e quello di farci esempi pratici sulle **coniche** (tipo la chiesa di Sant'Andrea),		M			OP ponte mate e realtà
	mentre gli aspetti negativi sono stati: quello di fare una verifica finale su tre **coniche** (in quanto mi ha messo in difficoltà)		M			no livello ottimale della sfida
	e lo sprint finale fatto appunto per finire le **coniche.**		M			mancanza di tempo
	Tutto sommato, ripeto, e stata una bella esperienza.					OPG

S	Io penso che la mia esperienza nel progetto di Flipped Math mi abbia permesso di dire che è un buon progetto,			R		OPG
	infatti tale progetto affronta la **matematica** in maniera del tutto diversa. Noi (come classe), infatti, abbiamo affrontato il tema delle **coniche** in maniera del tutto diverso da una normale lezione di **matematica**,		M			OP novità
	infatti anche la sola divisione in gruppi è stata ottima			R		OP apprendimento tra pari
	perché ci ha permesso di collaborare ed aiutarci reciprocamente in modo efficace,				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	inoltre, una [cosa] che personalmente mi è piaciuta molto è stata applicare lo studio delle **coniche** a cose che succedono nella realtà (chiesa di Sant'Andrea, legge di riflessione, telescopio Cassegrain: come funziona)		M	R		OP ponte mate e realtà
	per farci sperimentare al meglio le **regole matematiche** che stavamo studiando.		M			utilità apprendimento
	Il progetto, come già detto, è stato molto interessante ed istruttivo				interesse	mot intrinseca
	ma penso che l'unico suo difetto sia la tempistica poiché, a causa dei tempi, che non dovevano essere troppo lunghi, non si sono potute approfondire alcune tematiche riguardanti le **coniche,**		M			mancanza di tempo
	ma indubbiamente questo non toglie l'efficacia di tale progetto e di fatto che mi sia divertito molto,			R	divertimento	mot intrinseca
	specialmente per il modo diverso di affrontare la **matematica**.		M			OP novità
S	Secondo il mio punto di vista questo progetto, durata tre mesi, è stato molto interessante				interesse	mot intrinseca
	ed innovativo perché si tratta di un metodo di insegnamento moderno.					OP novità
	Prima d'ora non avevamo mai partecipato ad un progetto dove partendo dai nostri **prerequisiti** e dalle **supposizioni** si arriva alla **formalizzazione della teoria**.		M			OP apprendimento per problemi
	Personalmente non ho partecipato alle discussioni avvenute in classe		M	R		assenza di motivazione
	perché non sono molto "ferrata in **materia**"		M			livello di competenze percepite basso
						BN matematica
	ma questo progetto mi è sembrato comunque molto stimolante.					OPG
	L'evoluzione della scuola sta facendo progressi secondo me si dovrebbero fare più attività di questo genere, introducendo l'utilizzo della tecnologia (sia per mettere in contatto alunni e insegnanti in orari extrascolastici, sia per facilitare l'accesso alle informazioni grazie al motore di ricerca, in caso ce ne sia bisogno). Attualmente c'è molto dibattito sull' efficacia di diverse tecniche di insegnamento e secondo me si dovrebbero sperimentare nuove modalità: il nostro è stato un ottimo metodo interattivo.					OP uso tecnologia

S	Per me questa esperienza è stata molto utile produttiva.					OPG
	Questo metodo mi ha molto aiutato, mi è stato più facile imparare la **matematica**	sì	M	R		utilità apprendimento
	facendomi aiutare dagli altri membri del gruppo		M			OP apprendimento tra pari
	e mi sono divertita			R	divertimento	mot intrinseca
	a dare una mano agli altri.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	L'unica difficoltà che ho avuto è stato nelle ultime elezioni è perché gli ultimi argomenti sono stati trattati molto velocemente, e mi è risultato molto difficile seguire le lezioni.					mancanza di tempo
D	A parer mio il percorso è da dividersi in due parti: una iniziale e una successiva. Durante la prima fase, conoscitiva, ho avvertito un sottile distacco e disinteresse nei confronti delle lezioni proposte dalla prof.ssa[...], un po' per l'estraneità della sua figura, un po' per i nuovi e sconosciuti argomenti presentati, che sarebbero stati poi oggetto di studio.					Scetticismo iniziale riguardo al progetto
	Questa prima tappa è stata però superata non appena si è notata la differenza e la novità riguardo il metodo di insegnamento:					OP novità
	video, presentazioni e immagini focalizzate, che integravano una spiegazione ottimamente centrata e non dilungata, venivano presentate in classe e successivamente condivise con ogni alunno via posta elettronica. L'appoggio a piattaforme come Youtube e la condivisione di documenti in formato digitale ha fatto assaporare quello in cui, secondo me, si trasformerà il sistema di insegnamento da qui a poco, o almeno spero. In questo modo, infatti, si risparmierebbe in fattori di tempo e mobilità, avendo accesso a file e internet anche da cellulare mobile (quindi SEMPRE e OVUNQUE),					OP uso tecnologia
	le esercitazioni e lo studio possono essere svolti con più facilità e immediatezza; ma anche, ovviamente, materiali, carta e denaro liquido (si pensi ai prezzi assurdi cui vengono venduti libri di testo o eserciziari).	sì				utilità apprendimento
	In generale l'esperienza mi è piaciuta molto, è stata formativa e costruttiva da tutti i punti di vista:					OPG
	abbiamo lavorato in gruppi stabiliti dalla prof.ssa			R		OP apprendimento tra pari
	e quindi abbiamo stretto o rinforzato magari alcuni rapporti;				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	siamo venuti a conoscenza di strumenti, materiali, nuove tecnologie che si inserivano e che erano inerenti con la teoria del percorso di studio; infine, ripeto, abbiamo sperimentato una sorta di insegnamento 2.0, attraverso le nuove tecnologie.					OP uso tecnologia

	È un percorso interessante				interesse	mot intrinseca
	e che dovrebbe essere espanso a tutte le classi ed anche ad altre materie;				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
	in termini di rendimento					mot estrinseca
	e soddisfazione frutta visibilmente di più rispetto ad un tradizionale insegnamento a tavolino.	sì			EP	DEP
	Sono contenta di avere avuto la possibilità di provare questa esperienza, vi ho tratto vittorie e conoscenze, spero quanto detto sopra, in un rinnovamento del sistema scolastico.					OPG
S	Il progetto Flipped Math a mio parere è stata una bella iniziativa, e mi sento fortunata di aver potuto partecipare a questo progetto.					OPG
	Mi ha portato a ricevere grandi miglioramenti a livello di **matematica**,	sì	M	R		utilità apprendimento
	perché secondo me avendo lavorato in gruppo ci si poteva comprendere e collaborare insieme.		M			OP apprendimento tra pari
	la cosa più positiva di questo percorso secondo me è stato lavorare in gruppo,					OP apprendimento tra pari
	ma ancora di più le modalità di insegnamento (video, schede).					OPG
	Io personalmente grazie a questo progetto ho appreso al meglio il metodo di studio di **questa materia** e ho capito che stando attenti in classe, poi a casa c'è la metà del lavoro da fare.					utilità apprendimento
	L'unica critica che mi sentirei di fare è che in due o tre lezioni mi sembrava un po' troppo veloce il modo di insegnare, per esempio durante le lezioni di introduzione dell'**ellisse**,		M			mancanza di tempo
	ma alla fine l'esito del progetto per me è pienamente positivo					OPG
	in quanto mi ha resa più motivata e soddisfatta per gli ottimi risultati ottenuti.	sì		R		mot estrinseca
					EP	DEP
	Grazie ancora Elena.				bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
S	Personalmente penso che sia stata un'esperienza molto utile e costruttiva.					utilità apprendimento
	Ho trovato le lezioni interessanti				interesse	mot intrinseca
	e un punto di forza di questo progetto è il fatto di portare gli studenti ad una maggiore partecipazione in classe.	sì			coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Dal mio punto di vista ho trovato molto interessanti le attività svolte in gruppo,			R		OP apprendimento tra pari
	perché ho avuto la possibilità di confrontarmi con altri miei compagni e magari aiutarli oppure essere aiutata: un vero lavoro di gruppo.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Molto innovativo e dal mio punto di vista divertente e allo stesso tempo costruttivo,			R	divertimento	mot intrinseca

	è stata la realizzazione del video con il proprio gruppo.					OP attività creative
	Personalmente penso che sia stata un'idea originale e che abbia portato un maggiore interesse da parte di noi ragazzi protagonisti di questo progetto.	sì			interesse	mot intrinseca
	Mi sono trovata molto bene con l'insegnante				bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	e anche con il mio gruppo.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Probabilmente, a parere mio, avrei mescolato ogni tanto i gruppi per provare a confrontarsi con altri compagni e non sempre gli stessi.					no bisogno di relazionalità tra pari
	Per il resto ho un giudizio del tutto positivo e sono molto contenta di aver partecipato a questo progetto,					OPG
	poiché ritengo che mi abbia aiutata nel mio percorso scolastico in **matematica**, facendomi scoprire un nuovo modo di insegnare e apprendere la materia.		M			
	In conclusione confermo il mio giudizio positivo e posso confermare di essere contenta di aver partecipato a questo progetto molto innovativo e interessante.					OPG
S	Personalmente ho trovato questo progetto ben strutturato e molto interessante.				interesse	mot intrinseca
	Questo si può vedere anche dai risultati che la classe ha ottenuto, molti di noi sono migliorati nella disciplina, me compresa. Infatti, parlo per esperienza personale, ora mi sento più motivata	sì				mot estrinseca
	e sicura nell'apprendimento **della materia**.	sì	M			Aumento di competenze percepite
	Rispetto al "metodo tradizionale" questo metodo è più coinvolgente	sì			coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	ed efficace.	sì				utilità apprendimento
	Nel complesso il progetto è stato svolto correttamente e in modo chiaro,					OPG
	l'unico appunto che posso fare è che, magari, alcune lezioni sono state svolte "velocemente", correggendo soltanto gli esercizi.					mancanza di tempo
	Il lavoro finale sul video del telescopio mi è piaciuto molto, ci è servito per migliorare il lavoro di gruppo			R		OP attività creative
	ed è un modo nuovo di approcciarsi **alla materia**.		M			OP novità
	Detto ciò, il mio giudizio sull'esperienza è molto positivo.					OPG
S	Con la professoressa di matematica abbiamo svolto il progetto FLIPPED MATH, un progetto che puntava sul fatto che fossimo noi alunni a capire le soluzioni, arrivandoci autonomamente.					
	Personalmente il progetto non mi è piaciuto particolarmente, nonostante fosse strutturato bene.					ONG

	Gli **argomenti trattati** non hanno catturato la mia attenzione nonostante le spiegazioni ben fatte e gli esercizi svolti in gruppo;		M			assenza di motivazione
	proprio il fatto di essere in gruppo mi è piaciuto molto,			R		OP apprendimento tra pari
	perché ho potuto chiedere chiarimenti alle mie compagne					utilità apprendimento
	e in questo modo ho appreso la **matematica** più allegramente,	sì	M		Diminuzione EN	Diminuzione DEN
	essendo per me **quest'ultima** una materia difficile.		M	R		livello di competenze percepite basso
						BN matematica
	Su alcuni argomenti non subito comprensibili si sarebbe potuto spiegare di più, fare più esempi.					
	Anche se il progetto non mi ha preso molto, un punto positivo per me, è stato fare il video per spiegare come funziona il telescopio.					OP attività creative
	È stata comunque una bella esperienza che mi ha fatto vedere la **matematica** in modo diverso.	sì				Cambiamento visione matematica come inutile
S	Personalmente lo svolgimento di questa attività ha portato solo buoni risultati sia in termini di apprendimento					utilità apprendimento
	e sia in termini di valutazione.					mot estrinseca
	Sono stato molto contento del fatto che siano stati utilizzati file digitali per apprendere alcuni **concetti**		M	R		OP uso tecnologia
	che con il semplice materiale scolastico (libri/appunti su quaderno) risultavano essere più difficili da comprendere.	sì				utilità apprendimento
	Un ulteriore aspetto positivo è stato lo svolgimento di questo progetto in gruppo,			R		OP apprendimento tra pari
	che ha portato alla collaborazione di più persone permettendo così che chi avesse più difficoltà nella materia potesse essere aiutato dagli altri compagni; è risultato molto utile anche per legare con altri compagni di classe.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	L'unico aspetto negativo è stata l'eccessiva modalità di dare nuove nozioni negli ultimi minuti di lezione ma complessivamente tutti gli argomenti sono stati chiari e comprensibili nelle spiegazioni.					mancanza di tempo
S	Dopo aver svolto il progetto Flipper Math per circa tre mesi ritengo che il progetto secondo me è stato molto interessante e costruttivo.				interesse	mot intrinseca
	Attuando questo nuovo metodo di studio, in cui c'è un insegnamento capovolto, gli studenti sono più sicuri	sì				Aumento di competenze percepite
	e riescono a svolgere i compiti proposti in modo più semplice.	sì				utilità apprendimento
	I risultati si sono visti anche negli ultimi due compiti in classe dove molti studenti sono riusciti ad ottenere valutazioni positive.					mot estrinseca

	Riguardo alla mia esperienza personale il rapporto con la **matematica** è molto buono e sicuramente con il progetto si è potenziato.	sì				DEP
	Ritengo che la suddivisione della classe in gruppi sia stata una scelta corretta			R		OP apprendimento tra pari
	perché così siamo riusciti a lavorare insieme e ad aiutarci nei vari esercizi assegnati.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Ci sono stati anche degli aspetti negativi del progetto Flipper Math riguardanti ai tempi ridotti per la spiegazione dell'**argomento** (ES. lezione sull'**iperbole**).		M			mancanza di tempo
	Nel complesso è stata una bella esperienza e molto positiva.					OPG

Liceo classico L. Ariosto (3°)						
S/D	**Sentences**	**C**	**M**	**R**	**Sub-category**	**Category**
S	Nel periodo fra gennaio e marzo, io e la mia classe abbiamo partecipato al progetto di matematica "**Flipped Math**", un'esperienza di lezione e studio svolta a gruppi. Come argomento principale abbiamo trattato le **coniche**, in particolare la **parabola**, l'**iperbole**, l'**ellisse** e la **circonferenza**.		M			
	Nonostante la **matematica** non sia una materia di mio grande interesse,		M			BN matematica
	ritengo che l'attività sia stata chiara e ben svolta,					OPG
	con approfondimenti ed esempi interessanti.				interesse	mot intrinseca
	Inoltre, lavorando a gruppi ed essendo stata aiutata anche dai miei compagni a svolgere gli esercizi in classe e le schede consegnateci per la lezione del giorno,			R		OP apprendimento tra pari
	sono riuscita a comprendere meglio	sì				utilità apprendimento
	e a imparare divertendomi.				divertimento	mot intrinseca
	Sicuramente, approcciarsi alla **matematica** in questa maniera ha reso lo studio e la comprensione molto più semplici rispetto al metodo tradizionale.	sì				utilità apprendimento
	Infine, posso affermare che ripeterei un'esperienza del genere, soprattutto nelle materie scientifiche, che non sono il mio forte.					OPG
S	In queste settimane di scuola ho avuto l'occasione di partecipare ad un progetto chiamato flipped math, nel quale abbiamo lavorato con una giovane professoressa dell'università. Ci siamo suddivisi in gruppi e abbiamo affrontato diversi argomenti, per esempio: **le sezioni coniche la parabola, ellisse, la circonferenza, l'iperbole** e altri...		M			
	anche se non sono un amante della **matematica**,		M			BN matematica
	questo progetto è stato molto interessante				interesse	mot intrinseca

	e divertente.				divertimento	mot intrinseca
	Il mio rapporto con la **matematica**, come ho già detto, non è dei migliori,		M			BN matematica
	ma sono comunque riuscita a capire gli argomenti anche se la verifica non è andata come speravo.					utilità apprendimento
	La professoressa spiegava molto bene.					
	Le professoresse ci hanno assegnato poi un lavoro da fare sempre un gruppo nel quale dovevamo creare un video. È stato davvero bello e tutti abbiamo fatto dei bellissimi lavori anche se ciò ci ha portato via molto tempo.			R		OP attività creative
	Sta di fatto che mi sono sentita motivata a fare molto bene quel video, stessa cosa per il mio gruppo.					motivazione ?
	Penso che l'aspetto positivo di questo progetto sia che abbiamo imparato molte cose nuove,					mot intrinseca
	il lato negativo e che erano veramente tante ed è stato difficile studiare tutto per la verifica avendo da fare anche un video.					no livello ottimale della sfida
	Comunque questo progetto lo proporrei anche in altre scuole,					OPG
	è stato Tuttavia davvero divertente.				divertimento	mot intrinseca
S	[...] Alla fine di questo percorso posso dire di avere appreso qualcosa di assolutamente nuovo e che fin da subito ha catturato la mia attenzione.					
	Ho apprezzato il fatto che gli argomenti fossero trattati in maniera innovativa, ovvero lavorando in gruppo					OP apprendimento tra pari
	e facendo delle lezioni interattive.					
	Un altro aspetto positivo del progetto e poi, senza dubbio, il fatto che io abbia sempre avuto la possibilità e la tranquillità di chiedere chiarimenti.				EP	DEP
	La professoressa[...], infatti, in ogni incontro ci ha dimostrato grande disponibilità e pazienza, guidandoci passo per passo per svolgere al meglio gli esercizi, riprendendo ad ogni lezione l'argomento della volta precedente, trasmettendo ci sempre grande tranquillità anche davanti agli argomenti più difficili,					coinvolgimento interpersonale docente
	valutandoci non con un anonimo numero ma con un giudizio personale e indirizzato al singolo.					OP valutazione formativa
	Inoltre, mi è piaciuta tantissimo l'iniziativa del video perché, [...],			R		OP attività creative
	ho veramente fatto miei dei **contenuti** che fino a quel momento erano semplicemente scritti su fogli bianchi.		M			utilità apprendimento bisogno di competenza

	Non ho apprezzato invece, il fatto che spesso accadeva che le lezioni degenerasse: c'erano dei momenti in cui tutti noi eravamo attenti ed interessati, altri in cui la lezione era seguita veramente da pochi e quindi in generale in classe si percepiva un clima caotico è confuso.			R		ONG
	Ma, secondo me, questo è dovuto anche la divisione della classe in tanti gruppi e al fatto che molto tempo, forse troppo, fosse dedicato alla parte teorica.					ON apprendimento tra pari
	E forse è anche per questo che, il giorno prima della verifica, mi sentivo in grande difficoltà e provavo molta ansia anche quando svolgevo gli **esercizi** più semplici.		M		EN	DEN
	In generale, vorrei ringraziare tutte quelle persone che si sono dedicate all'atualizzazione del progetto ma soprattutto ci tengo a ringraziare la professoressa [...] perché sì, tutti hanno visto e percepito il grandissimo impegno e forza d'animo che ha impiegato				bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	affinché non fossero delle semplici, e ahimè noiose, versioni sulle **sezioni coniche.**		M		Diminuzione EN	Diminuzione DEN
S	l'esperienza del progetto flipped Math è stata molto interessante				interesse	mot intrinseca
	in quanto è una maniera alternativa di affrontare alcuni argomenti di **matematica** come la **parabola, iperbole, l'ellisse è la circonferenza.**		M			OP novità
	Il progetto è stato bene organizzato e mi ha aiutato molto nello studio le schede che ci sono state inviate per email dove venivano riassunti gli argomenti svolti in classe insieme a esercizi da poter svolgere a casa anche in preparazione alla verifica.					
	Le attività che ho preferito sono state quelle svolte dopo aver visto le proprietà dell'ellisse, ovvero la propagazione delle onde sonore all'interno della Chiesa di Sant'Andrea al Quirinale è l'effetto ottico del colonnato della Piazza di San pietro.					OP ponte mate e realtà
	Mi è piaciuto poter creare con il mio gruppo un video dove avevamo la possibilità di spiegare, anche in maniera divertente, un **argomento di matematica**, nel nostro caso il telescopio riflettore.		M			OP attività creative
	Credo che sia stato molto utile lavorare in gruppo			R		OP apprendimento tra pari
	per potersi confrontare con alcuni compagni di classe per permettere a persone con più difficoltà di avere un supporto da parte dei compagni direttamente durante le lezioni.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Infatti non sempre chi ha difficoltà nel comprendere un argomento chiede al professore di rispiegare, perciò ritengo che poter lavorare in classe con dei compagni coetanei che possono aiutare queste persone possa essere davvero costruttivo.					utilità apprendimento
	Personalmente, ho trovato grande aiuto e conforto nel mio gruppo,				EP	DEP
	e svolgere le attività in una maniera diversa dalla lezioni standard di **matematica**		M	R		OP novità

	è stato motivante oltre che divertente.		M		divertimento	mot intrinseca
	L'unico aspetto negativo del lavoro di gruppo			R		ON apprendimento tra pari
	è che può capitare di dover lavorare con qualche compagno che non si impegna e non partecipa alle attività					no bisogno di relazionalità tra pari
	per il resto il progetto mi è piaciuto molto.					OPG
S	Flipped Math è stato un progetto interessante,				interesse	mot intrinseca
	piacevole e per molti aspetti positivo.					OPG
	Sebbene gli argomenti da trattare fossero numerosi e il tempo a disposizione non fosse eccessivamente lungo e si sono stati approfonditi quanto basta.					
	Il lavoro gruppi è stato sicuramente più coinvolgente	sì		R	coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	rispetto a quello che sarebbe stato lavorare singolarmente,					OP apprendimento tra pari
	poiché è stato utile a stimolare il confronto è la collaborazione ma soprattutto ad unire le amicizie cosa che va molto al di là della matematica.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Durante le lezioni e c'era molta partecipazione perlomeno da parte mia, non mi sono mai tirata indietro da fare eventuali domande di chiarimento e i compiti per casa.				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	La **matematica** è stata sempre per me è una materia sulla quale contare, al di là del voto, a livello di soddisfazione personale: è infatti una delle poche materie che studio con piacere, con la quale non ho paura di buttarmi e		M	R		BP matematica
	così è stato anche durante tutto l'andamento del progetto.		M			DEP
	Proprio per questo mi ha sorpreso l'ansia con il quale ho affrontato quest'ultima verifica, infatti non mi sarei aspettata a ritrovarmi la domenica pomeriggio e l'intera serata a studiare. Può essere che gli **argomenti** fossero molti da concentrare in una sola verifica o può essere che l'abbia inizialmente presa sottogamba ma in realtà non so bene motivare l'accaduto in quanto come ho già detto ho studiato con costanza ma, confrontandomi con altri miei compagni, a quanto pare non sono stata l'unica ritrovarmi così.	sì	M		EN	DEN
	Probabilmente sarebbe stato meglio impiegare il tempo utilizzato per alcuni approfondimenti come quello sullo specchio ustorio o quello sulla chiesa di Sant'Andrea per fare più esercizi					ON ponte mate e realtà
	ma penso comunque che la verifica non fosse impossibile è che sia andata bene o nel caso non fosse così sono sono comunque soddisfatta di come l'ho fatta.					mot intrinseca
	Mi sono sempre sentita motivata,					motivazione ?
	sia perché vedevo che gli **esercizi** mi venivano,		M			bisogno di competenza

	sia per l'appoggio delle mie compagne che hanno sempre contato su di me per eventuali aiuti.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	L'unico momento in cui questo non si è verificato è stato al lavoro inerente all'utilizzo del telescopio.			R		ON attività creative
	Premettendo che è stato difficile organizzarci in quanto ogni componente del gruppo abito in un paese diverso, non l'ho trovato nemmeno un lavoro troppo utile, soprattutto dato il carico di compiti che abbiamo già da fare e che quindi è andato solo ad infierire ulteriormente sui nostri impegni.					no utilità apprendimento
	Mi dispiace aver ricevuto una valutazione che sebbene non sia bassa, assolutamente, non rispecchia il nostro impegno. Infatti riconosco la maggior riuscita di altri gruppi rispetto al mio e le maggiori capacità cinematografiche di alcuni miei compagni ma mi reputo responsabile del risultato del video poiché avendo avuto problemi in famiglia non mi è stato possibile parteciparvi e montarlo come desiderato. È stato forse questo è l'unico aspetto con cui non mi sono trovata d'accordo e per il quale non ho ricevuto soddisfazione,					mot estrinseca
	per il resto mi è sembrato filare tutto liscio e personalmente sono stata felice di partecipare a questo progetto in quanto il tempo impiegato per trattare gli stessi argomenti singolarmente sarebbe stato molto più lungo rispetto a quello impegnato e ha reso in generale la lezione più leggera e piacevole.					OPG
S	L'esperienza di partecipare a questo progetto è stata per me molto importante, nonostante le difficoltà, anche se poche, che ho riscontrato in questo percorso e poi risolto.					OPG
	Potermi confrontare con lavorare con i miei compagni di gruppo			R		OP apprendimento tra pari
	mi ha permesso di creare un legame non solo collaborativo per quanto si riferiva allo sviluppo del progetto, ma anche, e questo per me è molto importante, dal punto di vista umano. Si è creato tra noi un bellissimo rapporto che mi ha permesso di comprendere che, nonostante le differenze di carattere che ci sono fra noi, possiamo comunque contare per le difficoltà l'uno sull'altro.	sì			bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Tutto ciò ha reso facile ed entusiasmante il portare a termine in modo veramente eccezionale questa esperienza.				EP	DEP
	Dovendomi rapportare con i miei compagni mi ha fatto capire l'importanza di saper ascoltare, di accettare e mettere in discussione il mio punto di vista, per raggiungere ed ottenere il miglior risultato finale.					
	Per quanto riguarda gli **argomenti trattati** li ho trovati molto piacevoli, anche se inizialmente, essendo mancata due lezioni per influenza, non ho compreso appieno.		M			OPG

	Fortunatamente la professoressa [...], molto disponibile, me li ha ripetuti facendomeli comprendere.					coinvolgimento interpersonale docente
	Personalmente mi ritengo fortunata perché riesco a comprendere la **matematica** con facilità, se ovviamente mi viene spiegata nei modi migliori possibili, e questo mi permette anche di ricevere molte soddisfazioni.		M	R		livello di competenze percepite adeguato
						BP matematica
	Infatti sono molto soddisfatto del mio percorso in questo progetto		M		EP	DEP
	e anche della mia verifica, sia che sia fatta bene sia che sia fatta male.		M			mot intrinseca
	L'unica cosa che ho riscontrato molto faticosa, ma non in sè, più che altro per il periodo in cui è stato assegnato, è il video. L'ho trovato molto produttivo ma purtroppo il periodo non era dei migliori, causa il carico di compiti.					
	Nonostante le difficoltà è stata veramente una bellissima esperienza, sia dal punto di vista lavorativo sia da quello umano, e ringrazio sia la professoressa […], sia il mio gruppo			R	bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
					bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	per avermela resa più piacevole e stimolante.	sì				motivazione ?
S	Dopo due mesi di progetto flipped math, faccio il punto su questo è come mi sono trovata. La cosa che ho da dire è che l'esperienza di avere una seconda professoressa è stata molto interessante, perché abbiamo potuto avere un altro metodo di spiegare e di percepire la **matematica**.		M			OP novità
	Secondo cambiamento e il fatto che siamo stati in gruppo per tutta la durata del progetto, e devo dire che questo mi è piaciuto moltissimo			R		OP apprendimento tra pari
	perché potevamo condividere le nostre conoscenze e abilità potevamo anche aiutarci fra di noi.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Riguardando più particolarmente la **matematica stessa** mi è piaciuto il fatto che lei ci ha mostrato degli esempi concreti, per esempio la chiesa di sant'andrea.		M			OP ponte mate e realtà
	Però devo dire che io non sono più sicura in **matematica** malgrado questa bella esperienza,		M			livello di competenze percepite basso
	purtroppo nelle verifiche sono sempre presa dal panico che mi fa dubitare e quindi faccio spesso degli **errori di distrazione** un po' stupidi.		M		EN	DEN
	La ringrazio per i suoi consigli utili. […]					
S	Il progetto di flipped Math è stato costruttivo per tanti aspetti.					OPG
	Prima di tutto è servito per socializzare, infatti abbiamo avuto l'opportunità di approfondire i rapporti all'interno della classe.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità

	Al tempo stesso abbiamo sperimentato la **matematica** in modo più attivo	sì	M		coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	e divertente.	sì	M		divertimento	mot intrinseca
	Credo, però, che alcune cose potessero essere affrontata diversamente. Sebbene il progetto si sia svolto in un arco di tempo molto ampio, e quindi il tempo per studiare non mancava, credo che sia difficile concentrarsi su tutti quegli argomenti al momento di una revisione.					no livello ottimale della sfida
	Inoltre, gli **esercizi** assegnati ci in preparazione alla verifica non erano esattamente quelli che in realtà vi erano.		M			mot estrinseca
	Nonostante ciò, ho apprezzato tutto in generale.					OPG
S	L'esperienza relativa al progetto flipped Math è risultata in generale interessante e positiva.					OPG
	La scelta di lavorare in gruppi			R		OP apprendimento tra pari
	ha favorito la collaborazione tra i vari componenti della classe, contribuendo anche alla creazione di un clima di scambi reciproci e di confronto in merito agli argomenti trattati.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Le lezioni sono sempre state complete e chiare anche se la quantità di **argomenti** si è rivelata consistente al momento della restituzione, di ciò che abbiamo studiato, in verifica.		M			livello ottimale della sfida
	Personalmente parlando, so di avere acquisito buona parte delle conoscenze, ma forse non del tutto sufficienti per quanto ne riguarda l'applicazione.					
	(ma questo è un problema mio, non vado troppo d'accordo con la **matematica**.)		M			BN matematica
	Penso comunque che sperimentare diversi metodi di studio, oltre a quello dell'insegnante della classe, contribuisco a sviluppare una maggiore elasticità e versatilità,					OP novità
	inoltre la grande disponibilità e professionalità della professoressa […] sono state fondamentali per un corretto approccio allo studio delle sezioni coniche.					coinvolgimento interpersonale docente
	Al di là del voto finale					mot intrinseca
	sono contenta di aver avuto la possibilità di studiare la matematica in modo diverso,					OP novità
	anche attraverso la creazione del video informativo.					OP attività creative
S	Il progetto flipped Math non mi ha coinvolto più di tanto,		M	R		ONG
	ma questa era prevedibile data la mia scarsa (molto scarsa) predisposizione alla **materia** ed allo studio in generale.		M			livello di competenze percepite basso
						BN matematica

	Spesso ho fatto fatica a prestare attenzione perché le ore erano dislocate quasi sempre in giornate piuttosto pesanti. Riconosco le mie colpe ed ammetto anche di non aver sempre lavorato duro anche a casa (fatta eccezione per il video).					
	D'altro canto, (passiamo agli aspetti positivi che sta diventando una confezione) apprezzato molto la possibilità di lavorare in gruppo					OP apprendimento tra pari
	ed il fatto che il nostro impegno nel video sia stato ricompensato (così almeno le conseguenze del 3 che prenderò in verifica saranno un po' contenute).					mot estrinseca
	Mi ha colpito positivamente la pazienza e la disponibilità nei nostri confronti, credo siano qualità molto importanti per un prof.					coinvolgimento interpersonale docente
D	L'esperienza del progetto flipped Math è stata sicuramente molto utile e coinvolgente,					OPG
	grazie all'entusiasmo e alla competenza [della docente].					coinvolgimento interpersonale docente
	Ella ci ha spiegato chiaramente tramite immagini e slide le **sezioni coniche**			R		OP uso tecnologia
	di modo che nella verifica non ho avuto difficoltà.					utilità apprendimento
	All'inizio del progetto non ero molto motivato					scetticismo iniziale riguardo al progetto
	ma una volta conclusa l'esperienza mi sono reso conto che la **matematica** può essere anche divertente non solo noioso.	sì	M		divertimento	mot intrinseca
	Le spiegazioni erano molto nitide, e questo sicuramente un punto a favore [della docente], anche se talvolta era molto faticoso svolgere la mole di **esercizi** assegnati, in quanto il **ragionamento** che occorreva per risolverli occupava un buon arco di tempo.		M			ONG
	In conclusione, consiglio vivamente di provare questa esperienza che può svagare e sovvertire il naturale svolgersi delle materie scientifiche.	sì				OPG
S	Le mie sensazioni riguardo l'esperienza flipped Math sono contrastanti in quanto ci sono state cose che ho gradito molto					OPG
	e cose che non mi hanno convinto appieno.					ONG
	La parte dell'esperienza che ho sicuramente apprezzato di più è stato soprattutto quello che ha riguardato la creazione del video con argomento il telescopio riflettore:			R		OP attività creative
	è stato divertente,				divertimento	mot intrinseca
	ed i compagni del gruppo hanno avuto modo di conoscersi meglio in contesto più leggero rispetto a quello prettamente scolastico.	sì			bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità

	Tuttavia, trovo che alcuni **passaggi** siano stati affrontati approssimativamente, e l'inserimento di un argomento così diversi, e difficili, nella verifica non mi ha permesso di prepararmi come avevo sperato.		M			no livello ottimale della sfida
	In conclusione, l'esperienza mi è piaciuta					OPG
	ed ho apprezzato la disponibilità della professoressa […],					coinvolgimento interpersonale docente
	che è riuscita a darmi un nuovo metodo di **studio della matematica**.		M			
D	Quando io e i miei compagni abbiamo intrapreso questo nuovo e particolare percorso, ricordo che la prima cosa che mi è passata per la mente al sentir pronunciare le due parole **sezioni coniche** è stata che non ce l'avrei mai fatta capire bene gli argomenti che avremo poi dovuto affrontare e studiare.		M			scetticismo iniziale riguardo al progetto
	Però poi, con lo scorrere del tempo, il mio atteggiamento nei confronti della **matematica** si è trasformato:	sì	M			Diminuzione DEN
	finalmente riuscivo a capire!	sì	M	R		bisogno di competenza
	Da quel momento ho capito che, se avessi continuato ad applicarmi, in classe come a casa, in modo costante, sarei riuscita ad ottenere dei buoni risultati.		M			livello di competenze percepite adeguato
	Inoltre, credo che la suddivisione della classe in gruppi			R		OP apprendimento tra pari
	abbia contribuito a creare un'atmosfera di aiuto, scambio reciproco e condivisione che altrimenti avrebbe reso sicuramente l'esperienza meno interessante produttiva.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	In generale, sono abbastanza soddisfatta del mio personale approccio allo studio delle **sezioni coniche**		M		EP	DEP
	perché, al di là delle valutazioni della verifica finale, sono abbastanza sicura di aver svolto un buon lavoro,					mot intrinseca
	in primis perché ho messo alla prova me stessa e sento di avere acquisito la maggior parte delle conoscenze richieste dal progetto,					bisogno di competenza
	ma anche perché ho avuto la possibilità di aiutare e sostenere nei momenti di difficoltà i miei compagni, come anche loro hanno fatto con me.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Insieme alla divisione in gruppi, penso che l'organizzazione del lavoro in classe da casa e la disponibilità di entrambe le professoresse siano gli aspetti che più ritengo positivi dell'intero					coinvolgimento interpersonale docente
S	Personalmente, sono stata veramente contenta di aver aderito a questo progetto,			R		OPG
	non solo perché mi piace la **matematica**, ma anche perché già dall'inizio ero curiosa di imparare cose nuove.		M			BP matematica
	Gli **argomenti** trattati sono stati molto interessanti		M		interesse	mot intrinseca
	ho apprezzato anche il fatto che a scoprir**li**, fossimo noi in prima persona,		M	R		OP apprendimento per problemi

	rendendo la lezione più interattiva.	sì	M		coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Inoltre, il gruppo con cui ho lavorato era equilibrato e affiatato ed in tutta sincerità, mi sono trovato a mio agio con tutti i componenti tanto che mano a mano che le lezioni passavano, abbiamo fortificato il nostro rapporto, arrivando a lavorare come una vera e propria squadra, aiutandoci l'uno con l'altro.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Devo dire che mi sono sentita molto motivata nel mettermi alla prova con argomenti che non conoscevo,			R		mot intrinseca
	grazie al fatto che le spiegazioni partissero dalle nostre osservazioni su cose realmente esistenti (come per esempio la chiesa di Sant'Andrea, Piazza di San Pietro, sullo specchio ustorio e del telescopio di Cassegrain) per poi mettere in atto, tramite alcuni **esercizi**, la definizione è **l'applicazione matematica** di ciò che avevamo scoperto.		M			OP ponte mate e realtà
	Questo progetto non mi ha solo portata a confrontarmi con il mio gruppo, ma anche con gli altri aiutandoci a vicenda a colmare le nostre lacune.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	La prof [...] poi, si è dimostrata fin da subito gentile e disponibile per qualsiasi problema o dubbio noi avessimo e anche molto puntuale nel a segnarci i compiti per casa e nel riportarci quelli; non si è mai irritata o spazientita per nessun motivo, neanche quando non ci siamo dimostrati molto maturi e corretti nei suoi confronti. [...]					coinvolgimento interpersonale docente
S	All'inizio del progetto avevo alcune perplessità viste le esperienze precedenti di progetti,					scetticismo iniziale riguardo al progetto
	in realtà si è rivelato un progetto molto interessante,			R	interesse	mot intrinseca
	in quanto, il fatto di spiegare e cercare di capire gli argomenti dialogando in classe ha reso il progetto più interattivo.	sì			coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Per quanto riguarda il gruppo di lavoro con cui ho lavorato,			R		OP apprendimento tra pari
	per alcuni versi è stato piacevole, divertente				divertimento	mot intrinseca
	ma, per altri versi			R		ON apprendimento tra pari
	è risultato faticoso lavorare, soprattutto per il lavoro del video, dove i ruoli e il lavoro non è stato diviso in modo troppo equo.					no bisogno di relazionalità tra pari
	A parte questo dettaglio, in generale, trovo che il progetto sia stato utile e interessante				interesse	mot intrinseca
	e ha reso più semplice comprendere l'argomento, più che se fosse stato fatto in una lezione tradizionale di matematica.	sì				utilità apprendimento

Liceo classico L. Ariosto (4°)						
S/D	**Sentences**	**C**	**M**	**R**	**Sub-category**	**Category**

	Io in particolare non ho avuto un rapporto facile con la **matematica**, probabilmente anche per una questione che come materia non mi è mai piaciuta e soprattutto la trovo "non utile" in certi casi.		M			BN matematica
	Grazie al tuo arrivo però ho capito che la **matematica** può essere studiata e compresa attraverso un metodo molto più comprensibile e ordinato, che la spiegazione "tradizionale" diciamo ...	sì	M			utilità apprendimento
	Inoltre ho capito che è importante sapere un minimo di **matematica** perché è molto utile nella vita e ci fa comprendere i luoghi intorno a noi;	sì	M	R		visione della matematica utile
D	come il colosseo, la piazza di S. Pietro ecc.		M			OP ponte mate e realtà
	Tutto sommato mi sono trovata molto bene con Flipper Math e spero che anche i nostri professori inizino ad utilizzare questo metodo;				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
	inoltre ti ringrazio molto perché pensavo di essere davvero una troglodita della matematica ma in realtà non è assolutamente così ... anche se io e i numeri non andiamo d'accordo ho capito che non ha così tanta peso per poter comprendere la materia.	sì	M	R		Aumento di competenze percepite
	In questo percorso che abbiamo concluso chiamato "flipped math" ci sono stati molti argomenti, tra cui **l'ellisse, la parabola, la circonferenza e iperbole**. Per capire meglio questi argomenti ci sono stati dati molti **esercizi** e abbiamo fatto molti **esempi**.		M			
	Personalmente ho notato un cambiamento nel metodo di studio,	sì				
	ma non l'ho notato nella media.					
	Durante queste lezioni ho provato molto interesse				interesse	mot intrinseca
	e molta curiosità,				curiosità	mot intrinseca
	ho capito molto meglio gli argomenti ma ho ancora dei dubbi.	sì				utilità apprendimento
S	Durante lo studio e lo svolgimento degli **esercizi** a casa mi sentivo abbastanza sicura, ma devo capire meglio i passaggi.		M	R		livello di competenze percepite adeguato bisogno di competenza
	Il metodo usato per la spiegazione è stato molto corretto ed efficace,			R		utilità apprendimento
	soprattutto tramite la correzione degli esercizi fatti a casa e corretti poi da Elena anche in classe per riscontrare eventuali problemi.					OP valutazione formativa
	Mi sono sentita abbastanza motivata	sì	M			motivazione ?
	dal fatto che in classe capivo gli **argomenti**, mentre prima non mi sentivo affatto motivata poiché in classe gli argomenti con la prof mi sembravano molto complessi e poco chiari.	sì	M	R		bisogno di competenza

	Tutte le attività fatte (come lo specchio ustorio e la chiesa di S. Andrea)		M	R		OP ponte mate e realtà
	mi hanno fatto capire che la **matematica** si può applicare nella realtà, serve per costruire oggetti come lo specchio ustorio per cose utili ed incredibili, a cui io non ho mai pensato.	sì	M			visione della matematica utile
	Mi piacerebbe che questo progetto si possa rifare				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
	e mi sono molto divertita a farlo.				divertimento	mot intrinseca
	Elena spiega benissimo e spero di capire i prossimi argomenti grazie al suo metodo.					
S	L'esperienza di questo progetto, nonostante alcune lati negativi, è stata complessivamente utile e formativa.					utilità apprendimento
	Il metodo applicato, ovvero quello di arrivare da soli a ricavare le **leggi** e le **formule**,		M	R		OP apprendimento per problemi
	ha fatto sì (almeno nel mio caso) che i tempi di apprendimento su un **argomento** fossero adeguati ai tempi di apprendimento e che non si proseguisse senza aver compreso appieno la lezione precedente.		M			utilità apprendimento
	Con questo ritmo abbiamo avuto occasione di memorizzare tutto.					livello ottimale della sfida
	Credo inoltre che gli argomenti siano stati semplificati al massimo e resi più coinvolgenti	sì		R	coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	tramite esempi concreti (es. la cucina solare, la chiesa di Bologna, ecc.).					OP ponte mate e realtà
	Ha invece rappresentato un problema il lavoro da svolgere a casa; Alcune volte mi ha portato via molto tempo, che ho comunque dedicato volentieri all'attività in quanto parte di un progetto, ma che non avrei mai dedicato a compiti "standard" di matematica. Non perché non mi piaccia o non ne abbia voglia, bensì perché, avendo molte cose da fare, non avrei dato la priorità questa materia. Nonostante ciò ho sempre svolto le attività per casa e, di solito, anche con facilità.					ONG
	Anche l'aspetto del lavoro di gruppo ha avuto i suoi riscontri positivi e negativi;			R		ON apprendimento tra pari
	personalmente non amo lavorare a gruppi, perché preferisco ragionare da sola e prendermi i miei tempi (veloci o lenti che siano),					BN lavoro in gruppo
	ma non è da mettere in discussione il fatto che, in questo modo,			R		OP apprendimento tra pari
	chi non capiva poteva farsi aiutare da un suo pari che magari avrebbe fornito una spiegazione più "alla sua portata".					utilità apprendimento
	Infatti mi sono trovata spesso a spiegare alcune cose ai membri del mio gruppo che avevano perso una parte di spiegazione o non avevano capito qualcosa, e questo mi ha fatto piacere perché mi sono sentita "utile" e ascoltata,				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	oltre al fatto che spiegandolo, anch'io capivo meglio le cose.	sì				utilità apprendimento

	I gruppi ci hanno anche dato la possibilità di avere a che fare con persone con cui di solito non parliamo ed eventualmente, di rivalutarle,				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	anche se non tutti i gruppi erano bilanciati e ci sono state persone scontente, ma credo fosse inevitabile.					
	Infine credo che fosse essenziale per questo progetto una"guida" paziente che spiegasse in modo chiaro e semplice, e credo che [la docente] in questo caso lo sia stata, dimostrando sempre un atteggiamento sincero è disponibile nei nostri confronti.			R		coinvolgimento interpersonale docente
					bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
S	Durante il progetto flipped math, ma soprattutto durante i lavori di gruppo			R		OP apprendimento tra pari
	siamo riusciti a collaborare per raggiungere vari scopi e le lacune di conoscenze di alcune persone potevano essere colmate grazie all'aiuto di altri.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Personalmente mi ha aiutato molto durante le lezioni		M	R		utilità apprendimento
	l'uso di **GeoGebra**, e video che ci sono stati inviati che prevedevano l'uso di questo programma.		M			OP uso tecnologia
	Le attività in generale mi ha molto motivato <u>rispetto</u> alle lezioni normali	sì	M	R		motivazione ?
	soprattutto perché ho dovuto sfruttare **ragionamenti logici e razionali**,		M			OP apprendimento per problemi
	cosa che ho applicato anche durante la **verifica finale**, un momento durante il quale solitamente seguo semplicemente i procedimenti che mi sono stati insegnati in classe.	sì	M			mot intrinseca
	Penso che il progetto sarebbe stato perfetto se avessimo avuto poche ore in più di lezione per chiarire i problemi comuni, anche se in ogni caso sono riuscito a comprendere gli argomenti.					mancanza di tempo
S	Questo progetto è stato utile poiché mi ha permesso di approcciarmi alla **matematica** in modo nuovo e positivo.		M			OPG
	Infatti il mio rapporto con **questa materia** non è mai stato facile: molto spesso fatico a ragionare per trovare soluzioni e risposte.		M	R		livello di competenze percepite basso
						BN matematica
	Questa esperienza mi ha aiutato a relazionarmi meglio con il **mondo della matematica**:		M			DEP
	in particolare, le attività come quella sulla chiesa di S. Andrea, la piazza di S. Pietro e l'antenna parabolica		M	R		OP ponte mate e realtà
	<u>mi hanno fatto capire</u> che la **matematica** ha un ruolo fondamentale per comprendere l'ambiente che ci circonda.	sì	M			visione della matematica utile
	Lavorare in gruppo ha reso le lezioni meno pesanti			R		OP apprendimento tra pari
	e <u>meno difficili</u>, dato che non si ragionava mai soli ma sempre con altre persone.	sì				utilità apprendimento

	Anche il metodo utilizzato è stato efficace: partire da una semplice **formula** e far determinare a noi le varie **equazione** e **formule** mi ha abituata a **ragionare**		M	R		OP apprendimento per problemi
						utilità apprendimento
	e mi ha motivato molto.		M			motivazione ?
	Inoltre, riuscire ogni volta a trovare **equazioni, risposte soluzioni**		M	R		bisogno di competenza
	mi ha dato sicurezza e soddisfazione		M		EP	DEP
	e mi ha fatto capire che se ragiono e mi concentro io posso capire la **matematica**.	sì	M			livello di competenze percepite adeguato
D	Due mesi fa abbiamo iniziato il progetto "Flipped Math" con la professoressa [...]. L'attività consisteva nella divisione della classe in gruppi in base alle competenze e comprendere insieme gli argomenti di **matematica** (anche con l'aiuto [del docente]) attraverso gli **esercizi**. Abbiamo iniziato con la **parabola** utilizzando come esempio lo specchio ustore. Facendo gli esercizi ci siamo accorti che non avevamo capito così bene il concetto di **parabola** ed **equazioni di secondo grado** studiati prima dell'attività, però riprendendo insieme l'abbiamo approfondito è compreso maggiormente. Dopo abbiamo studiato le altre **coniche**, che invece erano un argomento nuovo: per prima l'**ellisse** con la chiesa di Sant Andrea e poi Piazza S.Pietro, poi la **circonferenza e l'iperbole**. Abbiamo inoltre appreso la legge di riflessione, introdotta inizialmente durante lo studio dello specchio ustorio e approfondito studiando il telescopio riflettore. Su quest'ultimo abbiamo fatto un video spiegando cos'è un telescopio come funziona insieme alle leggi delle coniche. Alla fine del progetto abbiamo fatto una verifica per testare se abbiamo capito bene i concetti e se il programma è stato utile.		M			
	Nel complesso penso che sia stata un'esperienza molto produttiva:					OPG
	mi ha aiutato a comprendere certi **argomenti**,		M			utilità apprendimento
	a concentrarmi maggiormente sugli esercizi senza arrendermi davanti al primo ostacolo che incontro				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	e a relazionarmi con i compagni con cui non parlo spesso in classe.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Inoltre la ragazza è stata molto carina e gentile con noi cercando di aiutarci ogni volta che non capivamo. Ogni giorno si impegnava a mandarci email e schede e ha creato video con le spiegazioni;			R		coinvolgimento interpersonale docente
	l'ho veramente apprezzato.				bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità

	Già dall'inizio questo progetto mi ha incuriosito è ispirato			R	curiosità	mot intrinseca
	perché mi presentava come un nuovo metodo di insegnamento e apprendimento della **matematica**,		M			OP novità
	disciplina che ad essere sincera non apprezzo per niente		M	R		DEN
	e per la quale non ritengo di essere minimamente portata nonostante gli sforzi che faccio per cercare di comprenderla.					livello di competenze percepite basso
						BN matematica
	Partendo da questo presupposto, mi è piaciuto lavorare in gruppo			R		OP apprendimento tra pari
	perché ho avuto la possibilità di confrontarmi con altre persone che capissero i miei dubbi e problemi e per questo mi sono sentita motivata a collaborare				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	e sono riuscita ad ottenere dei piccoli risultati.					bisogno di competenza
S	Tuttavia ho trovato non facile riuscire ad eseguire nel migliore dei modi i compiti assegnati per la mancanza del tempo necessario a svolgerli, il quale deve essere ripartito con altre 10 materie.					mancanza di tempo
	Alcuni **esercizi** li ho trovati molto diversi da quelli che si sono svolti in classe e per questo non sono riuscita a completarli avrei preferito che se ne fosse discusso di più in classe e che ci fosse allenati a svolgere esercizi del genere non solo a casa.		M			
	In conclusione ho apprezzato i video esplicativi dove venivano illustrati i comportamenti delle **sezioni coniche** al variare dei coefficienti		M	R		OP uso tecnologia
	in quanto trovo che siano <u>più efficaci</u> rispetto a una semplice spiegazione perché permettono di osservare memorizzare meglio le caratteristiche della **sezione conica** considerata.	sì	M			utilità apprendimento
	Mi sono piaciuti gli **esercizi** in merito allo studio del fenomeno della chiesa di S.Andrea, dell'antenna parabolica e del telescopio riflettore		M	R		OP ponte mate e realtà
	perché ho potuto constatare un'applicazione pratica di ciò che stavo studiando.		M			visione della matematica utile
	Il mio rapporto con la **matematica** non è comunque cambiato.		M			DEN
S	All'inizio ero incuriosito dal progetto, dalla metà in poi ho perso interesse quasi del tutto;					ONG
	molto spesso rimanevo indietro durante la lezione, perdevo delle spiegazioni					no livello ottimale della sfida
	o non le capivo,					no utilità apprendimento

	e chiedere di aspettare mi provocava disagio,				EN	DEN
	perché mi sentivo come se fossi l'unica.					no bisogno di relazionalità tra pari
	Secondo me, gli argomenti fatti avrebbero avuto bisogno di più tempo per essere assimilati.					mancanza di tempo
	Lo dico perché ammetto che come persona posso annoiarmi facilmente, perdere il filo del discorso ed essere molto lenta a capire, e molte volte ho bisogno di diverse spiegazioni e so che a volte per gli insegnanti può essere una scocciatura.					
	Un altro punto è il fatto che molte volte c'era l'ansia di assistere alle lezioni con anche l'insegnante di ruolo, e posso assicurare che la paura di una valutazione negativa (almeno per me) non è poca.					
	Secondo me c'è più stimolo lavorando nei gruppi.					OP apprendimento tra pari
S	Alla fine di questo progetto, chiamato flipped math, mi sento molto soddisfatta.					OPG
	All'inizio, invece, ero un po' titubante		M	R		scetticismo iniziale riguardo al progetto
	perché con la **matematica** non ho mai avuto un bel rapporto,		M			BN matematica
	con questo progetto le cose sono cambiate.	sì				Diminuzione DEN
	Grazie alla professoressa [...] ho scoperto un altro modo di vedere la **matematica**,	sì	M	R		Cambiamento visione matematica come inutile
	ad esempio attraverso la scoperta dello specchio ustorio o la chiesa di S.Andrea.		M			OP ponte mate e realtà
	Mi sono sentita molto motivata nel lavoro riguardante il video sul telescopio			R		OP attività creative
	poiché ognuno nel gruppo faceva la propria parte e nessuno stava a girarsi i pollici.				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Credo che questo progetto si possa realizzare anche in altre classi			R	desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
	perché è un metodo di insegnamento, efficace rispetto ai metodi degli insegnanti che insegnano da svariato tempo.	sì				utilità apprendimento
	Per quanto riguarda gli aspetti positivi di questa esperienza sono i miglioramenti che ho riscontrato;					
	i video su YouTube			R		OP uso tecnologia
	che mi hanno aiutato a capire i ruoli precisi dei coefficienti					utilità apprendimento
	e la chiara spiegazione degli esercizi da fare in classe.					
	Per quanto riguarda gli aspetti negativi, invece, sono state le difficoltà che ho avuto a fare alcuni **esercizi** da fare a casa, anche se poi li abbiamo corretto in			M		no bisogno di competenza

	classe, mi sarebbe piaciuto svolgerli in completa autonomia;					no bisogno autonomia
	la durata di un'ora della lezione per me non era abbastanza, l'ideale sarebbe fare una lezione di due ore così da avere più tempo e capire bene alcuni passaggi.					mancanza di tempo
	Per concludere, questo progetto mi ha attratta molto mi piacerebbe rifarlo, magari con un altro argomento.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
	Questo progetto mi ha aiutato in parte a risolvere i miei "problemi" con la **matematica**.	sì	M			Diminuzione DEN
	[Il docente] ci ha proposto molte attività interessanti			R	interesse	mot intrinseca
	e utili:					utilità apprendimento
	video,					OP uso tecnologia
	schede, lavori di gruppo...					OP apprendimento tra pari
	Ma credo che le mie conoscenze riguardo la **matematica** non siano aumentate più di tanto. Riguardando al percorso, però, devo dire che potevo impegnarmi di più e magari fare più **esercizi**,		M			livello di competenze percepite basso
	anche se **quelli** che ho fatto, a volte, non riuscivo a svolgere completamente		M	R		no bisogno di competenza
S	questo ha provocato in me sconforto e rabbia.		M		EN	DEN
	[Il docente], come ho detto prima,			R		utilità apprendimento
	ha sempre saputo offrirci stimolo per apprendere al meglio gli argomenti trattati, è sempre stata molto disponibile con tutta la classe, anche a ripetere le spiegazioni varie volte,					coinvolgimento interpersonale docente
	e per questo la ringrazio.				bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	Infine l'aspetto più negativo, secondo me, dell'attività è stato il fatto che ci fossero alcune persone che l'hanno presa un po' troppo alla leggera e che quindi non facevano sempre i compiti o non stavano sempre attenti durante le lezioni.					
	Nel percorso di questo progetto, purtroppo, le emozioni che ho provato sono rimaste invariate rispetto a prima.		M	R	EN	DEN
S	Non di certo per colpa dell'insegnante, ma bensì della **materia** in sè alla quale non riesco a trovare alcuna soddisfazione o "conforto".		M			BN matematica
	Di sicuro gli aspetti positivi supero di in gran lunga quelli negativi:					OPG
	le introduzione agli **argomenti** tramite oggetti di utilizzo comune o meno		M	R		OP ponte mate e realtà
	è molto stimolante.		M			motivazione ?

	D'altro canto considerando come "problema" personale, mi è sempre difficile stare al passo con le spiegazioni e gli argomenti svolti che non ho compreso fino a fondo.		M	R		livello di competenze percepite basso
						no bisogno di competenza
S	È stata un'esperienza dal mio punto di vista molto positiva,					OPG
	mi ha permesso di approcciarmi diversamente alla **matematica** in generale.		M			OP novità
	Le attività di gruppo		M	R		OP apprendimento tra pari
	sono state molto utili per confrontare il mio **ragionamento** con altre osservazioni.		M			utilità apprendimento
	Grazie alle attività svolte ho cominciato ad apprezzare la **matematica**	sì	M			DEP
	capendo che in effetti ci circonda ogni giorno e non solo in classe.	sì				visione della matematica utile
	L'unico aspetto negativo è che gli **argomenti** sono stati svolti, secondo me, in modo troppo concentrato forse per il poco tempo a disposizione.		M			mancanza di tempo
	L'attività del video			R		OP attività creative
	ci hai aiutato a fare il punto della situazione sugli argomenti svolti.					utilità apprendimento
S	Per quanto mi riguarda, l'esperienza è stata positiva;					OPG
	- sono stata abbastanza motivata, e soprattutto nonostante qualche difficoltà, ho cercato di non arrendermi.					motivazione ?
	Il progetto è stato abbastanza interessante.				interesse	mot intrinseca
	L'unico aspetto negativo è stato il fatto che ci fermavamo poco sull'argomento e andavamo velocemente					mancanza di tempo
S	Il progetto Flipped Math svolto nelle ultime settimane è risultato essere un'esperienza positiva e soddisfacente,					OPG
	l'uso di questo metodo di insegnamento mi ha subito incuriosita;				curiosità	mot intrinseca
	allo stesso tempo ero timorosa per l'organizzazione dei gruppi.					
	Le lezioni a cui abbiamo assistito sono state chiare e le spiegazioni ben esplicative, ordinate consequenzialmente, in modo che avessimo le giuste conoscenze prima di continuare con nuovi argomenti. Mi rendo conto che questo sia il classico e necessario metodo di insegnamento, ma lo sottolineo ad ogni modo, poichè ho avuto diverse esperienze per le quali le lezioni saltavano da un argomento ad un altro, confondendomi e rendendo il corso di studio difficile da seguire.	sì				livello ottimale della sfida
	Ho percepito e apprezzato particolarmente			R	bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità

	la dedizione e la preoccupazione nei nostri confronti, rispetto al nostro apprendimento.					coinvolgimento interpersonale docente
	Riuscire a capire la **matematica** così facilmente e velocemente è stata una sorpresa per me,	sì	M			utilità apprendimento
	dopo le medie è sempre stata un fardello e una preoccupazione che portava ad ansie non leggere.					BN matematica
	Durante l'attività arrivavo a lezione con il cuore tranquillo, senza la preoccupazione per la verifica che si avvicinava				EP	DEP
	e la consapevolezza di aver capito e eseguito i **compiti** in maniera più o meno completa.		M			bisogno di competenza
	A questo proposito è stato di grande aiuto poter far controllare i propri compiti,			R		OP valutazione formativa
	da un lato per poter capire meglio gli errori, e dall'altro per placare la pigrizia che porta a volte a non farli.					utilità apprendimento
	Anche i commenti ricevuti mi hanno rincuorata dopo molti errori, e resa fiera se invece erano pochi.				EP	DEP
						bisogno di competenza
	Il lavoro da fare dietro la preparazione di ogni lezione da parte della Professoressa [...] era enorme, ma il complesso di ciò mi ha aiutata enormemente.					coinvolgimento interpersonale docente
	Venendo all'organizzazione dei gruppi, sono stata fortunata a capitare in un gruppo nel quale mi sono trovata bene e sono riuscita a lavorare senza troppe difficoltà.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Sfortunatamente, i gruppi non sono sempre il miglior modo per svolgere delle attività, soprattutto se nel gruppo sono presenti troppi individui con problemi di apprendimento, o anche semplicemente svogliati, che passano il tempo a chiacchierare con altri. Questo trattiene anche il lavoro delle persone che cercano genuinamente di impegnarsi, intappandolo e rallentandolo. E' difficile anche fare in diverso modo, e a volte non c'è altra scelta.[...]					
	Ribadisco comunque che l'attività mi è stata di grande aiuto, anche questo metodo fuori dalle righe è stato interessante da sperimentare, e devo dire che l'ho trovato anche un buon metodo di apprendimento,			R		utilità apprendimento
	in quanto fa lavorare le nostre menti, piuttosto che farci adagiare sulla **teoria**. Molto spesso, durante le lezioni classiche di matematica, perdiamo tempo con quest'ultima e facciamo poi fatica a capire come la si applica: partire proprio dalla pratica, rende il tutto più intuitivo e dopo un po' viene naturale capire tranquillamente anche la teoria.		M			OP apprendimento per problemi
	Spero che anche la Professoressa [di ruolo] decida di iniziare a organizzare le sue lezioni secondo questo metodo.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	Questa esperienza mi ha permesso di approcciarmi alla **matematica** in un modo diverso, molto più semplice, grazie al quale ho riscontrato risultati positivi.	sì	M			utilità apprendimento

	Lavorare in gruppo			R		OP apprendimento tra pari
	mi ha aiutato a capire meglio gli argomenti e ha reso le lezioni più leggere.	sì				utilità apprendimento
	Le schede di sintesi erano molto chiare e grazie a queste sono riuscita a studiare in modo semplice ed efficace.					
	Le attività proposte erano molto originali					OP novità
	e mi hanno aiutato a rielaborare i contenuti delle spiegazioni.					utilità apprendimento
	Soprattutto il video realizzato in gruppo			R		OP attività creative
	ci ha permesso di fare il punto della situazione ed è servito come ripasso generale degli argomenti svolti in classe.					utilità apprendimento
	In conclusione ritengo che questo metodo di insegnamento è stato molto utile ed efficace.					utilità apprendimento
S	Questo progetto mi ha permesso di approcciarmi in un modo diverso a tutto quello che è il mondo della **matematica**. Con le attività proposte ho capito che la **matematica** ci circonda ogni giorno in ogni situazione non solo in classe.	sì	M			visione della matematica utile
	Le attività di gruppo			R		OP apprendimento tra pari
	sono state utili per un **ragionamento** più ampio e approfondito.		M			utilità apprendimento
	Forse un punto a sfavore era il tempo, le attività secondo me erano troppo concentrate, c'era bisogno di più tempo.					mancanza di tempo
	L'attività del video			R		OP attività creative
	ha permesso di fare un punto della situazione è un ripasso delle cose fatte in precedenza.					utilità apprendimento
	Tutto sommato è stata un'esperienza positiva.					OPG
S	In questo percorso che abbiamo intrapreso, sono rimasta molto colpita dall'impegno dell'insegnante, che ha sempre cercato di aiutarci in tutti gli esercizi e compiti a casa. Vorrei ringraziarla per la sua pazienza, perché spesso dicono che siamo una classe un po' irrequieta, ma lei non si è fatta intimidire, anzi al contrario è sempre stata molto chiara e socievole nei nostri confronti.			R		coinvolgimento interpersonale docente
					bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	Grazie a questo progetto ho imparato molte cose nuove e ho preso più confidenza con la **materia**. La **matematica** adesso mi piace un po' di più anche se preferisco altre materie.	sì	M			Diminuzione DEN
	Tutto sommato l'esperienza è stata gradevole e produttiva.					OPG
	Mi piacerebbe rifarla,				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
	anche perché grazie al lavoro di gruppo			R		OP apprendimento tra pari

	ho fatto amicizia con altre persone e sono molto contenta.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
S	Grazie a questo progetto mi sono approcciato in modo diverso alla **matematica**, per esempio studiare le **sezioni coniche** sulle schede per poi vederle sui monumenti o sulla strutture architettoniche di tutti i giorni.		M			OP ponte mate e realtà
	In generale è stato un progetto interessante e spero di approfondire questo tema qui a scuola.				interesse	mot intrinseca
S	L'esperienza non mi è piaciuta.					OPG
	La modalità di lavoro (ossia l'individuazione di **formule e concetti matematici generali** tramite la spiegazione pratica (il metodo introduttivo)) non l'ho ritenuta positiva, o quantomeno, non su un ambito così vasto.		M	R		ON apprendimento per problemi
	A mio parere sarebbe stato invece più utile					no utilità apprendimento
	e coinvolgente se la durata delle lezioni fosse stata inferiore e conseguentemente meno gli argomenti trattati.					assenza di motivazione
	Difatti (personalmente) ho riscontrato difficoltà nell'apprendimento dell'abbondante quantitativo di materiale nell'arco di tempo dato.					mancanza di tempo
	Tuttavia tale progetto ha reso possibile il coinvolgimento sociale					bisogno di relazionalità
	e la partecipazione di tutti i membri della classe, dando a ciascuno la possibilità di mettersi in gioco e dimostrare le proprie abilità.				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	In certi momenti mi sono sentita curiosa e motivata			R	curiosità	mot intrinseca
	(come ad esempio nel corso del laboratorio riguardante la chiesa di S. Andrea al Quirinale e lo specchio ustorio),					OP ponte mate e realtà
	in altri invece incapace			R		no bisogno di competenza
	e sconfortata (soprattutto durante lo studio del materiale inviato per mail).				EN	DEN
	Un lato indubbiamente positivo è stato che alla richiesta di chiarimenti correzioni dei compiti le spiegazioni sono sempre state comprensibili e precise.					
	Perdi più è stato gratificante			R	bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	trovare una persona così disponibile e CAPACE, pronta ad aiutare (in caso di difficoltà) sia durante le lezioni che mediante l'utilizzo di posta elettronica.					coinvolgimento interpersonale docente
S	Inizierò con una premessa che mi sembra indispensabile fare. Sono sempre stata disposta a provare nei modi nuovi, anche non convenzionali, per apprendere. Uscire dalle "tradizioni" non è mai stato un problema per me. Per questo, posso dire che non ho iniziato il progetto in modo particolarmente negativo: se qualcosa può aiutarmi a migliorare in					

	qualsiasi materia, è automaticamente un'esperienza che sono disposta ad intraprendere.					
	In generale l'attività non mi è dispiaciuta particolarmente.					OPG
	Ho apprezzato l'integrazione di esercizi con esempi concreti (per esempio l'utilizzo di monumenti ed edifici per illustrare le **figure coniche** e le loro **proprietà)**.		M			OP ponte mate e realtà
	I vantaggi che ho avuto, però, non arrivano da ciò che doveva essere lo scopo del progetto			R		no utilità apprendimento
	(ovvero fare **dedurre** agli studenti stessi i **concetti matematici**),		M			ON apprendimento per problemi
	bensì dalle spiegazioni chiare ed esaurienti ascoltate in classe e dai documenti arrivati via mail. Berché l'attività in generale sia stata abbastanza positiva, ci sono delle cose che ritengo importante dire.					
	Per prima cosa, ho personalmente avuto problemi con il lavorare in gruppo.			R		ON apprendimento tra pari
	Per quanto riguarda il mio gruppo, mi sono trovata con tre persone che si distraevano continuamente, sentendomi perciò rallentata e,					no bisogno di relazionalità tra pari
	di conseguenza, frustrata.				EN	DEN
	La cosa migliore sarebbe che gli studenti si sciogliessero i propri gruppi, ma posso comprendere perché ciò non sia fattibile. [...]					
	Nel complesso, dimenticandosi dei lati negativi, l'attività è stata abbastanza soddisfacente: come individuo, posso dire di aver raggiunto gli obiettivi prestabiliti.					OPG

Liceo classico L. Ariosto (4°)						
S/D	**Sentences**	**C**	**M**	**R**	**Sub-category**	**Category**
S	Non sono una persona che ama la **matematica**		M			BN matematica
	ma di sicuro questo progetto mi ha aiutata molto a rapportarmi con **questa materia**	sì	M			Diminuzione DEN
	e con i miei compagni di classe.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Durante i lavori di gruppo mi sono sentita spesso all'altezza degli **esercizi** da svolgere		M	R		livello di competenze percepite adeguato
						livello ottimale della sfida

	molte volte ho saputo prendere in mano le redini della situazione e gestire l'**attività**.		M			bisogno di competenza
	Come già scritto, la **matematica** non la trovo una materia interessante		M			BN matematica
	ma in vista di questo progetto mi sono sentita motivata ad imparare nuovi **concetti**	sì	M	R		motivazione ?
	in una maniera diversa dal solito.					OP novità
	Detto ciò, non nascondo che all'interno del mio gruppo di lavoro ci sono stati molti diverbi soprattutto per realizzare il video sul tele copio riflettore, ma alla fine abbiamo affrontato questi problemi nel migliore dei modi.					
	Sicuramente gli aspetti positivi di questa attività sono molteplici: come lavorare in gruppo					OP apprendimento tra pari
	e mettersi in gioco.					
	Per di più, ho apprezzato il fatto che ogni volta la professoressa [...] ci assegnasse dei compiti da svolgere a casa per mantenere la mente allenata e per assimilare i concetti affrontati a lezione.					
	L'unico aspetto negativo, però, è stata la verifica finale: non sono stata in grado di svolgere alcuni quesiti, forse per via dell'ansia				EN	DEN
	o forse perché erano più complessi rispetto a quelli che eravamo soliti a fare in classe.					mot estrinseca
	In conclusione, mi piacerebbe molto ripetere questo percorso anche per altre materie come la fisica o la chimica, credo che sia molto utile.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	Durante questa esperienza mi sono sentita particolarmente motivata nello studio della **matematica**,		M			motivazione ?
	trovo che le cose siano state spiegate bene e con grande pazienza			R		coinvolgimento interpersonale docente
	cosa che mi ha aiutata a comprendere meglio i concetti,	sì				utilità apprendimento
	qualche volta però mi sono sentita insicura e a volte anche ignorata.				EN	DEN
	Per quanto riguarda i lati positivi penso che ad aiutarmi maggiormente sia stato l'avere qualcuno presente che si è impegnato a spiegare tutto nei minimi dettagli ma in modo semplice e concisa fornendoci anche delle schede che fungevano da riassunto e altre che approfondì vano il discorso.					coinvolgimento interpersonale docente
	Mentre per quanto riguarda gli aspetti negativi penso che i gruppi non siano stati ben disposti					ON apprendimento tra pari
	e che nel caso della verifica finale avremmo potuto disporre di un'ora o anche solo di mezz'ora in più					no livello ottimale della sfida

	[...] mi sono trovata abbastanza bene a livello di contenuto.					
	Questo tipo di attività mi permette infatti di capire meglio e più approfonditamente certi argomenti, oltre ad arricchire le mie conoscenze a livello generale.	sì				utilità apprendimento
	Inoltre mi sono trovata a mio agio con i membri del mio gruppo, cosa non da poco.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Tuttavia, il mio rapporto con la **matematica** non è affatto cambiato.		M	R		DEN
	Non rientra nelle mie corde, essendo indirizzata di più verso studi umanistici.		M			livello di competenze percepite basso
						BN matematica
S	Malgrado ciò devo ammettere di essermi sentita più motivata nello svolgere gli **esercizi**, per esempio, appunto per il fatto che i relativi **argomenti** sono stati trattati in maniera approfondita.	sì	M			motivazione ?
	Un aspetto negativo, il solo credo, di tutta l'attività flipped math, è stata sicuramente la verifica finale. Mi sono trovata in difficoltà con i tempi e lo trovate alquanto lunga.					no livello ottimale della sfida
	Per il resto posso dire di aver apprezzato questa iniziativa di certo migliore di una normale lezione frontale.	sì				OPG
	La possibilità di potersi confrontare in gruppo in merito ad un certo argomento			R		OP apprendimento tra pari
	permette, a mio avviso, un migliore apprendimento dei contenuti e di migliorare le capacità di comunicazione in un team.	sì				utilità apprendimento
	Ho vissuto l'esperienza Flipped Math molto serenamente.				EP	DEP
	Mi sono sentita più motivata	sì		R		motivazione ?
	perché ho lavorato in gruppo,					OP apprendimento tra pari
	perché gli **argomenti** trattati venivano accompagnati anche da esempi reali		M			OP ponte mate e realtà
	e soprattutto grazie ai materiali interattivi e ai riassunti inviati sulla mail delle varie lezioni.					OP uso tecnologia
	Mi sono sentita motivata		M	R		motivazione ?
S	perché c'è stato uno scambio più approfondito (ad esempio ricavare gli **esercizi** con l'**intuizione** e non applicando **formule** meccanicamente).		M			OP apprendimento per problemi
	I rispettivi gruppi erano equilibrati e ciò ha permesso un agevole funzionamento dell'attività. Gli aspetti positivi che ho riscontrato sono stati:					
	1) lavorare in gruppo					OP apprendimento tra pari
	2) aiuto da parte [della docente] la quale è stata molto disponibile, sia a risolvere i nostri dubbi sia a mandarci tutti i riassunti, video e esercitazioni delle varie lezioni.					coinvolgimento interpersonale docente
	3) molta armonia e tranquillità				EP	DEP

	4) partecipazione attiva.				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	L'unico aspetto negativo che sento di scrivere è che a parere mio si sarebbe dovuto dedicare più tempo agli argomenti trattati.					mancanza di tempo
	Nel complesso l'attività mi è piaciuta molto, di più rispetto allo scorso anno,					OPG
	ed anche [la docente] è stata gentile, paziente e disponibile.					coinvolgimento interpersonale docente
S	Il progetto Flipped Math non mi ha aiutato particolarmente a risolvere le mie difficoltà con la matematica: in alcuni tratti del percorso ho approfondito alcune delle mie conoscenze (parabola e circonferenza) mentre in altri non sono riuscita a comprendere appieno le lezioni spiegate.					no utilità apprendimento
	Uno dei punti di forza del progetto è stato al lavoro di gruppo,			R		OP apprendimento tra pari
	poiché in molti casi grazie alla cooperazione con i miei compagni sono riuscita a capire gli argomenti trattati.					utilità apprendimento
	Al contrario non ho trovato proficuo la velocità con cui si svolgevano le lezioni, a volte non riuscivo a comprendere un argomento completamente perché in classe né si faceva subito un altro.					mancanza di tempo
	Non mi sono pertanto sentita troppo motivata.					assenza di motivazione
S	[…] Personalmente, il progetto si presentava poco originale in quanto già l'anno scorso abbiamo avuto un'esperienza fine per lo studio specifico delle parabole.					scetticismo iniziale riguardo al progetto
	[...] È davvero soddisfacente			R	EP	DEP
	arrivare a cogliere le possibilità della realtà sia per intuizione					OP ponte mate e realtà
	sia per **ragionamento**.		M			OP apprendimento per problemi
	In linea di massima, il mio parere reputa il percorso affrontato abbastanza positivo,			R		OPG
	definito dall' interesse scaturito				interesse	mot intrinseca
	e dalla puntualità della prof.					coinvolgimento interpersonale docente
	Mi si consideri dunque soddisfatto del progetto che, con alti e bassi, ha saputo stravolgere le mie aspettative.					OPG
	Per quanto riguarda il mio rapporto con la **matematica**, esso è sostanzialmente invariato		M	R		DEP
	perché sebbene non sia appassionato delle **discipline matematiche**, o, per meglio dire, da non esattamente tutte,		M			BN matematica
	la soddisfazione dello scoprire qualcosa di nuovo da sempre mi condiziona.					bisogno di competenza

	L'unica pecca, sempre a mio parere, è stata la realizzazione del video per spiegare ciò che fino a quel punto era stato spiegato. Non che l'idea di per sé sia errata ma perché, personalmente, abbiamo avuto problemi di tempo ed organizzazione.					
S	Giunta al termine del progetto flipped math, mi rendo conto del fatto che le mie difficoltà e le mie incertezze riguardanti la **disciplina** non sono diminuite anzi, sotto alcuni aspetti mi sento ancora più inesperta.		M			livello di competenze percepite basso
						no bisogno di competenza
			M			no utilità apprendimento
	Il punto di forza del progetto è stato sicuramente il lavoro di gruppo,		M	R		OP apprendimento tra pari
	il quale ha permesso di <u>comprendere meglio</u> alcuni **argomenti**.	sì	M			utilità apprendimento
	Mentre il punto debole è stato il fatto di aver affrontato molti temi in breve tempo.					mancanza di tempo
	Pertanto non ho la percezione di aver colmato le mie lacune		M	R		livello di competenze percepite basso
						no bisogno di competenza
						no utilità apprendimento
	e di conseguenza non mi sono sentita motivata durante l'esperienza.		M			assenza di motivazione
D	È quasi giunto al termine il progetto Flipped Math e in questo tema cercherò di raccontare come ho vissuto questa esperienza e le emozioni e sensazioni che ho provato. Inizialmente ora un po' di titubante all'idea di dover lavorare in gruppo, benché un lavoro simile fosse già stato realizzato l'anno passato,			R		scetticismo iniziale riguardo al progetto
	poiché è la mia indole mi porta a prediligere un lavoro individuale. [...]					BN lavoro in gruppo
	Nonostante queste piccole difficoltà iniziali il lavoro del mio gruppo si è svolto in maniera fluida e i momenti di intensa attività si alternavano momenti di tranquillità dove ciascuno ripensava le conclusioni tratte a fine lezioni.			R		OP apprendimento tra pari
	Per me è stato sorprendente poter conoscere lati di persone che mai avrei pensato di distinguere.	sì			bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Credo che l'apice di questo progetto, sia stato raggiunto con l'assegnazione di un video relativo al telescopio riflettore: si trattava di una consegna del tutto nuova per me e per la maggior parte dei miei compagni di classe, tuttavia tra difficoltà più o meno grandi, Io e il mio gruppo siamo riusciti a realizzare un ottimo lavoro.					OP attività creative
	La maggior parte delle attività, proposte dalla Prof. [...], erano molto interessanti				interesse	mot intrinseca

	e ho apprezzato l'idea di abbinare ciascuna **conica** ad un monumento o un luogo di interesse che tutti conoscono come la chiesa di Sant'Andrea o la piazza di San Pietro.		M			OP ponte mate e realtà
	Inoltre era molto gratificante giungere ad una conclusione corretta di un **esercizio**,		M	R		bisogno di competenza
	soprattutto perché frutto dei nostri pensieri,		M			bisogno di autonomia
	siccome l'obiettivo era quello di arrivare alla soluzione dei **problemi** in gruppo, senza la spiegazione dei prof.		M			OP apprendimento per problemi
	In conclusione, dopo aver fatto queste considerazioni, posso affermare che si è trattato di un progetto che mi ha dato tanto, non solo a livello di nozioni matematiche, e soprattutto mi ha fatto crescere poichè credo di essere più pronto ad affrontare un'esperienza lavorativa che viene appunto in gruppo.					OPG
	Penso che questa esperienza nato dal progetto Flipped Math sia stata molto utile, per diversi motivi:					OPG
	innanzitutto, mi sono sentita più motivata,	sì		R		motivazione ?
	poiché gli argomenti sono stati trattati in modo diverso rispetto ad una normale lezione.					OP novità
	Inoltre, grazie al lavoro di gruppo,			R		OP apprendimento tra pari
	abbiamo avuto la possibilità di aiutarci l'un l'altro, di confrontarci, e di mettere in relazione le nostre idee,				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	anche in modo da arrivare più velocemente la soluzione di un quesito.	sì				utilità apprendimento
	Un altro aspetto positivo di questo progetto, secondo me, è stato il fatto di lavorare a casa fornendo si della posta elettronica e anche dell'appoggio di alcuni video			R		OP uso tecnologia
S	che potevano aiutarci a comprendere meglio gli argomenti trattati:	sì				utilità apprendimento
	credo che questo metodo di lavoro ci abbia aiutato ad acquisire più autonomia.	sì				bisogno di autonomia
	Inoltre, penso che l'idea del video che abbiamo dovuto realizzare,		M	R		OP attività creative
	sia stato un modo per imparare la **matematica** in maniera divertente, organizzando un lavoro anche cercando di utilizzare la fantasia.		M		divertimento	mot intrinseca
	Il mio rapporto con la **matematica**, non è però cambiato,		M			DEN
	infatti ho ancora molte difficoltà,		M	R		BN matematica
						livello di competenze percepite basso
				R		no utilità apprendimento
	anche avendo messo in relazione le **coniche** con situazioni reali, come ad esempio lo specchio parabolico e la legge di riflessione.		M			ON ponte mate e realtà

	Ma a parer mio, un modo per risolvere o attenuare il problema, potrebbe essere una spiegazione più articolata in classe.					ONG
	In conclusione, posso considerare questo percorso ancora un'esperienza positiva e utile.					OPG
S	[...]. Con il mio gruppo mi sono trovata inaspettatamente bene, nonostante non avessi legato molto con loro durante questi anni. Durante gli esercizi svolti in classe siamo sempre andati d'accordo, lavorando insieme ascoltando le idee punti di vista e di ogni componente.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	A volte però durante le lezioni ho pensato che alcuni argomenti non si siano affrontati in maniera esaustiva. All'inizio abbiamo lavorato approfonditamente sulla **parabola** nonostante la conoscessimo già, mentre la **circonferenza** a mio parere è stata affrontata in maniera superficiale.		M			
	Inoltre il mio rapporto con la **matematica** non mi risulta cambiato, nonostante io mi sia sentita a svolgere gli esercizi con i miei compagni.		M			DEN
	Per concludere vorrei dire in tutta sincerità che mi sono divertita				divertimento	mot intrinseca
	ma mi sarei aspettata attività un po' più stimolanti, come il video realizzato sul telescopio riflettore.					OP attività creative
S	Il progetto, già proposto l'anno precedente dalla professoressa [...], mi è molto piaciuto					OPG
	e ha suscitato in me nuovi interessi verso gli **argomenti trattati.**		M		interesse	mot intrinseca
	Quest'anno l'argomento sul quale abbiamo lavorato sono state le coniche. In particolare mi è piaciuto il metodo con il quale abbiamo lavorato, ovvero, siamo stati divisi in gruppi, composti a seguito di un breve test conoscitivo, e ad ogni incontro ci venivano fornite delle fotocopie con differenti argomenti riguardante le **coniche**.					OP apprendimento tra pari
	La parte più interessante è stata il fatto che siamo stati costretti a lavorare in gruppo					OP apprendimento tra pari
	e a ragionare su diversi concetti, per poi ricavare per esempio da un **postulato**, **equazioni generali** delle diverse **coniche**.		M			OP apprendimento per problemi
	L'unico punto a sfavore, secondo me, è stato il poco tempo per approfondire tali argomenti.					mancanza di tempo
	Spero comunque che in futuro si possa ripetere questa esperienza.					OPG
S	Sono sempre stata piuttosto scettica per quanto riguarda i lavori di gruppo, ma ammetto che è un mio limite, o almeno, lo era.					BN lavoro in gruppo
	Questa esperienza, da un lato, mi ha aiutata ad essere meno rigida nei confronti di progetti di questo tipo, ma, dall'altro,					

	il mio rapporto con la **matematica** non è più di tanto cambiato		M			
	fermo restando che, nonostante sia per me una delle materie più ostiche e difficili, non sono mai partita prevenuta: non mi sono accodata stereotipi e pregiudizi dovuti al semplice fatto che non è una materia di indirizzo. Devo ammettere che, quando riesco a risolvere correttamente un **esercizio**, mi pervade un senso di grandissima gratificazione e soddisfazione. Per come sono caratterialmente, tendo ad abbattermi e a biasimarmi ogni volta che sbaglio perché so che forse anche io avrei potuto farcela. L'unico ostacolo che posso riscontrare è che spesso vado in blocco, nel senso che mi faccio prendere da un'ansia ingiustificata e sbaglio anche quello che so e, purtroppo, mi capita soprattutto in verifica. È un problema su cui sto cercando di lavorare, sperando che anche questa esperienza mi abbia aiutato.		M			
	Penso che possa essere una maniera per imparare senza avere la paura del voto,			R	clima di classe rilassato	Diminuzione DEN
	sollecitando dunque la partecipazione attiva della classe (altro aspetto su cui lavorare).				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Il tutto è risultato coerente con le varie aspettative ed è servito anche per una maggiore coesione tra noi ragazzi. Ha toccato quindi in molti aspetti, non solo quelli prettamente teorici e finalizzati alla verifica, ma anche quelli più personali e umani.	sì			bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
S	Ho vissuto l'esperienza nata dal progetto Flipped Math serenamente in maniera positiva,			R	EP	DEP
	anche perché mi sono trovata molto bene con il mio gruppo.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Mi ha aiutato tanto il lavoro di gruppo,			R		OP apprendimento tra pari
	in quanto, non essendo una ragazza molto collaborativa,					BN lavoro in gruppo
	ho potuto confrontarmi con altre persone che talvolta potevano avere idee ed opinioni differenti dalle mie.					
	Il mio rapporto con la **matematica** è comunque rimasto invariato:		M			DEP
	io ritengo che la **matematica** sia una disciplina fondamentale, e che dia soddisfazione quando magari gli esercizi e problemi riescono. Sebbene sia io la prima ad avere difficoltà con alcuni esercizi complessi		M			BP matematica

	(come risulterà evidente dalla verifica).		M			livello di competenze percepite basso
	A livello pratico, nel mondo di oggi, la matematica è fondamentale, perché credo che in futuro sia nella ricerca, nello sviluppo delle scienze delle tecnologie, ma alla base di tutto ciò c'è ovviamente la **matematica** o altre discipline nell'ambito tecnico scientifico.		M			visione della matematica utile
	A volte, quando dovevamo ricavare noi certe **formule** senza sapere nulla dell'**argomento,**		M	R		ON apprendimento per problemi
	mi sentivo un po' scoraggiata		M		EN	DEN
	e non troppo motivata,		M			assenza di motivazione
	tuttavia collaborando, riuscivamo sempre in qualche modo trovare una soluzione.					
	A mio avviso gli aspetti positivi di questa esperienza, sono stati in primis il lavoro di gruppo,					OP apprendimento tra pari
	poiché è solo confrontandoti, relazionando e parlando con le altre persone che si può superare gli ostacoli.					
	Inoltre è stato un modo molto alternativo			R		OP novità
	e divertente per spiegare gli **argomenti trattati**, non la solita lezione frontale,		M		divertimento	mot intrinseca
	e questo mi ha stimolato molto					motivazione ?
	anche se a volte facevo fatica a comprendere certe parti di alcuni **argomenti** mai trattati prima d'ora perché essendo una persona che impiega un po' di tempo ad apprendere bene le cose e soprattutto ho bisogno di fare tanto esercizio,		M			no utilità apprendimento
	a mio avviso, alcuni argomenti sono stati trattati un po' velocemente, ed è questo l'unico aspetto negativo che avrei voluto penalizzare.					mancanza di tempo
	Ritornando agli aspetti positivi, aggiungo l'introduzione a nuovissimi argomenti come l'**ellisse**, attraverso la piazza di San pietro, è l'**iperbole** attraverso il telescopio, è stata a mio modo di vedere una bellissima idea, in quanto mi sono potuta confrontare con cose che non conoscevo, a partire da altre che invece già conoscevo.		M			OP ponte mate e realtà
	Un'altra grande idea è stata quella del video, un'idea, che non aveva solo lo scopo di spiegare il funzionamento di un semplice telescopio, ma probabilmente aveva anche un secondo fine, ovvero abituarci a parlare di fronte ad una telecamera, un qualcosa con cui nel futuro avremo sicuramente a che fare, in una società come quella di questi anni, circondata ed invasa dalla tecnologia.					OP attività creative
	Concludo dicendo che è stata un'esperienza sicuramente positiva,					OPG
	che mi ha aiutata a crescere ea responsabilizzarmi proprio partire dai miei errori iniziali, ovvero sottovalutare i lavori di gruppo.					bisogno di autonomia

	Inizialmente ero molto riluttante verso il progetto, proprio perché facevo riferimento all'anno passato.					scetticismo iniziale riguardo al progetto
	In prima persona non amo i lavori di gruppo, non trovo che possano aiutarmi a migliorare le mie abilità e a capire meglio i concetti.					BN lavoro in gruppo
	Ho trovato però interessanti i collegamenti tra **gli argomenti affrontati** e il modo in cui si svolgevano le lezoni.		M			OPG
	Tuttavia continuo a preferire gli esercizi individuali.					ON apprendimento tra pari
D	Durante l'attività mi sono sentita alla portata di quello che si faceva, contrariamente a ciò che succede a volte con le lezioni tradizionali.		M	R		livello di competenze percepite adeguato
						livello ottimale della sfida
	Un aspetto positivo del progetto è il fatto che eravamo molto seguiti, per esempio con la correzione dei compiti a casa volta per volta			R		OP valutazione formativa
	e di conseguenza lo studio della materia era costante.					utilità apprendimento
	Come ho già detto ho trovato negativo lavorare in gruppo.					ON apprendimento tra pari
	In conclusione l'esperienza mi è piaciuta e sento di aver acquisito le competenze richieste in modo <u>più</u> piacevole e leggero.	sì				OPG
	Personalmento ho apprezzato fin da subito questo progetto					OPG
	poiché essendo incentrato su di un'attività di gruppo			R		OP apprendimento tra pari
	ti permettere di condividere il tuo pensiero, le tue idee, le tue opinioni con gli altri membri del gruppo e di arrivare assieme alla risoluzione di un problema.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Durante questo percorso il mio rapporto con la **matematica** è stato simile a quello che ho in classe normalmente durante le ore di lezione tradizionali		M			DEN
D	ma ammetto che durante questo tipo di attività mi sento <u>più</u> tranquilla e a mio agio e non ho avuto problemi ad esporre gli **esercizi** o le eventuali difficoltà riscontrate.	sì	M		clima di classe rilassato	Diminuzione DEN
	Per quanto riguarda gli aspetti magiormente positivi del percorso penso siano stati innanzitutto lo svolgimento dell'attività divisi in gruppi […]					OP apprendimento tra pari
	Per quanto riguarda gli aspetti negativi è stato il fatto che alcuni argomenti sono stati trattati meno di altri ma mi rendo conto che questa scelta sia dovuta solamente ad una mancanza di tempo.					mancanza di tempo
	Per concludere penso che questo genere di attività sia molto utile					utilità apprendimento
	e divertente				divertimento	mot intrinseca

	poiché penso che possa essere un modo per abbandonare, per un breve periodo, i metodi standard di una lezione tradizionale.					OP novità
S	L'esperienza nata dal progetto Flipped Math mi ha aiutato a guardare con occhi diversi la **matematica**,	sì	M			Cambiamento visione matematica come inutile
	ma non mi ha aiutata a capir**la** meglio.		M			no utilità apprendimento
	Nonostante la divisione in gruppi che avrebbe potuto aiutarmi grazie al confronto con altre persone, non sono riuscita a raggiungere appieno il mio scopo, cioè quello di comprendere a fondo i vari **argomenti trattati.**		M			no bisogno di competenza
	In mia opinione le spiegazioni degli argomenti erano un po' frettolose e dispersive e alcuni argomenti sono stati trattati di più ed altri di meno, dunque non nella stessa misura.					mancanza di tempo
	Fortunatamente un punto di forza è stato l'uso delle schede che ogni volta venivano inviate sul email, infatti mi hanno aiutato a comprendere alcune cose che in classe non riuscivo a capire.					
	Un altro aspetto positivo è stata la correzione dei compiti svolti a casa i quali venivano corretti con alcune spiegazioni			R		OP valutazione formativa
	che ho trovato molto utili.					utilità apprendimento
	Molto divertente è stato			R	divertimento	mot intrinseca
	il progetto di produrre il video					OP attività creative
	che mi ha mostrato la **matematica** da un altro punto di vista,	sì	M			Cambiamento visione matematica come inutile
	Infatti serviva un impegno maggiore che mi ha aiutata ad aprirmi un po' di più					
	ma non a comprendere a fondo gli argomenti.					no utilità apprendimento
	Durante quest'esperienza ho provato emozioni di disagio nei confronti della **matematica**,		M		EN	DEN
	ma alcune cose sono state maggiormente divertenti e simpatiche			R	divertimento	mot intrinseca
	come la divisione in gruppi					OP apprendimento tra pari
	e la produzione del video.					OP attività creative
	In conclusione penso che gli aspetti negativi e quelli positivi si equivalgano perché anche					
	se questa esperienza non mi hai aiutata molto nella comprensione della **matematica**,		M			no utilità apprendimento
	mi ha fatto crescere un po' di più come persona grazie all'organizzazione e alla responsabilità che richiedeva.	sì				bisogno di autonomia

D	Inizialmente prima che il progetto flipped Math incominciasse, ero abbastanza titubante, dato che avevamo già fatto un progetto simile l'anno scorso,					scetticismo iniziale riguardo al progetto
	poi però, ho cambiato idea.					OPG
	Mi è piaciuta l'idea di lavorare in gruppi			R		OP apprendimento tra pari
	in modo tale da unire varie idee, ed arrivare allo svolgimento corretto dell'esercizio,			R	bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	e oltre a questo ho apprezzato il fatto che ogni giorno ci venissero inviati esercizi,			R		OP valutazione formativa
	in modo tale da ripassare e chiedere poi eventuali dubbi.					utilità apprendimento
	Ho trovato stimolante anche l'iniziativa del video,			R		OP attività creative
	che è servito oltre che per capire nuove cose,					utilità apprendimento
	anche per legare con alcuni membri del gruppo con i quali prima non si aveva legato.	sì			bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Rispetto all'inizio, ho imparato cose nuove, che con il tempo capivo, infatti alcuni argomenti non li comprendevo subito, però poi arrivando a casa e studiando, li capivo.					
	Personalmente non ho riscontrato lati negativi in questo percorso, ma come ho detto lati positivi,			R		OPG
	che sono serviti per capire meglio la **matematica**.	sì	M			utilità apprendimento
S	L'esperienza vissuta con il progetto flipped Math mi è stata molto gradita.			R		OPG
	Innanzitutto perché mi piacciono **le coniche** e di conseguenza mi sono sentito estremamente curioso e motivato		M		curiosità	mot intrinseca
	per di più apprezzo i lavori di gruppo e mi sono molto di aiuto in **matematica**.		M			BP lavoro in gruppo
	Il progetto è stato alquanto coinvolgente				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	e condivido pienamente l'idea di aiutarsi fra compagni, specialmente nella mia classe.			R		OP apprendimento tra pari
	Talvolta è più facilmente comprensibile la spiegazione di un compagno rispetto a quella della professoressa. Effettivamente, spesso tra compagni ci si capisce meglio, i problemi sono condivisi, ci si relaziona meglio.	sì				utilità apprendimento
	Inoltre, il lavoro di gruppo non è altro che			R		OP apprendimento tra pari
	un modo più gradevole di lavorare.	sì			Diminuzione EN	Diminuzione DEN
	Esso ha fatto sì che il mio rapporto con la **matematica** fosse positivo.		M			DEP

	È stato importante trovarmi in un gruppo con il quale mi sono trovato a mio agio.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	I compiti corretti			R		OP valutazione formativa
	mi sono serviti molto ad identificare i miei errori e ad esercitarmi su di essi.					utilità apprendimento
	L'unico aspetto negativo può essere stata la presenza di una sola verifica finale che non rispecchiava la lunghezza del progetto.					
S	Ciò che ho apprezzato di più è stato proprio il lavoro di gruppo,			R		OP apprendimento tra pari
	in primis perché il mio gruppo era formato da persone molto collaborative, per cui mi è piaciuto lo scambio di idee avvenuto,				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	in secondo luogo perché il fatto che fossimo più teste ad affrontare insieme lo stesso argomento ha reso più facile la comprensione, chi non capiva qualcosa poteva farselo spiegare da un compagno.	sì				utilità apprendimento
	Il mio rapporto con la **matematica** è sempre lo stesso nel senso che non è né migliorato ne peggiorato.		M			DEN
	L'esperimento di creare un video è stato piuttosto carino e un modo per utilizzare dell'inventiva.					OP attività creative
	Gli aspetti positivi sono quindi sicuramente il lavoro il gruppo					OP apprendimento tra pari
	e gli **esercizi** svolti per ogni **argomento** che aiutavano a consolidare i vari metodi risolutivi.		M			
	Di aspetti negativi posso dire che avrei voluto approfondire di più alcune **coniche**.		M			
	Nell'insieme però è stata un'esperienza positiva.					OPG
S	L'esperienza di Flipped Math ci ha insegnato a lavorare in gruppo			R		OP apprendimento tra pari
	e ad aiutarci a vicenda, così che chi capiva un argomento poteva aiutare un altro compagno del gruppo, cui non era chiaro, in maniera più semplice					utilità apprendimento
	e senza la timidezza che può esserci con l'insegnante davanti a tutta la classe.				clima di classe rilassato	Diminuzione DEN
	Inoltre i vari argomenti erano introdotti attraverso la spiegazione del motivo per cui una certa **formula** era scritta in quel modo		M	R		OP apprendimento per problemi
	e sicuramente **questo** aiutava a stimolare il nostro interesse.		M		interesse	mot intrinseca
	Capire alcuni argomenti più velocemente di altri mi dava molta soddisfazione	sì	M		EP	DEP
	anche quando poi a casa riuscivo a fare gli **esercizi** senza avere grossi problemi		M	R		bisogno di competenza
	oppure ricevere la correzione dei compiti seppur con certi errori.		M			OP valutazione formativa
	Uno degli aspetti maggiormente positivi è stato sicuramente il progetto del video			R		OP attività creative

	che è stato molto divertente e allo stesso tempo produttivo				divertimento	mot intrinseca
	mentre un aspetto negativo poteva essere il poco tempo disponibile per le spiegazioni, ma si risolveva con le schede che avevamo disposizioni e gli esercizi per casa.					mancanza di tempo
S	L'esperienza del progetto flipped Math iniziato a ottobre, è stato interessante, molto utile, e anche il metodo di insegnamento penso sia stato adeguato.					OPG
	Per esempio lo studio di alcuni oggetti di uso comune, come la torcia o il telescopio, o la curiosità riguardante la chiesa di S.Andrea			R		OP ponte mate e realtà
	penso siano stati utili per assimilare i **concetti trattati a lezione**.		M			utilità apprendimento
	Perciò il fatto di scoprire da solo alcuni di questi **concetti**		M	R		bisogno di autonomia
						OP apprendimento per problemi
	mi ha portato ad essere più motivata del solito e ad impegnarmi di più nello studio,	sì				mot intrinseca
	anche perché il tempo a disposizione non era molto e parte dello studio doveva essere svolto autonomamente.					bisogno di autonomia
	Un altro aspetto, che sotto il mio punto di vista, è stato molto utile è stato il fatto di lavorare in gruppo.			R		OP apprendimento tra pari
	In questo modo tutti avevano la possibilità di mettersi in gioco, per esempio spiegando i compagni di gruppo alcuni **passaggi** non capiti,		M		bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	e di confrontarsi anche durante lo svolgimento degli **esercizi** in caso di bisogno.		M			utilità apprendimento
	Un altro elemento di questo percorso che penso ci abbia permesso di metterci ulteriormente alla prova è stato sicuramente il video riguardante l'utilizzo del telescopio,			R		OP attività creative
	perché ci ha permesso di ripassare molti argomenti in modo diverso dal solito, al quale non siamo abituati,					OP novità
	e al tempo stesso io e il mio gruppo ci siamo divertiti molto.				divertimento	mot intrinseca
	Mi sono trovata molto bene anche con la prof [...]			R	bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	che è stata sempre molto disponibile nei nostri confronti.					coinvolgimento interpersonale docente
	Personalmente non ho trovato aspetti negativi in questa esperienza e per quanto riguarda il mio rapporto con la **matematica** posso dire che mi sono sentita più motivata del solito, per esempio nel partecipare alle lezioni,	sì	M		coinvolgimento attivo	mot intrinseca

	ma in generale non è cambiato tanto perché comunque la materia mi piace e di solito mi impegno a capirla e studiarla.		M			BP matematica
S	Nonostante il tempo a disposizione fosse poco, grazie alle schede con la spiegazione caricate sul l'email era possibile chiarire eventuali dubbi.					
	Questo progetto mi ha fatto anche scoprire delle curiosità in altri ambiti, che però sono legati alla **matematica** (ad esempio lo specchio ustorio la chiesa di Sant'Andrea il telescopio riflettore).		M	R		OP ponte mate e realtà
	In questo modo la **matematica** mi è apparsa meno ostile	sì	M			Diminuzione DEN
	sono riuscita ad affrontare anche dei **problemi** che non pensavo di risolvere.	sì	M			Aumento di competenze percepite
	Il video finale è stata una delle cose che ho apprezzato di più			R		OP attività creative
	ed è stato molto divertente girarlo.				divertimento	mot intrinseca
	Consiglierei questa esperienza perché l'ho trovata utile				Desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
	e diverso dal solito.					ON novità
S	Ho trovato questo progetto molto interessante ed esaustivo.					OPG
	Mi è piaciuto il modo con cui si sono svolte le lezioni in classe, e le spiegazioni erano sempre chiare e precise,		M	R		utilità apprendimento
	grazie anche agli esempi fatti con **Geogebra**.		M			OP uso tecnologia
	Di grande aiuto sono state le schede inviate a casa giorno per giorno, con il riassunto della lezione, ma soprattutto è stato funzionale il ritiro dei compiti per correggerli,			R		OP valutazione formativa
	perché mi hanno aiutato a capire meglio e a migliorarmi.	sì				utilità apprendimento
	A me piacciono i lavori di gruppo,			R		BP lavoro in gruppo
	quindi non ho avuto difficoltà durante questo progetto.					OP apprendimento tra pari
	Mi sono trovata bene con il mio gruppo, abbiamo lavorato bene senza discussioni, aiutandoci l'uno con l'altra e partecipando sempre tutti.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Penso che questo progetto si potrebbe riproporre,			R	desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
	perché è un metodo diverso		M			OP novità
	e divertente per imparare la **matematica**		M		divertimento	mot intrinseca
	e ti aiuta a rimanere più concentrato.	sì			coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Mi sono sentita motivata					motivazione ?
	e molto soddisfatta,		M		EP	DEP
	perché gli **argomenti** i compiti svolti a casa sono riuscita a farli,		M	R		bisogno di competenza
	di conseguenza mi sentivo sicuro è pronta per la **verifica finale**.		M			livello di competenze

						percepite adeguato
	In realtà è stata un po' una delusione perché dopo il lavoro svolto a casa e a scuola non sono riuscita a dimostrare quello che avevo studiato. Infatti pur avendo svolto e capito, gli esercizi inviati a casa come preparazione, in verifica mi sono trovata disorientata perchè alcuni quesiti richiesti non corrispondevano alla metodologia delle attività svolte durante il progetto.					
S	Premetto che non amo lavorare in gruppo, perché faccio fatica a collaborare con altre persone per realizzare un obiettivo imposto da terzi, specialmente se coloro che lavorano con me non condividono il modo in cui io mi pongo davanti al problema da affrontare (se non sono appassionati come me, se non hanno voglia di impegnarsi, ecc.). Credo che lavorare insieme a volte non permetto di esprimere al meglio le proprie possibilità, infatti ho molto amato il momento della verifica individuale.					BN lavoro in gruppo
	devo dire che gli **esercizi** svolti erano semplici e molto comprensibili, grazie anche alla professoressa [...] che spiegava in maniera molto chiara gli argomenti		M			livello ottimale della sfida
	e aveva molta pazienza quando non capivamo un dettaglio.					coinvolgimento interpersonale docente
	Non mi sento molto in contatto con il mondo della **matematica**,		M			BN matematica
	ma affiancare gli argomenti trattati ad esempi reali (Piazza S.Pietro, la basilica di S.Andrea)		M			OP ponte mate e realtà
	mi hanno aiutata ad appassionarmi un po' di più al lavoro. Amo l'arte ed il fatto che vengano applicate ad essa leggi che la regolano e la equilibrano che talvolta si intersecano con la **materia della matematica**.	sì	M	R	interesse	mot intrinseca
	In conclusione ho apprezzato l'esperienza, sono convinta che sia un modo alternativo per studiar**la**		M			OPG
	ma rimango dell'idea che i lavori di gruppo siano limitanti, questa è solo una mia idea, comunque credo che sarebbe molto più stimolante ed appassionante una sfida, piuttosto che una collaborazione, poiché quando gli esercizi individuali gareggiava con i miei compagni per vedere chi terminava prima ero molto divertita e motivata a svolgere l'esercizio.					ON apprendimento tra pari

C.3.2 Liceo scientifico

Liceo scientifico A. Roiti (3°)						
S/D	**Sentences**	**C**	**M**	**R**	**Sub-category**	**Category**
S	Si tratta sicuramente di un'esperienza nuova, probabilmente è stato il primo esempio che abbiamo visto di attività didattica alternativa, diverso dalla solita lezione			R		OP novità
	e per questo già più interessante.				interesse	mot intrinseca
	Inoltre è la prima volta che abbiamo utilizzato tecnologia come smartphone e computer per la didattica, invece dei soliti libri cartacei e questo è sicuramente un punto a favore.					OP uso tecnologia
	Inoltre il fatto di divertirsi durante l'apprendimento			R	divertimento	mot intrinseca
	facilita la riuscita di quest'ultimo, quindi un altro punto a favore.					utilità apprendimento
	Il lavoro di gruppo, poi,			R		OP apprendimento tra pari
	permette lo scambio di pensieri e opinioni tra individui posti allo stesso livello, e questo favorisce lo sviluppo di un pensiero aperto ad altri punti di vista e alla collaborazione, introducendo l'alunno alle relazioni professionali.					utilità apprendimento
	Aspetto sicuramente apprezzato è stato quello degli **esempi di applicazione delle formule e dei modelli matematici** alla concreta realtà come i telescopi, le antenne paraboliche, gli specchi e le strutture architettoniche.		M	R		OP ponte mate e realtà
	Grazie a questo aspetto abbiamo avuto la sensazione di studiare qualcosa di veramente utile, nonché le altre cose che studiamo siano inutili ma spesso ci viene da chiederci che cosa le studiamo a fare.	sì	M			visione della matematica utile
	Infine, pur essendo partiti con la mentalità di divertirci imparando, siamo rimasti fortemente stupiti da questa attività con la quale ci siamo accorti di avere imparato l'argomento bene e con facilità,					utilità apprendimento
	e questa attività ci ha sorpresi fino alla fine, con video per la nuova compagna Sara,					OP attività creative
	e con il tema come compito per casa di matematica.					
D	Ripensando al percorso compiuto attraverso il progetto flipped math, credo che nel complesso sia stata un'esperienza positiva.					OPG
	Le attività svolte e gli **argomenti trattati** sono stati interessanti anche per la modalità con cui sono stati esaminati.		M	R	interesse	mot intrinseca
	Infatti credo che il fatto di partire **dall' esempio per poi arrivare alla teoria** con l'attiva partecipazione dello studente del percorso di studio,		M			OP apprendimento per problemi
	sia un efficace metodo di insegnamento e apprendimento.					utilità apprendimento

	Alcune difficoltà si sono riscontrate in particolare negli argomenti più impegnativi in cui si trattavano temi in cui era necessaria una certa **elasticità mentale e capacità di fare collegamenti** per giungere a un risultato. Ma questo problema è stato in parte risolto dal lavoro di gruppo,		M	R		OP apprendimento tra pari
	grazie al quale con l'unione delle varie idee dei componenti si è quasi sempre riusciti a raggiungere un risultato concreto.		M			utilità apprendimento
	Credo Inoltre siano stati di fondamentale importanza agli **esempi pratici** citati,		M	R		OP ponte mate e realtà
	poiché è più facile comprendere un argomento riconoscendolo in qualcosa di reale.	sì				utilità apprendimento
	Infine è stata molto utile la suddivisione con cui sono stati assegnati i compiti per casa che, essendo stati sempre una giusta quantità e di corretta difficoltà, hanno avuto ruolo positivo.					livello ottimale della sfida
	Alla fine del progetto posso affermare che gli **argomenti trattati** siano stati molto interessanti,		M	R	interesse	mot intrinseca
	soprattutto perché abbiamo potuto apprendere come la **matematica** possa essere applicata alla vita di tutti i giorni.		M			OP ponte mate e realtà
	È stato inoltre soddisfacente		M	R	EP	DEP
	capire	sì	M			bisogno di competenza
	di essere in grado di giungere	sì	M			livello di competenze percepite adeguato
	autonomamente		M			bisogno di autonomia
	alla definizione di concetti in questo caso, a proposito delle **sezioni coniche**.		M			OP apprendimento per problemi
D	Lavorare a gruppi			R		OP apprendimento tra pari
	è stato divertente e stimolante				divertimento	mot intrinseca
	poiché ciò ha portato a un diretto immediato confronto con i compagni,				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	tuttavia come spesso accade nei lavori di gruppo			R		ON apprendimento tra pari
	vi sono persone che si impegnano di più e persone che si impegnano di meno, questa ha portato diverse persone all'interno dei vari gruppi a farsi carico della maggior parte delle responsabilità.					no bisogno di relazionalità tra pari
	Per quanto riguarda le spiegazioni e lo studio, inizialmente ho avuto qualche difficoltà a inquadrare gli argomenti ma, paradossalmente, con l'ammontare di concetti si è creata una visione di insieme più ampia che mi ha permesso di capire in modo alquanto completo gli argomenti					utilità apprendimento

	e mi ritengo abbastanza soddisfatta del lavoro svolto.				EP	DEP
	Ha da fare un piccolo appunto riguardo le comunicazioni tra docenti e alunni, infatti trovo che l'utilizzo della mail sia un po' dispersivo e forse sarebbe stato più adeguato un'altra piattaforma.[...].					
	Ad ogni modo ho trovato questi incontri formativi,			R		OPG
	perché ritengo sia importante approcciarsi diversi metodi di insegnamento, e efficaci, perché gli argomenti sono stati appresi da me in maniera completa e rapida, infatti i ritmi sono stati i più spediti di quelli delle normali lezioni, forse anche per la mancanza di verifiche orali.					utilità apprendimento
S	L'esperienza del progetto flipped Math è stata molto interessante				interesse	mot intrinseca
	e coinvolgente.				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Per quanto mi riguarda, l'essermi imbattuto in un nuovo argomento e affrontare con l'aiuto di più persone			R		OP apprendimento tra pari
	mi è stato molto utile in quanto il confronto i dibattiti con gli altri studenti mi hanno aiutato ad essere molto serio nel lavoro e negli esercizi.					utilità apprendimento
	Inoltre trovo che l'organizzazione del lavoro e l'esposizione delle singole tematiche sia stato eccellente. Ho notato con piacere che tutti prestavano attenzione alla professoressa, chi prendendo appunti e chi facendo domande.					OPG
	Questo progetto mi ha ancora di più fatto capire l'importanza della **matematica** collegata anche a molti oggetti presenti nella realtà quotidiana.	sì	M			visione della matematica utile
	Mi sono divertito molto				divertimento	mot intrinseca
	e spero di ripetere progetti tipo questi in quanto			R	desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
	è stato molto coinvolgente.				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
S	L'esperienza di flipped Math è stata molto significativa a mio parere in quanto il metodo con cui abbiamo fatto le lezioni era molto buono.					OPG
	Il modo con cui per esempio si davano i compiti per casa pretendendo una **deduzione logica** senza la spiegazione e la **teoria**		M	R		OP apprendimento per problemi
	aiutava molto l'apprendimento.					utilità apprendimento
	Soprattutto i video			R		OP uso tecnologia
	mi hanno fatto aiutato per la comprensione dell'argomento.					utilità apprendimento
	Mi sono molto divertito				divertimento	mot intrinseca
	e ho provato molto interesse per **questo tipo di argomenti**		M	R	interesse	mot intrinseca
	sia per la loro semplicità sia per le spiegazioni fornite.		M			livello ottimale della sfida
	Il fatto che sia durato per un periodo così breve mi è dispiaciuto perché avrei volentieri continuato.[…]					OPG

D	Durante queste lezioni [...] siamo stati noi studenti, con l'aiuto [del docente], ricavare le **formule** per esempio delle **equazioni coniche**.		M	R		OP apprendimento per problemi
	Questo procedimento ci ha permesso di entrare più a fondo nell'argomento e capire veramente quelle **formule** nel momento in cui le applicavamo.	sì	M			utilità apprendimento
	Il tutto è stato reso ancora più interessante	sì	M	R	interesse	mot intrinseca
	da alcuni video realizzati con **GeoGebra**		M			OP uso tecnologia
	per farci comprendere meglio alcuni punti che con un semplice spiegazione risulterebbero non chiari o superficiali. Per esempio abbiamo potuto osservare il cambiamento di una **parabola** nel piano cartesiano al variare dei coefficienti a, b e c, rendendoci conto di come influiscono sul suo grafico.	sì	M			utilità apprendimento
	Le parti teoriche sono state organizzate quindi, con molta cura e in modo semplice, comprensibile a tutti.		M			livello ottimale della sfida
	D'altra parte arriva anche il momento di fare **esercizi** mettendo in pratica la teoria...questo a volte risultava più noioso (alcuni esercizi erano lunghi e intricati: bastava sbagliare un segno ed ero tutto da ricominciare)		M		EN	DEN
	e non sempre avevo la collaborazione del mio gruppo.					no bisogno di relazionalità tra pari
	Del resto mi sono sentita motivata a proseguire questo progetto perché, indipendentemente dal risultato della verifica,			R		mot intrinseca
	sento di aver compreso bene gli **argomenti trattati**, o per lo meno la maggior parte.		M			bisogno di competenza
	Ritengo infine che sia stato molto utile e prezioso per consapevolizzarci negli argomenti trattati e aumentare le nostre **conoscenze matematiche**.		M			utilità apprendimento
S	Trovo che ci siano aspetti positivi e negativi in questa esperienza del progetto flipped math.					
	Quelli positivi sono: lavorare in gruppo,			R		OP apprendimento tra pari
	che ha reso la lezione più divertente	sì			divertimento	mot intrinseca
	e ha fatto crescere in noi più spirito di collaborazione di aiuto verso i compagni in difficoltà.	sì			bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Lavorare con degli esempi che illustravano l'**argomento o casi particolari** inerenti adesso (specchio ustorio, telescopio di casse grande, eccetera.)		M	R		OP ponte mate e realtà
	che hanno aumentato la nostra attenzione il nostro impegno per capir**le** comprenderli.	sì	M		coinvolgimento attivo	mot intrinseca

	Lavorare con foto e video			R		OP uso tecnologia
	che ci hanno permesso di inquadrare meglio l'argomento.	sì				utilità apprendimento
	Lavorare con il materiale in pdf, molto più chiaro e sintetico del libro di matematica di scuola.					
	Quelli negativi sono stati lavorare ricavando **la teoria degli esercizi,**		M	R		ON apprendimento per problemi
	poiché non essendo abituati a questo metodo,					ON novità
	i **concetti teorici** non gli abbiamo assimilati subito come invece avremmo fatto se avessimo lavorato prima sulla teoria e poi sulla pratica.		M			no utilità apprendimento
S	L'esperienza Flipped Math è stata sicuramente un modo più divertente per studiare la **matematica**.	sì	M		divertimento	mot intrinseca
	Infatti l'utilizzo del metodo **deduttivo** anziché quello **induttivo** per studiare le **coniche**		M	R		OP apprendimento per problemi
	è servito anche per sviluppare **abilità logiche**, imparando i concetti generali partendo da esempi.		M			utilità apprendimento
	Inoltre la possibilità di compiere l'esperienza in gruppo			R		OP apprendimento tra pari
	ha alleggerito il tutto.	sì			clima di classe rilassato	Diminuzione DEN
	Durante l'intera esperienza mi sono sentito motivato			R		motivazione ?
	facendo spesso errori ma capendoli, al punto da ridurne il numero col tempo.		M			bisogno di competenza
	In alcuni momenti mi è capitato di non riuscire a risolvere degli esercizi a casa ma grazie alle schede alla disponibilità [del docente]			R		coinvolgimento interpersonale docente
	non è stato difficile capire gli errori fatti.					utilità apprendimento
	È stato anche molto divertente		M	R	divertimento	mot intrinseca
	l'applicazione delle **coniche** a oggetti e edifici nella realtà come chiesa e telescopio.		M			OP ponte mate e realtà
	Posso dire in conclusione che la **matematica** può risultare più divertente	sì	M		divertimento	mot intrinseca
	se studiata con nuovi metodi e per niente noiosi.				Diminuzione EN	Diminuzione DEN
S	Non mi sono trovato benissimo con questo metodo					ONG
	infatti non sempre sono riuscito a stampare il materiale inviato, trovandomi a volte in difficoltà.					ON uso tecnologia
	Mi sono trovato bene con gli esempi pratici e i video che la prof ci ha mandato, li ho trovati esplicativi e di facile comprensione,					OP ponte mate e realtà

	ho apprezzato il fatto di lavorare in gruppo			R		OP apprendimento tra pari
	che mi ha permesso di condividere le mie idee e opinioni con i miei compagni.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Ho affrontato il progetto con molta tranquillità e motivazione			R	EP	DEP
	e motivazione					motivazione ?
	forse a causa della mancanza di una eccessiva pressione da parte degli insegnanti,	sì			clima di classe rilassato	Diminuzione DEN
	nonostante ciò ho affrontato gli **esercizi** e il **test finale** senza troppe difficoltà		M			livello ottimale della sfida
	e senza tipo di lacuna.					utilità apprendimento
	Ho apprezzato il fatto che le professoressa sia stata molto disponibile nei confronti di noi ragazzi rispondendo con cortesia alle nostre richieste.					coinvolgimento interpersonale docente
	L'unica pecca di questo progetto è stato non avere tutto il materiale su un unico libro o fascicolo e perciò, come ho detto in precedenza, non aver avuto in alcune lezioni tutto l'occorrente.					
	In conclusione penso che il progetto sia stato utile e coinvolgente, il metodo di insegnamento dell'insegnante è stato efficace per la comprensione degli argomenti e il metodo è stato chiaro è esplicativo.					utilità apprendimento
S	L'esperienza del progetto Flipped Math a mio parere è stata molto interessante			R	interesse	mot intrinseca
	e utile,					utilità apprendimento
	perché mi ha fatto conoscere un nuovo modo di apprendere un argomento che si poteva trattare in modo molto più statico ovvero quello di leggere il libro e ascoltare la professoressa.	sì			coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Mi ha fatto sentire molto motivato			R		motivazione ?
	perché ho avuto l'occasione di imparare cose nuove anche con l'uso della tecnologia, cosa che al liceo scientifico tradizionale non facciamo molto spesso.					OP uso tecnologia
	L'unico punto negativo a mio parere è la velocità del passaggio da un argomento all'altro, per il resto tutto molto bello.					mancanza di tempo
S	Questa attività mi è piaciuta molto			R		OPG
	perché secondo me abbiamo imparato un nuovo argomento in modo più piacevole più coinvolgente.	sì			coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	A parere mio di aspetti negativi non ce ne sono. Di aspetti positivi Invece secondo me ce ne sono diversi in questa esperienza:					OPG
	tra di noi abbiamo collaborato ci siamo conosciuti anche di più.	sì			bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Il mio rapporto con la **matematica** è stato bello e piacevole		M			DEP

	mi sono sentito molto motivato nel imparare un nuovo **argomento**		M			motivazione ?
	e nell'aiutare i miei compagni di gruppo negli **esercizi.**		M		bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Secondo me sarebbe da rifare e la consiglierei a tutti come esperienza.					OPG
	Il progetto flipped Math appena concluso in classe credo sia stato svolto al meglio e abbia portato buoni risultati,					OPG
	per quanto riguarda me credo di aver capito bene gli argomenti.					utilità apprendimento
	Inoltre ho apprezzato molto il metodo poiché credo che il fatto di usare il ragionamento per ricavare **formule e equazioni** prima sconosciute		M	R		OP apprendimento per problemi
S	aiuti molto a comprendere quest'ultima.		M			utilità apprendimento
	Apprezzato molto anche l'utilizzo di esempi,			R		OP ponte mate e realtà
	per facilitare la comprensione degli argomenti, come lo specchio ustorio o la cupola di sant'andrea.					utilità apprendimento
	In conclusione credo che sia stato un'esperienza ben riuscita e che ha portato alla comprensione dell'argomento.					OPG
	questo progetto è stato interessante piacevole da fare.				interesse	mot intrinseca
	È stato bello vedere come la nostra classe abbia imparato le **sezioni coniche** senza alcuna preparazione pre progetto.		M			bisogno di autonomia
S	Ognuno di noi, ha cercato di ricavare le **formule**		M			OP apprendimento per problemi
	con l'aiuto dei suoi compagni di lavoro,			R		OP apprendimento tra pari
	e questo è stato strano è curioso, oserei dire perché siamo abituati a studiare direttamente le **formule**.		M		curiosità	mot intrinseca
	Questa esperienza però, per quanto mi riguarda, ho avuto modo di approcciarmi alla **matematica** secondo un'ottica alternativa e innovativa,		M	R		visione della matematica utile
	che mi ha talvolta permesso un maggior coinvolgimento alla lezione.	sì	M		coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Mi sono sentita motivata a interessarmi alle spiegazioni e a studiare a casa con impegno perché, oltre a piacermi l'argomento trattato,			R	interesse	mot intrinseca
S	si era creata all'interno del mio gruppo di lavoro una bella atmosfera.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Credo che ciò non sia avvenuto alla stessa maniera anche negli altri gruppi in quanto erano talvolta squilibrati per la presenza di studenti più o meno dediti all'apprendimento.					no bisogno di relazionalità tra pari
	Ho apprezzato molto la decisione di una divisione in gruppi			R		OP apprendimento tra pari

	che potesse permettere una collaborazione maggiore tra studenti e un confronto.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Mi ha colpito molto, e quindi interessato		M	R	interesse	mot intrinseca
	e coinvolto,		M		coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	la richiesta all'allievo di un **ragionamento** seguito all'osservazione di un fenomeno, che possa portare alla **regola matematica**.		M			OP apprendimento per problemi
	Un aspetto negativo si è rivelato essere l'incomprensione		M	R		no utilità apprendimento
	del processo che conduce alla **formula**.		M			ON apprendimento per problemi
	L'assenza del libro di testo a cui far riferimento esorta lo studente a prestare una maggiore attenzione, ma contemporaneamente precludere esigenza di uno studio più approfondito a casa.					ONG
S	Del progetto Flipped Math mi è piaciuta l'organizzazione: il fatto che ogni lezione si studiava un argomento nuovo o si approfondivano caratteristiche dell'argomento precedente senza però tralasciare di spiegare dubbi e perplessità della lezione precedente.					OPG
	Anche l'efficienza è un lato positivo di questo progetto			R		utilità apprendimento
	perché il giorno successivo della consegna dei compiti svolti a casa ricevevamo sempre la correzione.					OP valutazione formativa
	Talvolta il compito richiesto consisteva in un **ragionamento** seguito all'osservazione di un video rappresentante un fenomeno a cui si giungeva alla **regola matematica**.		M			
	Inoltre le mail, a parte per i primi giorni, sono sempre state chiare e sono arrivate ad orari consoni in modo tale che noi avessimo il tempo necessario di svolgere gli esercizi a rileggere la spiegazione del giorno.					
	Mi è piaciuto anche il lavoro svolto all'interno di gruppi, forse in alcuni casi un po' squilibrati.					OP apprendimento tra pari
	In conclusione posso dire di avere avuto un'ottima impressione riguardo questo progetto e chi lo organizza e mi piacerebbe rifarlo.					OPG
D	Ripensando alle attività svolte in classe e a casa, ricordo il tempo trascorso prima dell'inizio di questo progetto e quale fosse il mio interesse verso la matematica.					
	Trovo che con l'inizio del progetto flipped Math sia aumentata la mia motivazione nello studio della **matematica**,	sì	M	R		mot intrinseca

	soprattutto grazie al lavoro collettivo che alternato lo studio individuale		M			OP apprendimento tra pari
	mi ha permesso di confrontare gli **esercizi svolti** da me con quelli dei miei compagni di classe.		M			utilità apprendimento
	Oltretutto la consegna del video, poco prima della verifica,			R		OP attività creative
	ha fatto sì che io i miei compagni ci ritrovassimo in ore extrascolastiche per ripassare tutto il programma svolto facendo le riprese.					utilità apprendimento
	Nel periodo trascorso insieme lo **studio della matematica** è stato associato al tempo libero, di svago, che passo con i miei amici, rendendola attività molto interessante		M		interesse	mot intrinseca
	e spingendomi ad impegnarmi nello studio, per raggiungere un risultato che non dimostri solo il mio impegno personale ma anche quello collettivo.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
S	Ho trovato l'attività molto interessante e realizzata bene.					OPG
	Ho apprezzato anche la scelta di dividerci in gruppi			R		OP apprendimento tra pari
	e in questo modo allietarci la spiegazione e gli esercizi.					Diminuzione DEN
	Inoltre mi è piaciuto molto realizzare il video esplicativo **sulle coniche** per la nostra "amica Sara"		M	R		OP attività creative
	perché ci siamo molto impegnati ed è venuto fuori una bellissima e divertentissima esperienza.				divertimento	mot intrinseca
	L'unico punto a sfavore di tutto questo tipo di studio per me è stata la mancanza di materiale teorico per iscritto (libro) ma solo fogli sparsi con tanta confusione.					
	Nonostante ciò, se avevi dubbi, potevi chiedere alla professoressa […] che ti chiariva qualsiasi cosa in un secondo.					coinvolgimento interpersonale docente
	Detto ciò sono molto soddisfatto e spero di poter fare un altro progetto di questo genere in futuro.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	Il progetto Flipped Math mi è piaciuto molto.					OPG
	Io credo che questo progetto ci abbia aiutato ad imparare più facilmente l'argomento	sì				utilità apprendimento
	oltre a farci divertire.				divertimento	mot intrinseca
	Ogni volta che cominciavamo la lezione mi sentivo felice ed entusiasta.				EP	DEP
	Attraverso l'uso del computer			R		OP uso tecnologia
	del lavoro di squadra					OP apprendimento tra pari
	provavo molta gioia nello studiare l'**argomento**.		M		EP	DEP
	Mi sono divertito molto				divertimento	mot intrinseca
	nel mio gruppo e nonostante scherzavamo riuscivamo sempre a completare il lavoro richiesto.					OP apprendimento tra pari

	Credo che l'unico aspetto negativo sia il fatto che uno si deve abituare a questo metodo di studio.					ON novità
	Credo anche che il lavoro da svolgere a casa era giusto, di quantità ed interessante, lo stesso per il lavoro in classe.					livello ottimale della sfida
	Le mie parti preferite del progetto sono: la realizzazione del video,			R		OP attività creative
	che ci ha permesso di ripassare prima della verifica					utilità apprendimento
	e di divertirci creando qualcosa di speciale,				divertimento	mot intrinseca
	e i lavori che abbiamo visto su **GeoGebra**.		M			OP uso tecnologia
	Rifarei questo progetto molto volentieri anche su altri argomenti.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
D	Io penso che le attività riguardante le **coniche** svolte in classe sia stata veramente istruttiva è spiegata molto bene.		M			OPG
	Siamo partiti da esempi molto semplici come lo specchio ustorio per poter spiegare le figure prese in considerazione, in questo caso la **parabola**. Abbiamo visto dei video a riguardo		M	R		OP ponte mate e realtà
	e penso che questo abbia facilitato l'apprendimento noi studenti. […]	sì	M			utilità apprendimento
	Abbiamo affrontato questi argomenti con l'ausilio di **GeoGebra**		M	R		OP uso tecnologia
	e penso che questo abbia attirato l'attenzione di noi studenti, soprattutto per vedere come la **variazione di certi parametri** influisce sulla rappresentazione grafica della figura.		M		interesse	mot intrinseca
	[...]Successivamente, siamo andati ad affrontare un argomento un po' diverso da quelli affrontati finora, il telescopio riflettore.			R		OP ponte mate e realtà
	Penso che la scoperta del funzionamento di uno strumento così comune abbia incuriosito è attirato l'attenzione di tutta la classe, essendo una cosa molto interessante. [...]				interesse	mot intrinseca
	In generale trovo l'esperienza fatta molto utile					utilità apprendimento
	e il fatto che la professoressa [...] l'abbia spiegata molto bene con l'ausilio di supporti visivi			R		OP uso tecnologia
	ha sicuramente facilitato l'ascolto è la comprensione della lezione.					utilità apprendimento
	Il momento più soddisfacente per noi penso fosse il poter **osservare graficamente i propri calcoli e risultati ottenuti**.		M			
	[…]In generale ho trovato un laboratorio molto interessante				interesse	mot intrinseca
	soprattutto trovo che gli **argomenti** trattati siano stati spiegati molto bene e molto chiaramente,		M	R		livello ottimale della sfida
	permettendo una buona comprensione da parte di tutta la classe.		M			utilità apprendimento
S	L'esperienza del progetto flipped Math è stata tutto sommato positiva: siamo arrivati a conoscere, anche se non in tutti i loro aspetti, le **coniche** e a operare con queste.		M			OPG
	Ciò che ha stimolato maggiormente l' interesse,		M	R	interesse	mot intrinseca

	personalmente, è stato il fatto che abbiamo definito queste curve partendo da fenomeni reali che possiamo osservare nel concreto.					OP ponte mate e realtà
	Questo perché ha permesso di riflettere riguardo qualcosa cui spesso non pensiamo tutto il mondo in cui viviamo è governato, prima di tutto, dalla **matematica** e dalla fisica.		M	R		visione della matematica utile
	Perciò, pensando un po' di più a questo aspetto, mi sono sentita maggiormente motivata e anche più incuriosita,	sì			curiosità	mot intrinseca
	anche perché fare lezioni così è stato una novità e le cose nuove stuzzicano sempre un po' di più.					OP novità
	Concludendo, a parere mio, gli aspetti più positivi sono stati appunto questo maggiore interesse e coinvolgimento, […].	sì			coinvolgimento attivo	mot intrinseca
S	[...] Mi è piaciuta molto l'idea di lavorare in gruppo, che inoltre mi sono sembrati equilibrati e omogenei.					OP apprendimento tra pari
	Il mio gruppo era molto affiatato e anche competitivo,				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	soprattutto nella realizzazione del video sul telescopio,			R		OP attività creative
	di cui sono molto soddisfatta, [...].				EP	DEP
	Un aspetto positivo è stato sicuramente **ricavare la teoria degli esercizi** poiché anche se è un metodo a cui non eravamo abituati,		M			OP apprendimento per problemi
	sono riuscita ad apprendere i **concetti**		M	R		bisogno di competenza
	e mi è piaciuto riuscire a ricavar**li** senza studiarli precedentemente.		M			bisogno di autonomia
	Sono stata capace di capire realmente cosa sono le **coniche e a cosa possono servire**		M	R		utilità apprendimento
						bisogno di competenza
	grazie al video, foto ed esempi visto in classe, come telescopio, gli specchi parabolici, iperbolici, nella chiesa di sant'andrea, ecc.		M			OP ponte mate e realtà
	Ho apprezzato molto il materiale PDF che la Prof ci ha inviato per email, poiché era molto più chiaro di un libro di matematica anche se sintetico.					

	Penso che ci sia stata una buona collaborazione da parte della classe,			R	bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	motivata sicuramente dalla professoressa [...], la quale ha sempre risposto pazientemente alle nostre domande.					coinvolgimento interpersonale docente
	Credo che questo progetto sia un buon metodo di insegnamento e che debba essere più utilizzato.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	Analizzarò l'esperienza Flipped Math dal punto di vista oggettivo e da quello soggettivo, e dividerò quindi il tempo in due sezioni. [...] Siamo Infatti giunti alla comprensione, sebbene superficiale, complessivamente completa degli argomenti svolti ed il presupposto dell'attività, quello di arrivare alla comprensione tramite il ragionamento, ha certamente funzionato.					
	La divisione in gruppi			R		OP apprendimento tra pari
	ha permesso un certo lavoro di squadra in quanto i più veloci hanno potuto aiutare i più lenti nella comprensione delle attività, [...].				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Dal punto di vista soggettivo l'attività mi è piuttosto piaciuta. [...], l'attività mi ha comunque attratto					OPG
	ed il fatto di lavorare in gruppo è stato stimolante:			R		OP apprendimento tra pari
	mi piace interagire durante le lezioni, sia con gli altri studenti				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	che con l'insegnante ed in queste ore ho potuto fare ciò.				bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	Particolarmente interessante è stato l'uso di strumenti tecnologici,					OP uso tecnologia
	ed inoltre a casa mi sono sentito stimolato nel fare i compiti ed eventualmente controllarli con appositi programmi.					
	[…] Concludendo, Flipped Math mi è piaciuto e ho trovato che sia un'ottima attività di formazione.					OPG
	Può stimolare l'interesse nella matematica e non trascurare l'apprendimento del l'oggetto del progetto.		M		interesse	mot intrinseca

Liceo scientifico A. Roiti (3°)						
S/D	**Sentences**	**C**	**M**	**R**	**Sub-category**	**Category**
S	Il progetto Flipped Math è stato molto interessante				interesse	mot intrinseca
	e coinvolgente mi sono sentita molto presa rispetto alle solite lezioni che svolgiamo in classe nelle quali è semplice distrarsi,	sì			coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	lavorare così a gruppi,			R		OP apprendimento tra pari
	ti sollecita a stare attento e soprattutto ti sollecita a fare esercizio con i compagni ...				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	cosa che ritengo molto utile.					utilità apprendimento
	Anche se certe cose non le ho capite essendo stata assente un paio di giorni mi sembra che questo metodo mi abbia aiutato di più, o perlomeno mi faccia capire meglio.	sì				utilità apprendimento
	Facendo questo progetto mi sono quindi sentita coinvolta				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	e anche divertita.				divertimento	mot intrinseca
	La **matematica** non è una materia che mi attira, non mi piace e faccio fatica a capirla. Quando finalmente riesco a capirla, faccio gli esercizi a casa che mi vengono mentre nelle verifiche non riesco.		M	R		livello di competenze percepite basso
						DEN
						BN matematica
	Mi sono sentita più motivata, coinvolta come ho già scritto,	sì			coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	dai lavori di gruppo soprattutto			R		OP apprendimento tra pari
	e anche dalle ragazze che lo svolgevano.					
	Le cose negative sono: il poco tempo dedicato alle cose, secondo me sono state fatte troppe cose per così tanto tempo.					mancanza di tempo
	Sono stati spiegati poco gli **argomenti**, fare **esercizio** di gruppo è utile ma secondo me serviva la spiegazione più approfondita. Inoltre anche fare **esercizi** insieme di tutte le tipologie è molto utile.		M			ONG
S	In generale il progetto Flipped Math è stata un'esperienza positiva e mi è piaciuta.					OPG
	Gli aspetti maggiormente positivi, secondo me sono stati la cooperazione tra noi ragazzi, che abbiamo lavorato in gruppo aiutandoci l'un l'altro,			R		OP apprendimento tra pari
					bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	e le spiegazioni chiare da parte delle insegnanti che ci hanno fornito molti esempi anche grazie all'uso di **GeoGebra**, video su YouTube o		M	R		OP uso tecnologia
	esempi concreti		M			OP ponte mate e realtà

	che hanno anche reso le lezioni più coinvolgenti.	sì	M		coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	A mio parere l'esperienza è stata positiva anche perché ci venivano inviati volta per volta riassunti delle lezioni così da poter rimanere sempre al passo. Forse sarebbe stato meglio se avessimo approfondito di più gli argomenti trattati, essendo noi ad un liceo scientifico,					
	probabilmente questo non è stato fatto per mancanza di tempo.					mancanza di tempo
	Nonostante questo l'esperienza mi è piaciuta e ho capito gli argomenti senza troppe difficoltà.					OPG
S	Il progetto Flipped Math si è rivelato più producente di quello che mi aspettavo.					scetticismo iniziale riguardo al progetto
	Attraverso le spiegazioni in classe, ma anche grazie alle dettagliate email alcune volte più comprensibili del libro di testo, sono riuscita a comprendere più facilmente molti concetti.	sì				utilità apprendimento
	Mi sono sentita incentivata a svolgere gli **esercizi per casa** in modo corretto ogni volta perché sapevo che ci sarebbe stato qualcuno pronto a correggermili, cosa che non accade più da molti anni.		M			OP valutazione formativa
	Devo ammettere però che all'inizio di questo percorso didattico non ero molto sicura incentivata.					scetticismo iniziale riguardo al progetto
	Avrei preferito a volte non svolgere ogni lezioni in gruppo perché basandomi sul primo test che abbiamo svolto avete determinato i bravi e quelli scarsi così facendo			R		ON apprendimento tra pari
	mi sono ritrovato in un gruppo con due persone andate molto bene che alcune volte non permettevano o davano il tempo di capire agli altri.					no bisogno di relazionalità tra pari
	Però è stato anche molto utile			R		utilità apprendimento
	avere qualcuno a cui chiedere se no non capivo un concerto					OP apprendimento tra pari
	Anche la presenza di voi studentessa universitarie è stata molto utile perché avete avuto un approccio con noi studenti diverso da quello a cui siamo abituati.					OP novità
	Parlando con studenti di altre sezioni, che in questo periodo stanno facendo anche loro le **coniche**, ho scoperto che noi abbiamo intrapreso, un percorso un po' più difficile complesso, in mia opinione, imparando solo le basi delle coniche in modo orizzontale e non approfondendo più di tanto, cosa che però adesso si complicherà.		M			

	Del compito svolto in classe lunedì sinceramente non so cosa aspettarmi, io sono impegnata molto e spero in un risultato almeno sufficiente.					mot estrinseca
S	Il progetto Flipped Math mi è piaciuto molto, l'ho trovato molto costruttivo					OPG
	e anche più coinvolgente rispetto alle lezioni frontali che di solito si fanno.	sì			coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	All'inizio l'**argomento** mi sembrava un po' difficile poi ho iniziato a capirlo meglio.		M			
	Il mio rapporto con la **matematica** non è facile perché molte volte penso di aver capito un argomento poi nella verifica ottengo scarsi risultati.		M	R		livello di competenze percepite basso
						BN matematica
	In questo progetto ho cercato di impegnarmi davvero spero che il lavoro che ho fatto sia stato fruttuoso nei risultati finali della verifica.					mot estrinseca
	Mi sono sentita motivata soprattutto per alzare la media, non proprio positiva, soprattutto una decina di giorni prima del compito ha fatto molti esercizi in modo di arrivarci il più preparata possibile.					mot estrinseca
	Gli aspetti positivi sono il lavoro di gruppo,			R		OP apprendimento tra pari
	così uno riesce a ragionare e confrontarsi con gli altri					utilità apprendimento
	e un'altra cosa positiva è stata la disponibilità delle ragazze riguardo ad ogni nostro dubbio.					coinvolgimento interpersonale docente
S	Il progetto Flipped Math mi è complessivamente piaciuto,					OPG
	il fatto di lavorare in gruppo			R		OP apprendimento tra pari
	mi ha stimolato a partecipare e ad ascoltare le lezioni				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	così da poter dare un aiuto durante gli esercizi insieme.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità tra pari
	In generale il rapporto sia in classe che a scuola con i compiti di **matematica** è sempre stato sereno e rilassato,	sì	M	R	EP	DEP
	mai stressato e ansioso (come lo è al solito)	sì	M		clima di classe rilassato	Diminuzione DEN
	che mi ha aiutato e motivato a continuare a studiare.		M			motivazione ?
	E' stato anche molto interessante		M	R	interesse	mot intrinseca
	vedere come le **sezioni coniche** siano una costante nella nostra vita quotidiana, di come la **matematica** si concretizzi nella realtà		M			OP ponte mate e realtà

	e di quanto questa ci sia utile e nello stretto legame di essa con l'arte.					visione della matematica utile
	Per concludere questo progetto mi ha fatto aprire un po' di più gli occhi su ciò che ci circonda.					
S	L'esperienza dell'attività Flipped Math mi ha complessivamente coinvolto,				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	anche se all'inizio mi è risultata difficile da digerire perché, ma a mio parere, può essere monotona,					scetticismo iniziale riguardo al progetto
	tuttavia dopo mi sono comunque stimolato nell'apprendimento di nuovi argomenti.					OPG
	Ho trovato stimolante il ricavare le **formule**,		M	R		OP apprendimento per problemi
	dato che ritengo che sia un metodo che stimoli l'interesse.		M		interesse	mot intrinseca
S	Ritengo che questa attività sia stata utile per l'apprendimento degli **argomenti trattati**.		M			utilità apprendimento
	Le ragazze sono state esaustive e il nuovo metodo mi è sembrato più coinvolgente rispeto rispetto alla normale spiegazione.	sì			coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	L'esperienza mi è piaciuta					OPG
	e ho cercato di impegnarmi il più possibile per riuscire negli **esercizi**.		M			
S	Questo progetto si è rivelato molto interessante ed utile					OPG
	è riuscito a coinvolgerci molto bene				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	e a farci notare come quello che noi studiamo a scuola, appartiene, e ne abbiamo la prova, alla realtà.					OP ponte mate e realtà
	Le emozioni che ho provato sono state diverse,					
	quando riuscivo a svolgere l'**esercizio** richiesto ero fiera di me,		M	R	EP	DEP
						bisogno di competenza
	ma quando non sapevo come fare e,		M	R		no bisogno di competenza
	all'interno del mio gruppo avevo persone che non avevano voglia di collaborare,					no bisogno di relazionalità tra pari
	mi sentivo un po' a disagio.				EN	DEN
	Nonostante questo particolare a me la **matematica** piace molto		M	R		BP matematica
	perciò ho apprezzato molto il progetto.		M			OPG
	Gli aspetti più positivo sono stati il poter vedere attraverso il computer come **cambiavano le sezioni coniche al variare dei rispettivi valori**		M			OP uso tecnologia

	e la piazza di San Pietro.		M			OP ponte mate e realtà
	Gli aspetti negativi sono stati il gruppo non troppo funzionale					no bisogno di relazionalità tra pari
	e le troppe poche lezioni.					mancanza di tempo
	Sono stata molto contenta di aver potuto fare questa esperienza con voi, grazie mille!				bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
S	Per me questo progetto ha avuto lati positivi e negativi, ma in generale credo abbia facilitato l'apprendimento.					utilità apprendimento
	I lati positivi sono senza dubbio il lavoro in gruppo,			R		OP apprendimento tra pari
	grazie al quale ci si può confrontare facilmente con i compagni cosa che per me è utile.					utilità apprendimento
	Inoltre è stato interessante l'uso della proiezione			R		OP uso tecnologia
	per fissare meglio i concetti.	sì				utilità apprendimento
	Tra i lati negativi probabilmente inserirei la continua volontà di continuare ad introdurre gli argomenti tramite filmati a volte troppo facili per una terza liceo.					ON ponte mate e realtà
	Complessivamente è stata un'esperienza positiva.					OPG
S	L'attività didattica flipped Math l'ho trovata interessante,					OPG
	perché l'idea di far giungere gli studenti alle **formule** definitive piuttosto che esporle come in una normale lezione, secondo me ha funzionato.		M	R		OP apprendimento per problemi
	In particolare mi sono sentito più incuriosito	sì	M		curiosità	mot intrinseca
	e coinvolto rispetto a una normale lezione di **matematica**.	sì	M		coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Un aspetto da migliorare potrebbe essere eccessiva facilità di alcuni **esercizi** che,		M	R		no livello ottimale della sfida
	resi più difficili sono più allettanti e stimolanti per gli studenti.		M			no bisogno di competenza
S	Questo progetto […] mi è abbastanza piaciuto.					OPG
	Il metodo di insegnamento è nuovo per me è la mia classe, noi affrontiamo in modo diverso le lezioni. Credo che se avessimo affrontato gli argomenti più difficili e complicati avrei avuto difficoltà con il metodo di insegnamento, perché comunque non sono abituato.					ON novità
	Credo che le docenti siano riuscite a interessare di più gli alunni	sì		R	interesse	mot intrinseca
	attraverso i video su youtube,					OP uso tecnologia

	i lavori di gruppo, ecc.					OP apprendimento tra pari
	Secondo me, sarebbe servito fare più lavoro alla lavagna tutti insieme,			R		no utilità apprendimento
	piuttosto che divisi a gruppi.					ON apprendimento tra pari
	Per il resto sono contento e la proporrei anche ad altri classi.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	Ci è stato concesso di avvicinarci gradualmente ai concetti attraverso un percorso non solo cartaceo ma anche digitale. Guardare dei video è un modo davvero stimolante e funzionale			R		OP uso tecnologia
	perché cattura al meglio l'attenzione	sì			interesse	mot intrinseca
	e lascia ben impresso in mente quanto ho appreso durante l'ora.					utilità apprendimento
	L'unica pecca che ho trovato, per quanto mi riguarda, è stato il lavorare ogni volta in gruppo			R		ON apprendimento tra pari
	alternando il lavoro individuale a quello collettivo, secondo me, consente meglio di mettersi alla prova, di misurare le proprie capacità e di valutare i propri limiti.					no bisogno di competenza
	anche se è un modo coinvolgente per eseguire gli **esercizi**,		M	R		OP apprendimento tra pari
					coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Nonostante questo, mi sono trovata davvero bene			R	bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	perché siamo stati seguiti molto sia a casa che a scuola, abbiamo avuto molti aiuti e siete state sempre disponibili quando ne avevamo bisogno io.					coinvolgimento interpersonale docente
D	Questa esperienza personalmente mi è piaciuta molto,					OPG
	ho avuto modo di sperimentare un nuovo approccio con la matematica **deducendo i concetti tramite ragionamento**, e non imparando la solita formula a memoria.		M			OP apprendimento per problemi
	Credo che lavorare in gruppo			R		OP apprendimento tra pari
	mi abbia motivato di più	sì				motivazione ?
	e i vari video proiettati					OP uso tecnologia
	rendevano più interessante e dinamica la lezione.	sì		R	interesse	mot intrinseca
	Ho trovato inoltre molto stimolante				interesse	mot intrinseca
	poter trovare delle applicazioni nel nostro quotidiano, come ad esempio il funzionamento del recettore parabolico.		M	R		OP ponte mate e realtà

	Inizialmente non ero molto entusiasta di dover fare un video, anche perché non sono mai stata molto pratica di computer, ma alla fine è risultato un progetto			R		OP attività creative
	divertente				divertimento	mot intrinseca
	e diverso dal solito					OP novità
	che mi ha saputo dare anche soddisfazione.				EP	DEP
	Vi ringrazio per la vostra disponibilità			R	bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	nell'ascoltare i nostri dubbi per la pazienza che avete portato					coinvolgimento interpersonale docente
	e per aver reso più leggere e piacevoli lezioni di matematica.	sì	M		clima di classe rilassato	Diminuzione DEN
D	L'esperienza Flipped Math non mi ha convinto pienamente fin da subito,			R		scetticismo iniziale riguardo al progetto
	probabilmente perché impaurito dal fatto che, non essendo un asso in matematica, avrei incontrato diversi problemi, soprattutto per la risoluzione degli esercizi.		M			livello di competenze percepite basso
						BN matematica
	Mi sono però dovuto ricredere e sono rimasto piacevolmente colpito.					OPG
	La divisione in gruppi l'ho trovata molto efficace,					OP apprendimento tra pari
	soprattutto alla stimolazione verso gli argomenti					
	dovuta al dover **ragionare sui dati** e ricavare da essi le **formule** e i **procedimenti**.		M			OP apprendimento per problemi
	Anche il progetto video l'ho trovato un'attività diversa dal solito			R		OP attività creative
	ma comunque coinvolgente				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	e utile per fissare i **concetti**.		M			utilità apprendimento
S	Sono rimasto entusiasta da questo percorso					OPG
	e trovo che questo metodo di approccio alla matematica sia molto interessante e che possa invogliare maggiormente gli studenti a studiare.	sì	M		interesse	mot intrinseca
	Secondo me il metodo per cui sono gli studenti ad analizzare i **vari casi** e sono essi stessi a ricavare le **formule**		M	R		OP apprendimento per problemi
	rende lo studio di questa materia più attivo e coinvolge anche gli alunni che altrimenti parteciperebbero passivamente alle lezioni distraendosi e annoiandosi.	sì	M		coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Vuole essere anche, quindi, un modo per rendere divertente la matematica.		M		divertimento	mot intrinseca
	Inoltre, un fattore che mi è molto piaciuto è che molti **esempi** e le spiegazioni stesse fossero proposti attraverso la tecnologia		M	R		OP uso tecnologia

	che, senza dubbio, attrae molto di più i ragazzi di oggi.				interesse	mot intrinseca
	Per questo sono convinto che non ci siano aspetti negativi e reputo che questo metodo debba essere più diffuso nelle scuole.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	L'esperienza flipped math la posso ritenere positiva.					OPG
	Mi sono particolarmente piaciuti i video guardati in classe e le spiegazioni che facevano uso di immagini come nel caso della chiesa di sant'andrea.					OP uso tecnologia
	Un aspetto forse negativo sono gli **esercizi** che abbiamo dovuto svolgere per casa o in classe che a volte risultavano un po' troppo facili.		M	R		no livello ottimale della sfida
						no bisogno di competenza
	Le lezioni mi sono apparse piacevoli da seguire grazie anche ai lavori che dovevamo svolgere in gruppo.					OP apprendimento tra pari
	Mi sono sempre sentito motivato		M	R		mot intrinseca
	anche perché la **matematica** mi piace abbastanza, anche gli argomenti trattati erano interessanti e		M			BP matematica
	quindi mi hanno spinto a stare attento durante le ore.		M		coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	È stato un piacere partecipare a questo progetto.					OPG
S	L'esprienza che ho vissuto del progetto Flipped Math e' stata positiva, anche le attivita' che abbiamo fatto sono interessanti.					OPG
	Al lavoro di gruppo mi sento motivato a capire e riflettere sulle cose delle schede con i compagni, anche discutere con loro per risolvere gli ersecizi,			R		OP apprendimento tra pari
	perche' ognuno aveva un ruolo nel gruppo e tutti doveva contribuire una parte del lavoro.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
					coinvolgimento attivo	mot intrinseca
D	Questo progetto è stata una ventata di aria nuova, [...]	sì				OPG
	sicuramente un nuovo		M			OP novità
	e interessante approccio allo studio della **matematica**.		M		interesse	mot intrinseca
	La divisione in gruppi di lavoro è sicuramente efficace e stimolante,					OP apprendimento tra pari
	il metodo di tirar fuori dall'alunno le **formule, equazioni, coefficienti..**.		M	R		OP apprendimento per problemi
	devo dire che all'inizio mi intrigava,		M		interesse	mot intrinseca

	ma poi si è rivelato più difficile di quello che pensavo,			R		ON apprendimento per problemi
	continuo a pensare che avere un pofessore che lezione per lezione spieghi dettagliatamente le cose sia comunque il metodo migliore					no utilità apprendimento
	Tuttavia gli argomenti sono sempre stati spiegati chiaramente e voi tutor sono sempre state molto disponibili per dubbi o chiarimenti.					coinvolgimento interpersonale docente
	Sicuramente abbiamo imparato nozioni utili per lo studio della **geometria analitica** che è principe fra gli argomenti del programma di terzo, anche se un po frazionate e non molto approfondite per questioni di tempo, ma comunque aver studiato quattro coniche in una decina di incontri risulta comunque un risultato più che ottimo.		M			mancanza di tempo
	L'esperienza è stata complessivamente molto positiva,					OPG
	mi sono divertita				divertimento	mot intrinseca
	e son rimasta colpita da come due ragazze, studentesse universitarie, siano state così disponibili nei confronti dei liceali,			R		coinvolgimento interpersonale docente
	grazie per averci dedicato il vostro tempo e la vostra dedizione, è stata sicuramente da noi tutti molto apprezzata.				bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
S	Il progetto flipped math mi è piaciuto.					OPG
	L'entusiasmo mostrato [dalle due docenti] nella spiegazioni, nell'aiutarci e nel risolvere tutti i nostri dubbi,			R		coinvolgimento interpersonale docente
	direi che mi ha contagiato.				EP	DEP
	E stato piacevole seguire ogni lezione svolta.				EP	DEP
	Direi che mi sono sentito motivato			R		motivazione ?
	proprio da loro due, dall'impegno che ci hanno messo per farci comprendere le spiegazioni.					coinvolgimento interpersonale docente
	Non mi è pesato studiare **nuovi concetti e fare gli esercizi** quindi direi di aver avuto un buon rapporto con questi argomenti.		M			DEP
	Secondo me è stato molto positivo e comodo l'utilizzo di file pdf per studiare e per fare i compiti (anche se ho impiegato un po' ad abituarmi) e l'utilizzo delle e-mail per comunicare. Mi è piaciuto di più usare il computer piuttosto del libro di testo.	sì				OP uso tecnologia
D	Onestamente il progetto […] "Flipped Math!" non mi è piaciuto in un primo momento			R		Scetticismo iniziale riguardo al progetto

	a causa del metodo utilizzato, troppo diverso dal solito e piuttosto "strano".					ON novità
	Ma dopo soltanto un paio di lezioni è stato proprio quel metodo a farmi cambiare idea:					OPG
	mi sono sentita coinvolta e stimolata grazie alle attività proposte [...], attività che hanno permesso a noi studenti di metterci alla prova direttamente.				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Divisi in gruppi, decidevamo di volta in volta i ruoli da ricoprire durante la lezione e iniziavamo a svolgere insieme la nuova attività, senza paura di sbagliare				Diminuzione EN	Diminuzione DEN
	e con interesse per il nuovo argomento.				interesse	mot intrinseca
	Alla fine possiamo affermare che gli insegnanti siamo stati anche un po' noi: ragionando con calma arrivavamo sempre alla **soluzione**		M	R		OP apprendimento per problemi
	da soli,		M			bisogno di autonomia
	pertanto l'apprendimento è stato facile, divertente e più immediato, come d'altra parte lo studio a casa, avendo già capito e memorizzato il necessario in classe.		M		divertimento	mot intrinseca
		sì	M			utilità apprendimento
	Complessivamente ho provato interesse,				interesse	mot intrinseca
	curiosità				curiosità	mot intrinseca
	ma anche un po' di preoccupazione quando non capivo subito alcuni **argomenti**.		M		EN	DEN
	Tuttavia con pazienza ed esercizio sono riuscita a chiarire gli eventuali dubbi, talvolta anche chiedendo aiuto.		M			livello di competenze percepite adeguato
	Fortunatamente ho un buon rapporto con la **matematica**: mi piace, ottengo di solito discreti risultati e non mi spaventa l'apprendimento di nuovi argomenti, come nel caso delle sezioni coniche, al centro del progetto.		M			DEP
						BP matematica
	Concludendo gli aspetti maggiormente positivi, secondo me, sono stati l'indipendenza lasciataci,					bisogno di autonomia
	il fatto di non prendere appunti in classe (tutto il materiale ci veniva fornito tramite e-mail per permetterci una maggiore concentrazione sul momento)					OP uso tecnologia
	e la visione di video per aiutarci nella comprensione,					OP uso tecnologia
	mentre l'unico aspetto negativo è stata l'eccessiva semplicità degli **esercizi** svolti in classe rispetto a quelli in verifica.		M			no livello ottimale della sfida

Liceo scientifico di Bondeno (3°)						
S/D	**Sentences**	**C**	**M**	**R**	**Sub-category**	**Category**
S	Sì l'esperienza è stata diversa dalle solite lezioni					
	sicuramente più interessante				interesse	mot intrinseca
	e interattivo.				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Gli aspetti positivi sono le spiegazioni visive e teoriche con **geogebra** e il le mail riassuntiva a fine lezione		M	R		OP uso tecnologia
	molto utile per chi magari non ha capito bene qualcosa		M			utilità apprendimento
	e di aspetti negativi non ce ne sono.					OPG
S	Nel fare questo progetto ho provato belle sensazioni.				EP	DEP
	È stata un'esperienza positiva in quanto abbiamo utilizzato un metodoalternativo per studiare e imparare certi **argomenti di matematica**.		M			OP novità
	L'attività inoltre è stata utile nello studio e nello svolgimento, in questo caso, delle **coniche**.		M			utilità apprendimento
S	L'attività Fliped Math è stata un'esperienza che sinceramente mi piacerebbe fare sempre al posto delle lezioni normalmente svolte.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
	La divisione in gruppi ha favorito il confronto tra noi studenti			R		OP apprendimento tra pari
	e di conseguenza un apprendimento più consono					utilità apprendimento
	e libero					bisogno di autonomia
	nel momento in cui uno studente si sente a proprio agio.				EP	DEP
	Il sentimento che ho provato durante le attività sono principalmente due: tranquillità				EP	DEP
	e curiosità				curiosità	mot intrinseca
	che hanno favorito appunto a una più facile comprensione del **materiale proposto.**		M			utilità apprendimento
	Concludo dicendo che la **matematica** va spiegata con tranquillità e serenità, e far sentire noi studenti a proprio agio.		M			
S	Durante le lezioni del progetto, anche se non sono sempre stato attento, ero interessato ai vari argomenti affrontati,			R	interesse	mot intrinseca
	soprattutto agli argomenti più particolari come ad esempio lo specchio ustorio ho la chiesa di S. Andrea ecc.					OP ponte mate e realtà
	Anche se mi trovo meglio con le lezioni normali di matematica con la nostra prof					
	questo progetto l'ho trovato interessante				interesse	mot intrinseca
	e coinvolgente,				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	nonché utile.					utilità apprendimento

S	Sinceramente penso che il metodo tradizionale di studio sia più efficace			R		no utilità apprendimento
	perché lavorando in gruppo si crea una gran confusione.					ON apprendimento tra pari
	Tutto sommato non è stata una brutta esperienza, però mi sarebbe piaciuto viverla diversamente.					
S	Secondo me questo progetto è molto utile agli studenti, poiché si studia **matematica** in modo un po' più leggero meno rigidamente.		M			OPG
	Ci si sente abbastanza motivati			R		motivazione ?
	con la suddivisione in gruppi,					OP apprendimento tra pari
	soprattutto con il video finale.					OP attività creative
	L'unica problematica, però riguardante gli alunni sono le chiacchiere e confusione che aumentano essendo suddivisi in gruppi, ed essendo così un po' distratti.					ONG
	Tutto sommato è una bella esperienza che consiglierei a tutti gli alunni.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	È stato importante entrare in contatto con la **matematica** in modo diverso dal solito.		M			OP novità
	Per quanto riguarda gli **argomenti trattati**, mi è piaciuto il metodo utilizzato per apprendere.		M			OPG
	E resta comunque il fatto che questi **argomenti** dovranno essere approfondite ulteriormente.		M			
S	È stata una bella esperienza nella quale ho imparato cose nuove					OPG
	e mi sono divertito.				divertimento	mot intrinseca
	Lo rifarei.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	Il progetto è stato carino					OPG
	e mi è piaciuto poter lavorare in piccoli gruppi:			R		OP apprendimento tra pari
	cosa che ha reso le attività più divertente.				divertimento	mot intrinseca
	Ho trovato interessante		M	R	interesse	mot intrinseca
	l'idea di ricavare le **equazioni** delle **coniche** da soli		M			OP apprendimento per problemi
	e anche di trovare riscontri pratici agli argomenti studiati.		M			OP ponte mate e realtà
	Aspetto negativo è che dovremmo approfondire alcuni argomenti trattati in maniera un po' troppo superficiale.		M			

C.3.3. Liceo artistico

Liceo artistico Dosso Dossi (3°)						
S/D	**Sentences**	**C**	**M**	**R**	**Sub-category**	**Category**
S	L'esperienza Flipped Math! mi è stata molto d'aiuto per la comprensione di questa **materia**: ho capito molti argomenti che in precedente non riuscivo ad assimilare.		M			utilità apprendimento
	Non ho provato particolari emozioni		M	R	EN	DEN
	perché non è una **materia** che mi entusiasma.		M			BN matematica
	Tuttavia ho trovato molto utili le lezioni interattive e anche i compiti, sia guidati che non; mi sono trovata bene! Anche le correzioni			R		OP valutazione formativa
	mi sono state davvero d'aiuto!					utilità apprendimento
	[…] Mi sono divertita con il mio gruppo			R	divertimento	mot intrinseca
	per girare il video sul telescopio riflettore:					OP attività creative
	tutti abbiamo lavorato, ognuno ha contribuito in qualcosa […]				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Ad ogni modo, il progetto appunto "dinamico" credo che abbia illuminato la mente di tutti e le spiegazioni erano davvero chiare ed efficienti.	sì				OPG
	Ho anche notato una particolare attenzione e prontezza da parte delle insegnanti					coinvolgimento interpersonale docente
	e spero che questo progetto si possa riprendere con argomenti differenti.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	Sono stati mesi interessanti dove ci è stata data l'opportunità di metterci in gioco,				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	osservare la **matematica** tanto temuta sotto altri punti di vista,	sì	M			Cambiamento visione matematica come inutile
	analizzando**la** in modo divertente		M		divertimento	mot intrinseca
	e curioso.		M		curiosità	mot intrinseca
	Attraverso le attività e i lavori di gruppo effettuati a casa come quello della creazione del video			R		OP attività creative
	sono state molto divertenti				divertimento	mot intrinseca
	oltre che utili.					utilità apprendimento
	Ci tengo a ringraziare molto le ragazze			R	bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	che non molta pazienza e costanza hanno saputo domare una classe di adolescienti ribelli.					coinvolgimento interpersonale docente

	La **matematica** non sarà più la stessa senza di voi.	sì	M		bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
S	E' stata una bella esperienza					OPG
	la **matematica** sebbene sia una materia che non mi piace		M			BN matematica
	con le varie spiegazioni approfondite, gli esercizi e le correzioni sono riuscita ad imparare nuovi **argomenti** volentieri che magari inizialmente non trovavo interessanti.	sì	M			DEP
	Quando sbagliavo non avevo paura o vergogna di dire che non ero riuscita a risolvere un esercizio, non mi sono mai sentita in soggezione durante questi casi, cosa che spesso con altri prof succede.	sì			clima di classe rilassato	Diminuzione DEN
	Ho trovato molto utili le correzioni ed i consigli scritti nei compiti per casa			R		OP valutazione formativa
	perché hanno aiutato a migliorarmi					utilità apprendimento
	[…] i compiti in preparazione alla verifica o per casa non erano troppo difficile, mentre in verifica erano più complessi e mi sono trovata più in difficoltà.					mot estrinseca
	Mi è piaciuto molto lavorare a gruppi,			R		OP apprendimento tra pari
	mi ha aiutata a conoscere meglio i miei compagni di classe	sì			bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	e mi sono molto divertita			R		OP attività creative
	a far eil video del telescopio.				divertimento	mot intrinseca
	Mi sono piaciute molto le lezioni in classe perchè erano molto tranquille non ero mai preoccupata di affrontarle.				clima di classe rilassato	Diminuzione DEN
S	Ogni lezione ho scoperto nuovi argomenti, e questo mi ha dato la sensazione di fare le cose di fretta, come se ci fosse stato qualcuno che ci correva dietro.					mancanza di tempo
	nonostante ciò le lezioni erano interessanti e ben strutturate.				interesse	mot intrinseca
	Penso che la **matematica** sia utile fino ad un certo punto, gli **argomenti** che abbiamo trattato in classe non saranno mai utilizzabili nella vita reale, ma questa non è una critica al progetto di per sé, ma alla **matematica** nelle scuole.		M			visione della matematica inutile
	I lavori a gruppi erano superflui			R		ON apprendimento tra pari
	perché avremmo benissimo potuto fare senza,					no utilità apprendimento

	anche se			R		OP apprendimento tra pari
	hanno reso le lezioni meno noiose	sì			Diminuzione EN	Diminuzione DEN
	I compiti a casa erano utili affinchè si capissero meglio gli argomenti trattati, ma il fatto che arrivassero per email è stato molto scomodo e brigoso.					ON uso tecnologia
	La cosa peggiore che abbiamo fatto è stato il compito del video da realizzare a casa			R		ON attività creative
	perché non mi è piaciuto e l'ho reputata una cosa stupida.					no bisogno di competenza
	Uno degli aspetti più positivi invece è stato proprio tutto il progetto di per sé perché ha reso tutto più facile e comprensibile a tutti; forse è stato tutto fin troppo facile.	sì				utilità apprendimento
	Penso che farò fatica a riabituarmi alle lezioni di **matematica** normali perché saranno più difficile e lacunose […]	sì	M			OPG
	rischiando di fare molti più errori e prendere voti molto più bassi.					mot estrinseca
	Ringrazio			R	bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	per la vostra pazienza e la vostra tenacia					coinvolgimento interpersonale docente
	spero che verrà promosso nuovamente un progetto come questo.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	L'esperienza vissuta con il progetto "Flipped Math" è stata decisamente positiva					OPG
	in quanto ci ha permesso di imparare la **matematica** in modo semplice, senza ricorrere ad inutili definizioni tecniche.		M			utilità apprendimento
	Mi è, infatti, piaciuto molto il modo in cui avete gestito l'insegnamento, adattandovi alle capacità di noi studenti. Gli **argomenti** sono stati affrontati in maniera giusta, almeno dal mio punto di vista:		M			livello ottimale della sfida
	di questo sono soddisfatta perché la vostra tecnica ed il vostro aiuto			R	bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	mi hanno motivata parecchio,					motivazione ?
	in quanto penso che essere presenti e pazienti durante le difficoltà di uno studente sia importante.					coinvolgimento interpersonale docente

	[…] Per il resto tutto estremamente positivo, complimenti!					OPG
D	Inizierei con il dirvi grazie,				bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	grazie per ciò che ho potuto apprendere e mettere in pratica nella vita quotidiana.					mot intrinseca
	Inizialmente se devo essere sincero, ero un po' scettico riguardante questo progetto, da come era stato presentato non sembrava molto entusiasmante come mi sembrò la prima lezione. Era tutto nuovo e strano, non ci capivo un granchè,			R		scetticismo iniziale riguardo al progetto
	e poi diciamocelo, la **matematica** non era il mio forte e mi annoiava assai.		M			BN matematica
	Solo dopo qualche lezione trovai interessante il progetto, grazie a voi trovai interessante pure la **matematica** tanto che mi impegnai anche a casa. Ero sempre più interessato,	sì	M		interesse	mot intrinseca
	mi sentivo coinvolto e a mio agio, cominciai a propormi sempre più in classe (e credo lo abbiate ben notato)	sì	M	R	coinvolgimento attivo	mot intrinseca
					EP	DEP
	anche perché i vari **calcoli delle formule** mi venivano automatici e spontanei		M			bisogno di competenza
	Questa passione verso la **matematica** sta tuttora aumentando, […]		M	R		mot intrinseca
	e tutto questo grazie al vostro interesse che mi avete trasmesso!				bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	Concludendo potrei sicuramente dirvi che rifarei altre mille volte questo progetto				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
	e sempre con voi. Grazie ancora.				bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
D	Premetto col dire che ho sempre ripudiato la **matematica** come i bambini ripudiano il dentista,		M			BN matematica
	e questo percorso mi ha aiutata ad apprezzar**la** un po' di più.	sì	M			Diminuzione DEN
	Con **questa materia** ho avuto problemi già da piccola, perennemente un passo indietro agli altri; non sono una grande studiosa, anzi, ma la **matematica** è quel pallino fisso che spesso mi ha fatto sentire ignorante, perché le altre materie vanno studiate, lei capita. Ho sempre pensato che d'essere io il problema e quindi ho anche smesso di provarci, a capirla;		M			BN matematica
	eppure, nonostante le valutazioni non esattamente brillanti,					mot intrinseca

						utilità apprendimento
	ora so che grazie a questo percorso un po' **l'ho** capita,	sì	M			bisogno di competenza
	e che forse non ero sempre io il problema	sì	M			Aumento di competenze percepite
	ma avevo bisogno di stimolo, abbastanza per far nascere curiosità e farmeli fare, gli **esercizi**, invece di osservare la consegna inebetita.	sì	M		curiosità	mot intrinseca
	Mi sono sempre sentita dire che 'la **matematica** è per i pigri'. Non ci ho mai creduto: troppe **formule, lettere e numeri** insieme; la **matematica** è per chi vuole sfidare se stesso, trovare un ordine tra le cose.		M			visione della matematica utile
	Ora, **lei** che va capita, mi piace.	sì	M			DEP
D	Durante tutta la durata del progetto Flipped Math ho provato emozioni contrastanti. All'inizo mi ero un po' annoiata e,			R		scetticismo iniziale riguardo al progetto
	ammetto, non prestavo molta attenzione perchè partivo dal presupposto di non saper fare e non capire (e anche perchè pensavo sarebbe stato un progetto veloce di quelli che durano una settimana al massimo) soprattutto per il fatto che le parabole erano molto simili alle **rette** come procedimenti e io le **rette** non sono mai riuscita a capirle, e ancora adesso sono un po' dubbiosa su queste due **figure geometriche**.		M			BN matematica
	Ho iniziato ad interessarmi davvero durante la spiegazione delle **ellissi e della circonferenza**,	sì	M	R	interesse	mot intrinseca
	perchè ero riuscita a capirle al volo e riuscivo, la maggior parte delle volte, a risolvere gli **esercizi** che ci venivano assegnati;	sì	M			bisogno di competenza
	mi divertivo a svolgere **gli esercizi** e non saltavo nenche un compito perchè era divertente e stimolante,		M		divertimento	mot intrinseca
	il fatto di essere in un gruppo			R		OP apprendimento tra pari
	e poter avere sostegno se ero in difficoltà				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	mi ha aiutata a passare da emozioni negative a positive per il progetto. […]				EP	DEP
	Ciò che mi è piaciuto di più in assoluto è stato fare il video,			R		OP attività creative
	mi sono divertita con il mio gruppo e da una semplice idea siamo arrivati, anche per scherzo, a creare un corto vero e proprio che mi ha fatta tornare sempre a casa col sorriso.				divertimento	mot intrinseca

Liceo artistico Dosso Dossi (3°)						
S/D	**Sentences**	**C**	**M**	**R**	**Sub-category**	**Category**
S	Con questo progetto, o laboratorio, mi è piaciuto fare **matematica**, anche se dai risultati non sembrerebbe.		M			DEP
	Il mio rapporto con la **matematica** è stato meno difficoltoso rispetto ad altre volte.	sì				Diminuzione DEN
	Diciamo che comunque mi sono sentita motivata			R		mot estrinseca
	non da i miei genitori o altri ma dai professori				bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	perché durante questo progetto hanno aiutato molto e magari non sarò una che alza sempre la mano, però mi sono sentita così					coinvolgimento interpersonale docente
	e anche da me stessa perché alla fine volevo e voglio fare del mio meglio.					bisogno di competenza
	Gli aspetti positivi sono che ho lavorato in un gruppo quando ci davano gli **esercizi** da fare in classe		M			OP apprendimento tra pari
	e che bene o male ho imparato cose nuove.					mot intrinseca
	Invece gli aspetti negativi è che mi aspettavo di andare un pò meglio					
	però tutto sommato è stata una bella esperienza.					OPG
S	L'esperienza del progetto Flipped Math mi è piaciuta abbastanza.					OPG
	Le spiegazioni sono state molto chiare			R		livello ottimale della sfida
	e sono riuscita a capire tutto.					utilità apprendimento
	Mi sono trovata molto bene a lavorare in gruppo		M	R		OP apprendimento tra pari
	soprattutto perché durante l'esecuzione degli **esercizi** se qualcuno di noi aveva qualche dubbio, veniva subito chiarito grazie alla spiegazione dei compagni.		M			utilità apprendimento
	Avendo capito gli **esercizi** e le varie **formule**, non ho visto aspetti negativi ma molti positivi perché riuscendo a risolvere quasi sempre gli **esercizi** assegnati		M	R		bisogno di competenza
	mi divertivo a svolger**li**.		M		divertimento	mot intrinseca

	Non mi ha fatto provare molte emozioni però mi sono sentita abbastanza motivata perché nelle verifiche, andando bene, volevo mantenere e ottenere sempre risultati così positivi.					mot estrinseca
	Il mio rapporto con la **matematica** non è cambiato		M			BN matematica
	ma le spiegazioni molto chiare		M	R		livello ottimale della sfida
	hanno reso lo svolgimento degli **esercizi** piacevole		M		EP	DEP
	e non stressante come succede quando non si riescono a capire i **ragionamenti** e le **formule**.		M			bisogno di competenza
S	Premettendo che **matematica** come materia non mi è mai piaciuta e non sono mai stata bravissima, ogni lezione dovevo farmi rispiegare più volte sia dal prof sia dai miei compagni.		M	R		livello di competenze percepite basso
						BN matematica
	Complessivamente come progetto è stato veramente carino					OPG
	soprattutto i lavori di gruppo			R		OP apprendimento tra pari
	che personalmente mi sono serviti per capire.					utilità apprendimento
	Molto carino il progetto del video,			R		OP attività creative
	ci siamo divertite a girarlo e tutto il resto.				divertimento	mot intrinseca
S	Quest'anno la mia classe ha partecipato [...] al progetto flipped math. Questo progetto aveva come finalità di insegnare la **matematica** utilizzando modi alternativi, rispetto ai metodi tradizionali dell'insegnamento. Questo progetto era seguito da due ricercatrici di matematica che documentava nel nostro apprendimento con l'ausilio di filmati compiti a casa.		M			
	Un aspetto interessante dal fatto che si usavano strumenti "moderni" di comunicazione, infatti ci assegnavano i compiti mandando delle email.					OP uso tecnologia
	Durante questo progetto le due ricercatrici ci hanno insegnato le **sezioni coniche** (**parabola, ellisse e iperbole**) evidenziando anche alcuni effetti pratici (specchio ustorio, torcia, cupola della Chiesa di Sant'Andrea). L'aspetto più interessante è stato quello di poter vedere applicati questi aspetti a cose pratiche, come la riflessione del suono su superfici ellittiche, che ho sperimentato con delle mie amiche a bologna, in		M	R		OP ponte mate e realtà
			M		interesse	mot intrinseca

	cui era possibile ascoltare facilmente un'altra persona lontana.					
	L'aspetto meno piacevole ma necessario era che ogni lezione era accompagnato da compiti da svolgere a casa per ogni **argomento trattato**.		M			ONG
	Questa esperienza è stata interessante, ma sarebbe stata più proficua se la scuola ci do tasse di strumenti più avanzati per apprendere questa materia.					
D	È stato il mio primo progetto in **matematica**, ed è stata abbastanza gratificante.		M			OPG
	Le due profe erano molto disponibili, sia a scuola che al di fuori,					coinvolgimento interpersonale docente
	anche se all'inizio ho fatto fatica a capire gli **argomenti**, poi dopo vari ripassi, spiegazioni e anche grazie al mio gruppo		M	R		OP apprendimento tra pari
	sono riuscita a **ragionare** e capire gli **argomenti**.		M			utilità apprendimento
	Personalmente il mio gruppo mi piaceva, ed è stato anche di aiuto, perché così ho conosciuto meglio le mie compagne che è dal primo anno che le conosco.	sì			bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Sinceramente all'inizio non ero del tutto motivata,			R		scetticismo iniziale riguardo al progetto
	perché era un'esperienza nuova e non sapevo in che modo quest'ultima si sarebbe sviluppata, però poi col tempo mi sono abituata.					ON novità
	Penso che sia un'esperienza positiva è nuova, da far provare perché non era come le solite lezioni di **matematica**.		M			OP novità
					desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
	Il momento più bello e divertente			R	divertimento	mot intrinseca
	è stata la creazione del video, nel quale abbiamo potuto creare ed inventare come preferivamo noi, partendo da zero e aggiungendo ciò che abbiamo imparato a scuola.					OP attività creative
	Sono molto felice di aver preso parte a questo progetto,					OPG
	ringrazio e le due prof			R	bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	che con pazienza e dedizione ci hanno accompagnato in questi pochi ma tanti mesi.					coinvolgimento interpersonale docente
S	Oggi è stato l'ultimo incontro con le professoresse del progetto flipped math. Durante il nostro percorso abbiamo studiato allo specchio ustorio, la chiesa di S. Andrea, l'equazione della **circonferenza**, abbiamo svolto un video didattico sul telescopio.					

	Il mio rapporto con la **matematica** non è mai stato piacevole		M			BN matematica
	ma grazie a questa esperienza sono riuscita a prendere pure un 8 dalla mia solita media di 4.					mot estrinseca
	In queste ultime settimane sono stata piuttosto motivata,					motivazione ?
	anche se sinceramente questa **materia** non mi è mai piaciuta.		M			BN matematica
	Ci sono stati aspetti molto positivi, come il fatto di essere stati suddivisi in gruppi,					OP apprendimento tra pari
	nonostante i partecipanti non lavorassero o impegnassero tutti.					no bisogno di relazionalità tra pari
	Ma nonostante questo ci sono stati aspetti molto positivi alcuni **argomenti** che all'inizio non mi piacevano si sono rivelate interessanti.	sì	M		interesse	mot intrinseca
	In conclusione ritengo che questa esperienza sia stata molto utile					utilità apprendimento
	e divertente,				divertimento	mot intrinseca
	ma soprattutto coinvolgente!				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Spero che il mio rapporto con la **matematica** rimanga piacevole come in queste lezioni e non ritorni ad essere un "peso".	sì	M			DEP
S	Il progetto flipped Math mi è piaciuto abbastanza,					OPG
	io ho sempre avuto problemi con **matematica**					BN matematica
	grazie a questo progetto sono riuscita a capire **argomenti** che in precedenza non capivo.		M			bisogno di competenza
	E' anche stato molto di aiuto lavorare in gruppo insieme ad altri compagni,		M	R		OP apprendimento tra pari
	perché potevamo confrontarci su **argomenti** che magari alcuni degli altri componenti non avevano capito.		M			utilità apprendimento
	Mi è piaciuto anche il lavoro del video,			R		OP attività creative
	perché è stato un modo alternativo divertente di spiegare **cose matematiche**.		M		divertimento	mot intrinseca
	Le ragazze che sono venute, le ho trovate molte disponibile per aiutarci grazie al l'email che ci inviavano con gli esercizi con i ripassi delle lezioni affrontate.					coinvolgimento interpersonale docente
	Questo progetto lo affronterai nuovamente perché mi è stato molto di aiuto.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	Penso che questo progetto avvenuto con flip math sia stato molto interessante mi abbia insegnato cose nuove.					OPG
	Inizialmente quando fu proposto questo progetto ero indifferente perché pensavo fosse una cosa noiosa					scetticismo iniziale riguardo al progetto
	però con le lezioni ho capito che è stata un'esperienza che mi ha insegnato ad apprendere anche attraverso un nuovo modo di spiegare					OP novità

	e mi ha aiutato a conoscere meglio i miei nuovi compagni di classe e anche quelli vecchi.	sì			bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
S	Il progetto Flipped Math è stata un'esperienza, sicuramente nuova, ed interessante.					OPG
	È stato un modo interessante di imparare cose nuove dal punto di **matematica** rispetto al classico metodo.	sì	M		interesse	mot intrinseca
	Penso che la visione dei video per introdurre gli **argomenti trattati** sia un modo bello		M	R		OP ponte mate e realtà
	ed efficace per far comprendere più correttamente le cose.	sì				utilità apprendimento
	Le spiegazioni sono sempre state molto chiare e non veloci in modo che fossero alla portata di tutti e comprensibili.					livello ottimale della sfida
	L'uso del l'email per i compiti e per il riepilogo delle lezioni è molto utile perché anche chi rimane a casa può prendere visione di cosa si è fatto in classe.					OP uso tecnologia
S	Il progetto Flipped Math è stato, per me, un progetto molto interessante e motivante.					OPG
	Interessante perché ho imparato argomenti nuovi alcuni più semplici e altri, però, più complicati.				interesse	mot intrinseca
	Motivante perché le professoresse rendevano più motivanti,	sì		R		motivazione ?
	ma anche interessanti				interesse	mot intrinseca
	e divertenti,				divertimento	mot intrinseca
	le lezioni con dei video e con **GeoGebra;**		M			OP uso tecnologia
	facendo lavori di gruppo					OP apprendimento tra pari
	e, per finire, il più divertente, il video in cui dovevamo spiegare l'argomento finale.					OP attività creative
	A volte, con alcuni **argomenti**, durante le prime lezioni mi trovavo in difficoltà, ma col passare del tempo e con i vari **esercizi** assegnati mi era tutto un po' più semplice. Con altri argomenti, invece, riuscivo a svolgere gli esercizi più facilmente senza nessun problema. Ci sono stati alcuni **argomenti**, per me, sono stati più interessanti altri un po' meno.		M			
	Mi è piaciuto molto, anche, l'idea di iniziare l'argomento facendo degli esempi con delle spiegazioni su degli oggetti come: la torcia, il telescopio, la cattedrale, piazza di S. Pietro ...					OP ponte mate e realtà
	Spero di poter di rivivere di nuovo, un'esperienza come questa				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
	perché è diversa,					OP novità
	simpatica e non noiosa.				Diminuzione EN	Diminuzione DEN

	Il progetto Flipped Math è stata per me una nuova esperienza che in tutti gli anni passati non ho mai avuto l'occasione di fare. Tirando le somme mi è piaciuto questo progetto,					OPG
	mi sono trovata molto bene lavorare in gruppo					OP apprendimento tra pari
	e ho trovato molto utile il materiale didattico condiviso con gli studenti per email, mi è risultato soprattutto molto comodo.					
	Le spiegazioni in classe sono state abbastanza chiare e semplici da comprendere,					livello ottimale della sfida
S	anche se mi sono trovato in difficoltà nel capire i **collegamenti** e spesso mi hanno causato confusione nel comprendere l'**argomento**		M	R		no utilità apprendimento
	le spiegazioni di "introduzione" quindi ad esempio le lezioni che hanno riguardato lo specchio ustorio, la torcia, il telescopio ecc...		M			ON ponte mate e realtà
	Dal mio punto di vista questa lezioni non sono indispensabili se non per la propria cultura generale e a parer mio le spiegazioni risulterebbero più chiare se quel tempo venisse impiegato per maggiori chiarimenti sull'**argomento** stesso ed **esercizi** in classe.		M			ONG
	Nel complesso è stata un'esperienza interessante.				interesse	mot intrinseca
	Circa quattro mesi fa abbiamo iniziato un progetto chiamato flipped math, confesso, all'inizio non mi piacque più di tanto,					scetticismo iniziale riguardo al progetto
	però grazie le spiegazioni delle due ragazze					
	e il lavoro di gruppo					OP apprendimento tra pari
	mi sono sentita capace di risolvere gli **esercizi** dati.		M	R		bisogno di competenza
						livello di competenze percepite adeguato
S						livello ottimale della sfida
	I lavori di gruppo hanno aiutato molto me,			R		OP apprendimento tra pari
	così potevamo confrontarci e discutere sui dubbi insieme.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Un aspetto positivo sono state le due ragazze, sono state veramente disponibili su tutto.					Coinvolgimento interpersonale docente
	È stata un'esperienza mai fatta e sono contenta di averne fatto parte.					OPG

C.3.4 Istituto tecnico

Istituto tecnico V. Bachelet (3°)						
S/D	**Sentences**	**C**	**M**	**R**	**Sub-category**	**Category**
S	Io e la **matematica** non andiamo sempre d'accordo ma penso che questo sia dovuto anche ai professori che me la insegnano.		M			
	Tramite questo progetto sono riuscita a capire decisamente bene gli **argomenti**		M	R		utilità apprendimento
	e credo sia dovuto principalmente al fatto che, anziché esserci stata una persona col compito di spiegare, siamo sempre stati noi ragazzi a giungere alla **regola**, ovviamente grazie all'aiuto di un insegnante che ci indirizzava verso la conclusione.		M			OP apprendimento per problemi
	Il metodo di spiegazione, oltre ad essere molto coinvolgente,				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	era basato su fatti reali e molto strani (cucinare senza energia elettrica, la Chiesa di S. Andrea, il voltone del Podestà)			R		OP ponte mate e realtà
	quindi eri spronato dalla curiosità ad impegnarti per individuare la spiegazione dei fatti.				curiosità	mot intrinseca
	Io sono mancata un'intera settimana eppure ho capito pienamente gli argomenti, questo è stato possibile grazie alle mail riassuntive e ai compiti per casa che una volta tornata a scuola mi sono stati corretti e spiegati; se dovessi mancare una settimana durante il normale periodo scolastico invece dubito che capirei il tutto.	sì				utilità apprendimento
	In preparazione alla verifica ci venivano assegnati alcuni **esercizi** che riprendevano tutti gli **argomenti** e presentavano anche le relative soluzioni, ciò, a differenza delle risposte che a volte si trovano sui libri, ti consente di controllare in modo corretto gli **esercizi** svolti e, in caso, di individuare l'errore.		M			
	Inoltre questi **esercizi** erano diversi da quelli svolti per casa quindi ti mettevi davvero alla prova.		M			mot intrinseca
	Posso garantire che, grazie alle spiegazioni interessanti				interesse	mot intrinseca
	e curiose,				curiosità	mot intrinseca
	ai compiti per casa e all'esercitazione prima della verifica, si arriva tranquillamente alla valutazione finale senza ansia e agitazione.				Diminuzione EN	Diminuzione DEN
S	L'esperienza del progetto Filipped Math mi ha permesso di avere un approccio nuovo con la **matematica** con tecniche innovative		M			OP novità
	dandomi l'impressione di riuscir ad avere il pieno controllo delle **informazioni** in mio possesso e di come usarle anche in situazioni o contesti reali.		M	R		livello di competenze percepite adeguato

						bisogno di competenza
	Questa tecnica innovativa in gruppi mi ha dato modo di confrontarmi coi compagni, ciò ha creato anche una sana competizione per evitare di sapere meno dei tuoi compagni del gruppo quindi motivandomi a studiare e ha saperne di più.			R		OP apprendimento tra pari
						mot estrinseca
	L'aspetto migliore dell'attività sono i gruppi			R		OP apprendimento tra pari
	che ti motivano e, ha volte, ti fanno entrare on competizione positiva coi compagni,					mot estrinseca
	un altro aspetto positivo dell'attività e la presenza di più materiale ed esempi interattivi grazie a **Geogebra** e il modo di ricerca delle informazioni.		M			OP uso tecnologia
	L'aspetto più negativo dell'attività e la presenza di videocamere nell'aula che non permettevano un rapporto più rilassato con la materia ed impedendo di esprimere alcune teorie "impossibili" per paura di avere delle ripercussioni.					
S	Il progetto di **matematica** che abbiamo fatto quest'anno è stat molto utile		M	R		OPG
	perché gli **argomenti** sono stati interessanti		M		interesse	mot intrinseca
	e spiegate molto bene tanto che ho potuto alzare il mio livello di **apprendimento matematico**.	sì	M			utilità apprendimento
	Abbiamo svolto **sezioni croniche**, la riflessione della luce e la **parabola**.		M			
	Il progetto in generale mi é piaciuto molto			R		OPG
	perché è stata una lezione diversa dal solito e con un metodo innovativo e molto efficace.					OP novità
	Mi è piaciuto molto l'idea delle mail mandate a casa e i video che abbiamo visto in classe o che abbiamo ricevuto a casa.					OP uso tecnologia
	In questa esperienza non ho trovato aspetti negativi e spero di poter farne un'altra come questa.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	Mi è servito molto questo corso perché mi ha dato un metodo diverso di studio e per le lezioni più interattive e digitali.					OPG
S	L'esperienza di questo progetto mi è piaciuta e penso sia stata utile perché					OPG

	abbiamo appreso cose **matematiche** non con la solita spiegazione ma in modo più divertente.	sì	M		divertimento	mot intrinseca
	Una cosa che mi è piaciuta particolarmente è il fatto che abbiamo collaborato molto di più con i nostri compagni perché spesso eravamo divisi in gruppo, perciò se un componente del gruppo non capiva qualcosa ci si aiutava a vicenda.	sì		R	bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
						OP apprendimento tra pari
	Le spiegazioni erano chiare e perciò credo di avere appreso bene ciò che abbiamo fatto durante questo progetto.					utilità apprendimento
S	Questa esperienza mi è piaciuta			R		OPG
	perché tramite questa modalità di insegnamento ho appreso più facilmente gli **argomenti** e l'ho anche ricordati meglio,	sì	M			utilità apprendimento
	inizialmente gli argomenti trattati non mi attiravano molto					
	ma da quando abbiamo cominciato a lavorare sulle **equazioni della parabola e del cerchio** mi sono interessata molto di più.	sì	M		interesse	mot intrinseca
S	Questa esperienza mi è piaciuta abbastanza per il metodo di spiegazione.					OPG
	È stato facile capire le cose anche con **GeoGebra** e anche gli argomenti non li ho trovati difficili.		M			OP uso tecnologia
S	Questa esperienza è stata molto bella			R		OPG
	soprattutto perché abbiamo avuto la possibilità di lavorare in gruppo e di aiutarci a vicenda.					OP apprendimento tra pari
	Oltre a questo mi è piaciuto molto anche i video che potevano essere d'aiuto per l'argomento da svolgere. Ho imparato anche dei nuovi luoghi che non sapevo la loro esistenza come la chiesa di S. Andrea.					OP ponte mate e realtà
	Grazie a questo progetto ho potuto approfondire alcune cose come ad esempio l'**ellisse**, ma ho imparato anche tanti altri argomenti interessanti.		M			mot intrinseca
	Devo dire che il mio rapporto con la **matematica** non è mai stato positivo perché io la **matematica** non siamo mai state amiche		M			BN matematica
	però dopo questa esperienza devo dire che ho cominciato ad "appassionarmi". Spero che più avanti riuscirò a farci "amicizia".		M			Diminuzione DEN
	Per finire volevo solamente dire che non ho riscontrato aspetti negativi e che nel complesso mi sono anche divertita.				divertimento	mot intrinseca
	Spero di riavere un'altra occasione come questa.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	Le attività svolte non sempre sono state di mio gradimento perché non mi piace molto			R		ONG
	1) la matematica		M			BN matematica
	2) il lavorare in gruppo con persone con cui non ho confidenza e con le quali non riesco ad instaurare un bel rapporto.					no bisogno di relazionalità tra pari

	In compenso mi è piaciuto molto il metodo di insegnamento, con schede, esercizi interattivi e video spiegazioni e secondo me andrebbe applicato anche ad altre materie.					OPG
	Per quanto riguarda gli argomenti svolti non mi sono particolarmente piaciuti, ma non per un cattivo insegnamento da parte di Elena, ma bensì perché non ne sono appassionata.					
	In conclusione questo progetto lo rifarei, ma cambiando forse argomenti.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	Il progetto Flipped Math mi è piaciuto molto			R		OPG
	visto che utilizza metodi che si allontanano dalla visuale tradizionale					OP novità
	e che ti coinvolgono rimanendo motivato.				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Di questi metodi ha spiccato, soprattutto, le email di cui ognuna si riferiva a ogni lezione svolta con allegato la teoria e gli esercizi per casa. Ma non solo, mi è piaciuto molto anche i video			R		OP uso tecnologia
	che potevano essere una alternativa per capire meglio l'**argomento**.		M			utilità apprendimento
	Mi ha intrigato molto la questione delle schede in classe, nelle quali dovevamo dare le nostre **ipotesi**		M	R		OP apprendimento per problemi
	e così ci si poteva mettere in gioco.		M		coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Ho imparato, anche, nuovi luoghi che non sapevo la loro esistenza come la chiesa di Sant'Andrea che se ci passerò per qualche motivo, ci farò di certo un salto.					OP ponte mate e realtà
	Grazie al progetto ho potuto approfondire l'**ellisse** è la **circonferenza**, ma ho anche imparato argomenti nuovi e interessanti come la legge di riflessione della luce.		M			mot intrinseca
	Le spiegazioni sono state motivo di interesse				interesse	mot intrinseca
	coinvolgimento, molto apprezzate ed esaurienti.				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Inoltre mi sono potuto confrontare con i miei compagni, in particolare con il mio gruppo.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Ho apprezzato molto gli esercizi in preparazione alla verifica, visto che erano molto simili e completi.					mot estrinseca
	Devo dire che il mio rapporto con la **matematica**, dopo questa esperienza, è rimasto invariato		M	R		DEP
	visto che a me la **matematica** è sempre piaciuta.					BP matematica
	Per finire volevo soltanto dire che non ho riscontrato aspetti negativi e che nel complesso mi sono divertito				divertimento	mot intrinseca
	e spero che ci sarà un'altra occasione come questa.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG

S	Le attività che abbiamo svolto è stata molto interessante,				interesse	mot intrinseca
	non sempre sono stata di mio gradimento					ONG
	ma ci sono stati argomenti che mi sono piaciuti molto.					OPG
	Il fatto che eravamo in gruppo mi ha aiutato molto		M	R		OP apprendimento tra pari
	perché se almeno non capivo qualcosa avevo i miei compagni che mi aiutavano con gli **argomenti** gli **esercizi**.		M			utilità apprendimento
	Il rapporto che ho con la **matematica** è discreto, riesco ad approfondire meglio degli argomenti invece che altri.		M			BP matematica
	In questo caso ci sono riuscita discretamente, rifarei questa esperienza ma forse mi piacerebbe cambiare e approfondire altri argomenti.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	Il progetto svolto è stata un'attività diversa rispetto al solito anche solo dal punto di vista di fare gli esercizi in gruppo oppure il fatto di ricevere i compiti per email.					
S	Credo che questo progetto sia stato importante per avere un confronto con i compagni				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	e inoltre di capire le cose in un modo divertente			R	divertimento	mot intrinseca
	attraverso video o esempi reali.					OP ponte mate e realtà
S	Le attività svolte sono sempre state di mio gradimento,					OPG
	il poter lavorare in gruppo		M	R		OP apprendimento tra pari
	ha fatto sì che io riuscissi sempre a comprendere i vari **argomenti** perché se non capivo avevo la possibilità di farmelo rispiegare dai miei compagni.		M			utilità apprendimento
	Le attività mi hanno sempre motivato perché essendo una ragazza curiosa ho sempre voluto approfondire gli argomenti trattati.					mot intrinseca
	La possibilità di lavorare in gruppo mi è piaciuta molto			R		OP apprendimento tra pari
	perché è un modo alternativo di imparare divertendosi.				divertimento	mot intrinseca
	Il mio rapporto con la **matematica** è stato buono		M	R		DEP
	perché mi ritengo più portata rispetto ad altre discipline.		M			livello di competenze percepite adeguato
	Il progetto mi è piaciuto molto e vorrei rifarlo.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	Partiamo dal fatto che io e la **matematica** siamo due mondi opposti,		M			BN matematica

	ma grazie a questo progetto mi sono avvicinata alla **matematica** capendola.	sì	M			bisogno di competenza
	Grazie ai lavori di gruppo ho capito come esprimermi, rispondere alle domande poste, e fare ipotesi su ciò che mi veniva chiesto.					
	Ho anche migliorato il rapporto con i compagni.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	A mio parere questa esperienza è stata positiva,					OPG
	mi ha fatto maturare					bisogno di autonomia
	ed aiutato con la **matematica** motivandomi.		M			motivazione ?
	Mi è piaciuto particolarmente la lezione dove si parlava di Piazza S. Pietro. Ho trovato inoltre utile associare esempi come questi alla **matematica**.		M			OP ponte mate e realtà
	In conclusione vorrei ringraziarti,				bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	e questa esperienza la rifarei e riproporrei ad altre classi.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
D	A mio parere l'esperienza vissuta è stata un'esperienza molto particolare ed efficace.					OPG
	In un primo momento pensavo fosse una cosa assai noiosa					scetticismo iniziale riguardo al progetto
	ma da quando ci siamo uniti e messi in gruppo			R		OP apprendimento tra pari
	il tutto è diventato molto più interessante.				interesse	mot intrinseca
	Grazie a questa esperienza l'approccio con i miei compagni è <u>cambiato</u>	sì			bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	ma soprattutto l'approccio con la **matematica** è diventato sempre <u>più positivo</u> ed interessante.	sì	M			DEP
	La lezione più coinvolgente, a mio parere, è stata l'ultima dove c'è stato mostrato la piazza di S.Pietro a Roma.					
	Concludo dicendo che dopo questa esperienza guarderò la **matematica** con altri occhi	sì	M			Cambiamento visione matematica come inutile
	ed infine consiglio è come questo tipo di attività.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	A me le attività svolte durante questo progetto sono piaciute.					OPG
	È stato divertente			R	divertimento	mot intrinseca

	lavorare in gruppo perché c'è stata la possibilità di apprendere divertendosi.					OP apprendimento tra pari
	Con questo progetto ho appreso meglio rispetto ad una lezione normale,	sì				utilità apprendimento
	l'ho trovata più interessante.	sì			interesse	mot intrinseca
	Inizialmente il mio rapporto con la **matematica** non era buono		M			BN matematica
	ma grazie a questo progetto sono riuscita a comprendere la maggior parte delle cose.	sì				utilità apprendimento
S	A me, personalmente, le attività che sono state svolte durante le lezioni fatte, mi sono sempre piaciute molto.					OPG
	È stato divertente			R	divertimento	mot intrinseca
	poter lavorare in gruppo, ma un po' meno e non poter decidere con chi stare,					OP apprendimento tra pari
	ma alla fine si è rivelato un modo per conoscersi meglio.	sì			bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Gli **argomenti trattati**, sono sempre stati interessanti.		M		interesse	mot intrinseca
	Mi sono piaciute anche particolarmente i "casi di realtà" che abbiamo affrontato (es: specchio ustorio...).					OP ponte mate e realtà
	Sono quasi sempre riuscita a capire tutto, anche perché il fatto di lavorare in gruppo giovava a tutti, poiché se qualcuno restava indietro si faceva presto a recuperarlo.			R		utilità apprendimento
						OP apprendimento tra pari
	Non mi sono sentita particolarmente motivata, ma non perché le attività non lo fossero,		M	R		assenza di motivazione
	ma perché io la **matematica** non siamo mai andate d'accordo.		M			BN matematica
	Per concludere, è stato bello poter fare lezione in modo diverso,					OP novità
	e mi piacerebbe rifarlo.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	Nel progetto di **matematica** che abbiamo affrontato quest'anno abbiamo osservato e studiato le **sezioni coniche** in particolare abbiamo visto **l'ellisse, la parabola e l'iperbole** svolgendo delle interessanti attività		M	R	interesse	mot intrinseca
	come lo specchio ustorio, la chiesa di Sant'Andrea e tanti altri.		M			OP ponte mate e realtà
	Il progetto consisteva in un lavoro a gruppi per lo svolgimento di diversi **esercizi** riguardanti diversi **argomenti**.		M			OP apprendimento tra pari
	Questo progetto l'ho trovato molto utile			R		utilità apprendimento
	e interessante				interesse	mot intrinseca

	anche perché gli **argomenti** che abbiamo affrontato sono stati spiegati in modo molto semplice e chiaro da imparare da parte dell'insegnante che abbiamo avuto.		M			livello ottimale della sfida
	Durante il progetto ho provato diverse emozioni contrastanti.					
	All'inizio di ogni **argomento** trovavo soprattutto difficoltà nel comprender**lo**		M	R		no bisogno di competenza
	e provavo frustrazione e ansia per quando andavo a fare gli **esercizi** che volte non mi venivano		M		EN	DEN
	ma poi quando finalmente **lo** capivo		M	R		bisogno di competenza
	sentivo gioia, felicità e soddisfazione		M		EP	DEP
	soprattutto quando la consegna delle verifiche finali ho avuto i risultati attesi.					mot estrinseca
	Il mio rapporto con la **matematica** è sicuramente migliorata al termine di questo progetto	sì	M			DEP
	e spero di rifare dei progetti simili in futuro				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
	perché mi sono sentita motivata è stimolata a studiare la **matematica** in questo modo.		M			motivazione ?
	Gli aspetti maggiormente positivi sono state la spiegazione da parte di un'altra persona che non fosse l'insegnante					
	e il lavoro che abbiamo svolto in gruppo assieme ad altre persone,					OP apprendimento tra pari
	mentre gli aspetti maggiormente negativi sono stati secondo me soprattutto il disordine del caos che c'era nella classe in certi momenti.					ONG
	In conclusione al termine del progetto sono stata molto soddisfatta di avere imparato cose nuove in un modo di apprendimento diverso dal solito					OP novità
	e non ho avuto nessuna delusione sia nel lavoro svolto in classe ma anche nel lavoro fatto a casa.					OPG

Istituto tecnico V. Bachelet (3°)						
S/D	**Sentences**	**C**	**M**	**R**	**Sub-category**	**Category**
S	Il progetto Flipped Math mi ha aiutato a capire argomenti che normalmente avrei impiegato mesi per comprendere.	sì				utilità apprendimento
	Il rapporto che ho sempre avuto con la **matematica** è "se capisco mi piace" e così è stato per tutta la durata dell'esperienza.		M			
	Mentre facevo gli **esercizi** mi sentivo molto motivata a fare di più		M	R		motivazione ?
	perché riuscivo a far**li** tutti con molta facilità.		M			bisogno di competenza
	La parte migliore del progetto è stato la soddisfazione di riuscire a completare le verifiche		M			livello di competenze percepite basso

	come se fossi portata per la **matematica**, cosa che non sono.					bisogno di competenza
	C'è voluto un po' di tempo per abituarsi a questo tipo di lezione forse perché hanno inserito la classe in questo progetto senza prepararci un minimo.					ON novità
	Però posso azzardare mi sa a dire che facendo gli esercizi in questo modo mi sono quasi divertita facendo **matematica**.		M		divertimento	mot intrinseca
S	Sì per me è stato un progetto molto utile a parer mio.					utilità apprendimento
	Ho imparato cose nuove in modo divertente,			R	divertimento	mot intrinseca
	grazie al fatto che eravamo divisi in gruppi e abbiamo avuto la possibilità di scambiarci le idee:					OP apprendimento tra pari
	mi sono sentita motivata a fare gli **esercizi**,		**M**			motivazione ?
	grazie alle spiegazioni date ho capito al primo colpo.					utilità apprendimento
	Quando ha iniziato non mi sembrava un progetto interessante ma col passare del tempo mi sono ricreduta.					scetticismo iniziale riguardo al progetto
	Imparare le cose così è divertente			R	divertimento	mot intrinseca
	e divertendosi secondo me si impara meglio.	sì				utilità apprendimento
S	L'esperienza del progetto Flipped Math mi è piaciuta molto					OPG
	perché ho capito come si lavora in gruppo. Quando si lavora insieme escono sempre idee ed è più facile collaborare					OP apprendimento tra pari
	Durante il percorso ci sono stati sia alti e bassi perché all'interno del mio gruppo lavoravamo solo in due ragazze e la terza persona non faceva nulla.					no bisogno di relazionalità tra pari
	Però a me sinceramente mi è piaciuto molto			R		OP apprendimento tra pari
	perché tutte le cose che imparato me le ricordo ancora adesso.					utilità apprendimento
S	La mia esperienza con questo progetto, flipped math, è stata molto interessante perché tramite questa esperienza ho scoperto nuovi metodi per risolvere la **matematica**.		M			OPG
S	È stato un modo per apprendere concetti in modo più semplice,	sì				utilità apprendimento
	provando a **ragionare** con la nostra testa e confrontando le nostre opinioni.		M			bisogno di autonomia
	È stata un'esperienza molto interessante				interesse	mot intrinseca
	e che è servita per assimilare in modo un po' più efficace la **matematica.**	sì	M			utilità apprendimento
S	Questa esperienza è stata piacevole:					OPG
	l'idea del progetto mi è piaciuta soprattutto perché penso che imparando in questo modo si possa capire bene perché si usa una determinata **formula** o **procedimento**.		M			utilità apprendimento
	L'unico aspetto negativo è che a volte, lavorando in gruppo, c'è troppa confusione e si fa fatica a concentrarsi.					ONG

	Vorrei iniziare ringraziando [la docente]			R	bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	per la sua pazienza e preparazione didattica.					coinvolgimento interpersonale docente
	Questo progetto un'ottima iniziativa anche se penso che nella mia classe non abbia dato tutto il suo potenziale ma purtroppo a causa della nostra classe.					
S	Per quanto riguarda la motivazione nello studio della **matematica**, a me non è cambiato molto,		M	R		motivazione ?
	mi è sempre piaciuto.		M			BP matematica
	Un nuovo aspetto, che reputo molto interessante			R	interesse	mot intrinseca
	è il confronto con la realtà è attualizzare ciò che abbiamo studiato.					OP ponte mate e realtà
	L'unico consiglio che mi sento di dare è quello di aumentare il numero di insegnanti, maggiori due sarebbero meglio.					
	Comunque ottima esperienza.					OPG
S	È stato un bel progetto,					OPG
	anche se i gruppi non erano tutti equilibrati, è molto complesso lavorare bene insieme e spesso non tutti collaborano.					no bisogno di relazionalità tra pari
S	Flipped Math è un progetto molto interessante				interesse	mot intrinseca
	e coinvolgente.				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	L'attività è stata svolta in aule dotate di Lim dove venivano proiettati nuovi argomenti interessanti, spesso accompagnati da esempio per attivare la nostra attenzione.					
	È stato un progetto soddisfacente anche se l'attenzione della classe generale talvolta è stata scarsa.					OPG
	Ho imparato molto, l'unico aspetto da migliorare potrebbe essere la correzione degli esercizi svolti in classe al termine del lovoro, in modo che si possa capire gli errori e migliorare.					

Istituto tecnico V. Bachelet (3°)						
S/D	**Sentences**	**C**	**M**	**R**	**Sub-category**	**Category**
S	Personalmente non ho aspetti negativi da criticare su questo progetto, gli argomenti trattati a mio parere sono stati affrontati bene					OPG
	e spiegati in modo che fossero comprensibili a tutti.					livello ottimale della sfida
	Un punto forte sicuramente di questo progetto è la completa disponibilità della docente sia all'interno che al di fuori della scuola.					coinvolgimento interpersonale docente

	Per la struttura delle lezioni svolte in classe ho trovato la suddivisione della classe in gruppi molto valido come metodo,			R		OP apprendimento tra pari
	perché così si è riusciti a lavorare in modo fluido e senza fraintendimenti inoltre ci si riusciva ad aiutare anche grazie al fatto che i gruppi erano bilanciati in "abilità" inerenti alla materia.					utilità apprendimento
	Questa è stata un'esperienza, ed un progetto sicuramente positivo che mi piacerebbe rifare e lo consiglio per le altre classi.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	Io personalmente ho trovato questo progetto interessante,				interesse	mot intrinseca
	coinvolgente				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	ed efficace nell'apprendimento.					utilità apprendimento
	Questo progetto è stato molto propositivo a livello delle valutazioni, in quanto mi ha anche alzato la media. […]					mot estrinseca
	L'unico elemento negativo è stata la difficoltà nel comprendere gli argomenti quando non si è presenti fisicamente a scuola. La docente ci fornisce sempre il materiale via posta elettronica, ma le sue spiegazioni a lezione sono così efficaci che le assenze diventano un problema serio, che si è riversato direttamente su di me facendomi prendere un voto negativo.					
	Voto progetto: 9 Voto efficienza progetto: 10					OPG
S	Questo progetto di **matematica** è stato molto interessante e costruttivo.		M		interesse	mot intrinseca
	La prof. che è venuta a spiegare l'argomento (**le coniche**) di questo progetto è stata molto efficiente nel coinvolgerci e nel spiegare; si è dimostrata sempre disponibile nel aiutarci, sia durante le lezioni sia durante le verifiche, e nel rispiegare ogni volta noi glielo chiedessimo.					coinvolgimento interpersonale docente
	Pero l'unica critica è che a mio parere il primo argomento svolto è stato spiegato per piu tempo e piu lentamente prima della verifica, mentre gli ultimi argomenti sono stati svolti piu velocemente prima della prova; quindi in poche parole secondo me c'è stato poco tempo, sarebbero servite più lezioni.					mancanza di tempo
	Apparte questo, il progetto è stato molto efficace					OPG
S	Personalmente il progetto Flipped Math mi è piaciuto.					OPG
	La professoressa è stata molto competente e disponibile.					coinvolgimento interpersonale docente
	Gli **argomenti** svolti sono stati chiari ed esaustivi.		M			livello ottimale della sfida
	Nonostante questo, nelle verifiche, nonostante i voti siano stati più che sufficienti, non ho raggiunto i risultati sperati,			R		no bisogno di competenza

	per questo motivo mi sono leggermente scoraggiata.				EN	DEN
	Tuttavia, il metodo di insegnamento della prof è stato più che soddisfacente.					OPG
	E' stata inoltre in grado di far sentire me e i miei compagni a nostro agio.				EP	DEP
S	Durante questa esperienza abbiamo affrontato vari argomenti con un metodo diverso dal solito.					
	Mi sono trovata a fare gran parte del lavoro in classe rispetto che a casa					
	attraverso la divisione in gruppi ho potuto confrontarmi meglio,			R		OP apprendimento tra pari
	restando sempre concentrata sugli esercizi da svolgere				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Essendo gli argomenti trattati molto simili tra loro, sono riuscita, ora, a capire bene come risolvere i problemi e gli esercizi,					
	l'unica difficoltà che ho incontrato, si riscontrava ogni volta all'inizio di un nuovo argomento, dove dovevamo "cercare di capire" senza una spiegazione precedente.					ON apprendimento per problemi
	Un ulteriore suggerimento, riguarda la divisione in gruppi prescelta dalla docente: dovremmo essere liberi di scegliere i compagni, almeno per i lavori da svolgere a casa.					
S	Trovo che questa sia stata una buona esperienza per capire bene le **coniche**.		M			OPG
	Secondo me è stato molto utile, per capire più velocemente gli **argomenti trattati**,	sì	M	R		utilità apprendimento
	anche i riferimenti che si sono fatti a edifici reali o a fenomeni che accadono nella quotidinità. Per esempio la cucina con specchio parabolico, la chiesa di S. Andrea... e così via.		M			OP ponte mate e realtà
	Inoltre penso che essendo argomenti poco difficili e complessi abbia avuto senso farli tramite questo progetto.					
	Sono felice di aver partecipato a questo progetto e se in futuro si dovesse riproporre l'opportunità di farlo di nuovo ne sarei contenta.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	A mio parere questa esperienza è stata particolarmente positiva.					OPG
	Ho trovato interessante il fatto di apprendere concetti in modo diverso, con un metodo differente da quello tradizionale.					OP novità
	Dovendo essere io a comprendere **argomenti nuovi**, prima che venissero approfonditi in classe, in questo modo mi sentivo più preparata durante la lezione	sì	M			bisogno di autonomia
						bisogno di competenza
	Ho trovato molto comodo anche il fatto che ogni cosa venisse mandata per email, in questo modo potevo avere il materiale sempre con me.					OP uso tecnologia
	Per quanto riguarda l'insegnante l'ho trovata molto gentile e disposta a rispiegare in ogni momento ciò che non era stato compreso bene.					coinvolgimento interpersonale docente
	Perciò valuto questa esperienza in modo molto postivo e mi piacerebbe ripeterla con altri argomenti.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG

	Questo progetto l'ho trovato utile					utilità apprendimento
	e interessante.				interesse	mot intrinseca
	Nonostante io abbia partecipato a poche lezioni, quelle a cui ho assistito erano fatte molto bene ed erano interessanti.					OPG
	I video erano di grande aiuto, soprattutto per una persona che come me riesce a concentrarsi maggiormente attraverso materiale audiovisivo.					OP uso tecnologia
	Probabilmente per colpa del basso numero di lezioni, ho però trovato le lezioni un po' affrettate e piene di argomenti.					mancanza di tempo
S	La spiegazione era davvero buona e anche se le lezioni a cui ho partecipato non sono state molte, riuscivo a seguire la spiegazione.					
	La disponibilità che ha mostrato nei confronti della classe e specialmente i miei ha avuto un effetto positivo					coinvolgimento interpersonale docente
	e ho visto i miei compagni non esitare a chiedere un'ulteriore spiegazione.				clima di classe rilassato	Diminuzione DEN
	Questo progetto mi è piaciuto e mi sarebbe piaciuto poter assistere a tutte le lezioni perché sono sicura che avrei capito gli argomenti di più. Spero che il prossimo anno si possa avere un progetto simile.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
	In questi ultimi mesi ho partecipato al progetto Flipped Math insieme alla mia classe.					
	Ero molto motivata					motivazione ?
	perché si prevedevano lezioni interattive e lavori di gruppo preparati dalla prof […] che ha solo qualche anno in più di noi.					
	Devo dire che inizialmente sono rimasta delusa dalle lezioni,					scetticismo iniziale riguardo al progetto
	ma appena abbiamo iniziato a suddividerci in gruppi è cambiato tutto			R		OP apprendimento tra pari
	e perciò le ore del progetto sono diventate molto coinvolgenti.				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
S	Gli **argomenti trattati** mi sono piaciuti molto,		M			OPG
	la professoressa […] è sempre stata davvero molto utile e diponibile nei nostri confronti, sia dal punto di vista di schede ed e-mail, sia in classe, dove ha sempre fatto di tutto purchè capissimo.					coinvolgimento interpersonale docente
	Io personalmente ho un bel rapporto con la **matematica** e a differenza di altri devo dire che non mi faccio mai prendere dal panico anche se sono in difficoltà, mi rimbocco le maniche e cerco sempre di capire arrangiandomi. Mi dà molto fastidio chiedere aiuto, infatti cerco sempre di fare tutto da sola,		M			BP matematica
	però durante questo progetto in classe ci siamo aiutati molto a vicenda perchè i tempi sono stati brevi ed era facile confondersi fra un argomento e l'altro.					mancanza di tempo
	Durante questo progetto mi sono sentita tranquilla e rilassata,				EP	DEP

	nonostante una verifica non sia andata bene non mi sono scoraggiata.					
	Inoltre trovo che il video sia un'idea molto carina e coinvolgente peccato però che nel periodo in cui era stato assegnato molte del nostro gruppo, tra cui me, non eravamo molto disponibili per trovarci.					OP attività creative
	Non sono stata delusa di niente e sono abbastanza soddisfatta dei miei risultati e delle conoscenze acquisite.					OPG
S	A mio parere il progetto è stato molto utile.					utilità apprendimento
	Mi sono trovata bene con la docente, gli argomenti sono stati spiegati bene e con calma.					
	Le verifiche non sono state difficili, ad eccezione dell'ultima nella quale c'era il rischio di fare molta confusione con tutte le **formule** delle varie **coniche,**		M			
	penso quindi che questo progetto sia andato bene,					OPG
	anche se c'è ancora una parte di programma collegata alle coniche da svolgere, che secondo me si sarebbe potuto inserire all'interno del progetto.					
S	Il progetto è stato molto coinvolgente già dalla prima lezione,				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	è stato interessante confrontarsi con un'altra insegnante e con un metodo di spiegazione diverso da quello utilizzato abitualmente,					OP novità
	mi è servito per comprendere al meglio gli argomenti svolti e mai affrontati fino a quel momento.					utilità apprendimento
	Le spiegazioni sono sempre state esaustive e durante le lezioni c'era dialogo tra noi studenti e l'insegnante.				bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	Dal punto di vista pratico ho notato che sono migliorata nell'utilizzare il **ragionamento** applicato alla **matematica.**	sì	M			utilità apprendimento
	Con questa attività mi sono sentita molto motivata,			R		motivazione ?
	soprattutto nel lavoro svolto in gruppo					OP apprendimento tra pari
	e per l'originalità delle prove richieste, come ad esempio il video che abbiamo presentato.					OP attività creative
	Ho trovato il progetto utile per migliorare l'approccio con la **matematica**, una materia non sempre facile.	sì	M			Diminuzione DEN
S	Questo progetto l'ho reputato utile ed esaustivo.					utilità apprendimento
	Sono riuscita a seguire tutte le **lezioni** senza problemi.		M	R		livello di competenze percepite adeguato
						livello ottimale della sfida
	Non mi sono annoiata e				Diminuzione EN	Diminuzione DEN
	sono riuscita a studiare facendo meno fatica ho compreso bene i concetti e sono riuscita ad applicarli facilmente agli **esercizi**.	sì	M			utilità apprendimento

	Mi è piaciuto come metodo di insegnamento perché l'insegnante era molto disponibile, interagiva con gli alunni e in caso di dubbi era pronta a rispiegare.					coinvolgimento interpersonale docente
	Le spiegazioni erano chiare e concise.					
	Se ci fosse una possibilità di rifarlo non esiterei ad accettare.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
	Inoltre le lezioni erano divertenti, intrattenenti e trascorrevano velocemente.				divertimento	mot intrinseca
S	Quando ci è stato comunicato che, come classe, avremo partecipato a questo progetto ero un po' dubbiosa e mi chiedevo come la **matematica,** essendo una delle materie più complicate e articolate, si potesse apprendere in questo modo. Durante lo svolgimento e soprattutto adesso, che è finito il progetto, posso affermare che tutta questa difficoltà che mi ero immaginata, nonostante gli argomenti non semplici subito, non c'è stata.		M			scetticismo iniziale riguardo al progetto
	E' stato un nuovo modo per apprendere questa **materia** e ha reso lo studio, secondo me, un po' più interessante rispetto al metodo tradizionale.	sì	M		interesse	mot intrinseca
	Personalmente mi sono sentita anche più tranquilla e serena nell'approccio che avevo con gli argomenti svolti e questo mi ha fatto molto piacere.	sì	M		Clima di classe rilassato	Diminuzione DEN
	Mi sarebbe piaciuto concludere l'intero argomento delle **sezioni coniche**, compresi gli approfondimenti, con questo metodo		M	R	desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
	perché **ciò che è stato spiegato** l'ho appreso bene e anche assimilato		M			utilità apprendimento
	ma so che, per questioni di tempo, non è possibile.					mancanza di tempo
	La cosa che ho apprezzato in particolare è che c'era comunque una spiegazione di base durante le ore scolastiche che ci dava spunti su cui riflettere e per concludere i **ragionamenti** a casa;		M			bisogno di autonomia
	anche il ritiro e la "riconsegna" dei compiti a casa corretti			R		OP valutazione formativa
	l'ho trovata una cosa molto utile.					utilità apprendimento
	Nel complesso generale il progetto mi è piaciuto e mi ha sorpreso,					OPG
	l'unica cosa che chiederei è appunto, la prossima volta se verrà proposta di nuovo questa iniziativa, concludere completamente l'argomento, in modo fa iniziarlo e finirlo con lo stesso metodo e professore.					
S	Questa esperienza mi è piaciuta molto, perché attraverso essa ho potuto apprendere ed assimilare bene **i concetti**, sono stati espressi in modo chiaro		M			utilità apprendimento
	e le lezioni sono state sempre riportate attraverso una mail, penso che questo sistema sia stato utile per avere sempre a disposizione le cose fatte in classe in modo da chiarire ogni eventuale dubbio.					OP uso tecnologia
	Inoltre ho trovato che la professoressa sia stata sempre disponibile nel chiarire eventuali concetti non compresi con spiegazioni esaustive e sempre in modo gentile.					coinvolgimento interpersonale docente
	Il metodo di svolgere quest'attività è stato innovativa e coinvolgente per noi				coinvolgimento attivo	mot intrinseca

	e anche la divisione in gruppi			R		OP apprendimento tra pari
	ci ha permesso di aiutarci e sostenerci a vicenda.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	Le verifiche le ho trovate adatte alle spiegazioni fornite, e di durata e difficoltà giusta secondo me,					livello ottimale della sfida
	il riscontro di questa attività secondo me è positivo.					OPG
S	Questa esperienza è stata molto utile per comprendere questi **nuovi argomenti**.		M			utilità apprendimento
	Inoltre trovo che il lavoro in gruppi sia stato molto utile;			R		OP apprendimento tra pari
	ci siamo potuti confrontare ed aiutare a vicenda, se qualcuno del gruppo aveva bisogno sapeva a chi chiedere.					utilità apprendimento
	L'insegnante è stata molto disponibile nei nostri confronti e io ho capito tutti gli argomenti spiegati.					coinvolgimento interpersonale docente
	Avremmo dovuto esercitarci un po' di più con gli esercizi in classe,					
	ma ho percepito solo cose positive in questa esperienza.					OPG
S	All'inizio del progetto ero un po' scettica a riguardo.					scetticismo iniziale riguardo al progetto
	Piano piano mi sono resa conto che era molto utile					utilità apprendimento
	e mi sono trovata molto bene anche con l'insegnante			R	bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	che è stata molto esaustiva nelle spiegazioni e disponibile se qualcuno non aveva capito a rispiegare. E' stata una bellissima esperienza sia grazie alla prof.					coinvolgimento interpersonale docente
	che al lavoro fatto in gruppo			R		OP apprendimento tra pari
	che a parer mio è stato molto utile per chiarire certi concetti e motivarsi a vicenda.					utilità apprendimento
	L'unica cosa che avrei cambiato sarebbe scambiarsi più schede informazioni a scuola e meno per e-mail.					ON uso tecnologia
S	A mio parere il progetto Flipped Math è un ottima esperienza					OPG
	ed è servito veramente molto per apprendere nuove informazioni sullo insieme delle **coniche**.		M			utilità apprendimento
	L'insegnamento e le spiegazioni della prof […] sono sempre state esaurienti			R		livello ottimale della sfida

	e hanno permesso il facile apprendimento, almeno nei miei confronti.					utilità apprendimento
	Personalmente ritengo questo progetto molto positivo e molto volentieri lo consiglio ad altre classi se ne hanno la possibilità di farlo. Lo rifarei volentieri pure io!				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	Il progetto riguardanti le **figure coniche** mi è abbastanza piaciuto.		M			OPG
	Nonostante non mi piacciano troppo questi argomenti in generale, ho apprezzato molto la disponibilità che ci è stata mostrata in qualsiasi momento.					coinvolgimento interpersonale docente
	Le spiegazioni sono state molto chiare e mi è piaciuto molto fare degli esempi reali su ciò che **stavamo facendo** ad esempio la legge di riflessione nella torcia e la propagazione del suono nella chiesa di S. Andrea.		M			OP ponte mate e realtà
	Mi è piaciuto molto lavorare e svolgere gli esercizi insieme al mio gruppo			R		OP apprendimento tra pari
	e mi sono trovata molto bene.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
S	A mio parere le lezioni di **matematica** con il progetto "Flipped Math!" sono state molto utili		M	R		utilità apprendimento
	ed interessanti,		M		interesse	mot intrinseca
	soprattutto grazie alla serenità con la quale l'insegnante ci ha fatto provare questa nuova esperienza dalle "classe rovesciata".				clima di classe rilassato	Diminuzione DEN
	Nonostante la **matematica** sia una materia abbastanza complicata per molti ragazzi, con questo progetto gli argomenti sono sembrati più semplici,	sì	M			utilità apprendimento
	grazie alla disponibilità e alle spiegazioni approfondite ma comunque molto chiare fornite dalla prof. [...].,					coinvolgimento interpersonale docente
	e soprattutto sono risultate meno noiose e pesanti da affrontare			R	Diminuzione EN	Diminuzione DEN
	grazie all'utilizzo di video e programmi interattivi nelle spiegazioni					OP uso tecnologia
	che hanno piacevolmente coinvolto tutta la classe.				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	I lavori di gruppo					OP apprendimento tra pari
	sono stati molto divertenti				divertimento	mot intrinseca
	e utili					utilità apprendimento
	perché al loro interno ognuno di noi aveva un ruolo specifico e perciò la possibilità di confrontarci l'un l'altro				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	ha reso l'attività più serena facendoci sentire tutti coinvolti e motivati.				coinvolgimento attivo	mot intrinseca
	Gli aspetti positivi di questo progetto sono stati: sicuramente la disponibilità della ragazza che ha tenuto il progetto, che ha saputo gestire la classe al meglio durante le lezioni, chiarendo ogni nostro dubbio			R		coinvolgimento interpersonale docente
	e aiutandoci a mantenere una clima di tranquillità e concentrazione.				EP	DEP

	Flipped Math mi ha fatto apprezzare di più questa **materia** e mi ha aiutata ad affrontarla nel miglior modo possibile,	sì	M			DEP
	senza timori o ansie.				Diminuzione EN	Diminuzione DEN
	Spero di poter ripetere questa attività anche l'anno prossimo.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
D	A dire la verità inizialmente avevo valutato il progetto negativamente. Non ne ero molto entusiasta perché pensavo non mi interessasse ed ero partita già con la mentalità di non poter capire gli argomenti ancora da affrontare.					scetticismo iniziale riguardo al progetto
	Attività dopo attività mi sono resa conto che (**gli argomenti**) non erano poi così incomprensibili		M	R		bisogno di competenza
	perciò ho iniziato ad essere più motivata, specialmente dopo la prima valutazione.	sì				mot estrinseca
	Ho trovato molto utile questa esperienza perché ha dato modo a me e alla mia classe di relazionarci con un'altra professoressa con diversa esperienza e conoscenze. E' stata molto presente, disponibile e paziente.					coinvolgimento interpersonale docente
	Una cosa che avrei cambiato, erano i gruppi perché non ho trovato troppo utile confrontarmi sempre con le stesse persone.					
	Infine rifarei questo progetto		M	R	desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
	perché è servito a migliorare il mio "rapporto con la **matematica**".		M			Diminuzione DEN
D	Sono molto contenta di aver partecipato al progetto Flipped Math.					OPG
	All'inizio, se devo essere sincera, ero abbastanza in difficoltà nel capire gli **argomenti**, sia perché mi sembravano difficili e sia perché dovevo ancora abituarmi al nuovo metodo di insegnamento. Quando provavo a fare gli **esercizi** assegnati a casa, inizialmente non sapevo nemmeno da dove cominciare, però poi una volta corretti in classe mi diventava tutto più chiaro ed infatti le volte successive svolgevo tutti i compiti corretti.		M			scetticismo iniziale riguardo al progetto
	Sento che questo progetto abbia fatto bene alla mia autostima verso la **matematica**...	sì	M	R		livello di competenze percepite adeguato
	quest'anno ero molto avvilita per come andavo in questa **materia** perché anche se mi sforzavo non riuscivo mai ad ottenere i risultati sperati, ma con	sì	M			

	questo progetto mi sono sentita di ritornare brava come gli anni precedenti					bisogno di competenza
	e sono molto fiera dei progressi che sono riuscita ad ottenere		M		EP	DEP
	e anche di ciò che ho potuto mostrare alla mia insegnante!		M			mot estrinseca
	L'aspetto migliore di questo progetto è che, anche se in classe magari non riuscivo a capire tutto, poi tornando a casa e confrontandomi con i miei compagni, sono stata capace di risolvere tutti i problemi e i quesiti tranquillamente, sembrandomi quasi banali da tanto che erano facili...					livello di competenze percepite adeguato
						bisogno di competenza
	penso quindi che mi abbia aiutato a **ragionare** di più con la mia testa piuttosto che seguire **schemi preimpostati**.		M			bisogno di autonomia
	L'unica critica che posso fare che a volte avevo l'impressione di iniziare un argomento e poi la lezione successiva di iniziarne uno nuovo senza nesso tra i due, e solo dopo qualche lezione riuscivo a capire del perché ci avesse introdotto prima un argomento e poi un altro...					
	oltre a questo penso sia stato un lavoro eseguito bene,					OPG
	molto interessante				interesse	mot intrinseca
	e motivante.					motivazione ?
	Spero che ce lo propongano anche il prossimo anno!				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG

Istituto tecnico V. Bachelet (3°)						
S/D	**Sentences**	**C**	**M**	**R**	**Sub-category**	**Category**
S	Questo progetto mi è piaciuto abbastanza,					OPG
	non mi ha mai appassionato **geometria**,		M			BN matematica
	ma queste lezioni mi hanno suscitato interesse			R	interesse	mot intrinseca
	perché erano delle cose che non avevo mai fatto.					OP novità
	L'unica cosa negativa è stata che avevamo poche lezioni prima della verifica,					
	nonostante ciò però è stato un bel progetto					OPG
	e la professoressa è sempre stata chiara e disponibile a rispiegarci le cose quando non le capivamo.					coinvolgimento interpersonale docente
	Spero che se lo rifaremo l'anno prossimo ci daranno più lezioni per approfondire meglio gli argomenti.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	Il progetto Flipped Math era ben progettato ma mi sono resa conto che non era secondo me adatto nel modo in cui è stato progettato a tutti gli studenti che come me non sono molto bravi in **matematica**.		M	R		no livello ottimale della sfida

						livello di competenze percepite basso
	Il progetto ha suscitato in me senzazioni contrastanti poiché nel primo trimestre la mia media era 6 e ora è molto bassa cosa che mi sta provocando notevoli problemi. Questa situazione non è dovuta alla mia scarsa attenzione o poco studio perché a casa faccio in media 6 ore di ripetizioni. Quindi il progetto non è stato utile anzi ha provocato effetti contrari.					no utilità apprendimento
	Come detto nel punto precedente il progetto non ha riscontrato la mia "soddisfazione" anche per altri motivi quali: lavoro di gruppo quasi inesistente non era a mio avviso un lavoro di gruppo ma si è sprecato tempo che si poteva dedicare a maggiori spiegazioni.					ON apprendimento tra pari
	Un altro punto sono le poche ore che si sono dedicate prime delle verifiche. Ad esempio in un ora scarsa venivano spiegati 1/2 concetti a volte difficili in maniera frettolosa pensando che in poco tempo 40/50 minuti si possano capire ed assimilare.					ONG
	In conclusione il progetto non ha fatto altro che peggiorare la mia situazione nel voto di matematica					mot estrinseca
	ma un lato positivo sono i video e i lavori/compiti mandati x email.					OP uso tecnologia
S	Considerando che nel primo trimestre ho avuto un solo voto positivo in matematica, ho cercato di impegnarmi nel pentamestre cercando di seguire di più. Infatti da quando abbiamo iniziato Filipped Math un po' grazie ai diversi metodi di insegnamento e un po' grazie al mio impegno i voti sono migliorati.					mot estrinseca
	Ho capito la maggior parte degli argomento					utilità apprendimento
	e non è stata pesante come attività anche grazie ai lavori di gruppo.					OP apprendimento tra pari
S	Quando hanno parlato per la prima volta di questo progetto mi sono sollevata perché la mia media non era proprio il massimo e quindi speravo di alzarla un po'.					
	Diciamo che dalla "pratica" arrivare alla teoria è sicuramente un metodo di apprendimento alternativo			R		OP apprendimento per problemi
	ed efficacie,					utilità apprendimento
	se mi fossi impegnata un po' più a fondo avrei avuto sicuramente risultati migliori.					
	Ho apprezzato il lavoro di gruppo					OP apprendimento tra pari
	perché bene o male si deve sempre essere tutti sulla stessa onda anche se non sempre lo si è.					
	Non essendo portata per la **matematica** magari rispetto a qualcun altro le spiegazioni non mi erano subito chiare.		M	R		livello di competenze percepite basso
						no livello ottimale della sfida

S	La mia esperienza riguardo "flipped math" è stato positivo,					OPG
	perché le attività erano interessanti.				interesse	mot intrinseca
	Riguardo gli argomenti in generale sono stati spiegati bene e mi sono impegnata al massimo.					
	Però non c'è stato il tempo materiale di capire gli **argomenti**.		M			mancanza di tempo
	L'unico argomento che mi è stato possibile studiare al meglio è stato la **parabola**, mentre per gli altri argomenti è stato molto difficile.		M			no livello ottimale della sfida
	Gli **argomenti** erano molto interessanti,		M		interesse	mot intrinseca
	e la tirocinante in questione è stata molto brava.					
	Ripeto come in precedenza, è stato un bel progetto,					OPG
	peccato per il tempo. Per apprendere le formule e i video che sono stati molto utili il tempo c'è stato, ma per capire tutti i problemi richiesti in verifica il tempo mancava in abbondanza.					
S	Questo proggetto mi è piaciuto molto perché secondo me è giusto fare, studiare in un modo diverso dal piano scolastico.					OP novità
	Il lavoro in gruppo l'ho trovato molto bene					OP apprendimento tra pari
	perché in questo modo ho <u>capito meglio</u> le lezioni,	sì				utilità apprendimento
	e anche i compiti via email l'ho trovato molto oppurtuno ed efficace perché in questo modo mi ricordavo le lezioni e anche i compiti da svolgere.					OP uso tecnologia
	Secondo me dovrebbe essere più lezioni per la preparazione per le verifiche, anche se le professoresse sono state molto chiare e brave a spiegare, serve molto più tempo per la preparazione alle verifiche.					mancanza di tempo
S	Questa esperienza mi è piaciuta,					OPG
	sono stata contenta di imparare cose diverse anche se a tratti sono risultate molto difficili da capire, ma poi facendo esercizio sono riuscita a impararle.					
	Il lavoro di gruppo è andato bene anche se non abbiamo lavorato molto.					OP apprendimento tra pari
	Mi sono sentita motivata a fare ciò		M	R		motivazione ?
	perché la **matematica** mi piace molto.		M			BP matematica
	Aspetti positivi: lavoro online,					OP uso tecnologia
	spiegazioni e **dimostrazioni**,		M			
	lavoro di gruppo.					OP apprendimento tra pari
	Aspetti negativi: poche ore prima dei compiti in classe, […]					mancanza di tempo
	Di solito matematica la capisco bene e anche con questo proggetto l'ho capita bene, tranne magari qualche volta che le spiegazioni non erano chiarissime.					

S	Io mi sono trovato bene con il progetto Flipped Math					OPG
	perché secondo me il lavoro di gruppo è stato molto utile			R		OP apprendimento tra pari
	perché molte volte i tuoi compagni riescono a farti capire cose che magari con i professori non avrei capito.					utilità apprendimento
	Le attività di scoperta che abbiamo fatto			R		OP apprendimento per problemi
	sono state molto interessanti perché è un modo alternativo per capire cose difficili da spiegare.				interesse	mot intrinseca
	Mi sono sentito abbastanza motivato,					motivazione ?
	e i miei voti sono aumentati rispetto a prima.					mot estrinseca
S	Questo progetto è stato abbastanza interessante.				interesse	mot intrinseca
	Credo solo che l'attività di gruppi svolta, non sia stata molto utile,			R		no utilità apprendimento
	in quanto, prima che venisse svolta, non veniva fatte spiegazioni dai docenti, quindi, personalmente io mi trovavo in difficoltà a capire tutto da sola.					ON apprendimento tra pari
	Tuttavia in seguito alle attività di gruppo venivano fatte le spiegazioni, che sinceramente capivo solo con tanta pratica che svolgevo a casa da sola.					
	Ritengo inoltre che prima delle verifiche fissate venivano fatti troppi pochi esercizi di ripasso e quindi mi sono trovata in difficoltà, ma alla fine me la sono cavata.					ONG
S	Questo progetto in linea di massa mi è piaciuto.					OPG
	Sono riuscito ad alzare la media scolastica prendendo dei buoni voti.					mot estrinseca
	Gli argomenti svolti mi sono sembrati facili e li ho compresi molto bene.					utilità apprendimento
	Lavorare in gruppo sarebbe stato una buona idea che però non è stata molto seguita.					
	La lezioni mi sembravano strutturate bene e ripeterei questa esperienza.				desiderio di ripetere l'esperienza	OPG
S	L'esperienza non mi è piaciuta molto,					ONG
	non ho capito tanto e sono dovuta andare a ripetizioni, inoltre i miei voti sono molto calati rispetto a prima,					no utilità apprendimento
	le cose secondo me sono state spiegate molto poco e in maniera superficiale non spiegando il perché, quindi sono molto dispiaciuta perché avrei meritato molto di più.					ONG
	Il lavoro di gruppo non mi è piaciuto			R		ON apprendimento tra pari
	perché ha creato molto caos in classe e inoltre lavoravano solo poche persone.					no bisogno di relazionalità tra pari
S	Il progetto è stato interessante				interesse	mot intrinseca
	ma penso inutile per i problemi che affronto nella vita quotidiana.		M			visione della matematica inutile

	E' stata un'esperienza diversa, lavorare in gruppo			R		OP apprendimento tra pari
	è stato divertente				divertimento	mot intrinseca
	e avere pareri di altri compagni aiutava molto.					utilità apprendimento
	Gli argomenti erano abbastanza difficili, il tempo era a volte troppo corto per poter studiare e a volte giusto.					mancanza di tempo
	La prof è stata chiara e ci ha aiutato molto nel percorso di studi, il lavoro a casa è stato essenziale per poter imparare ma se si ascoltava la lezione a casa il lavoro da fare era più facilitato.					
S	Questo progetto sarebbe stato bello se solo avessi capito l'**argomento** iniziale. Avendo preso un'insufficienza alla prima verifica tutte le altre non riuscivo neanche a capire l'**argomento** e più ascoltavo più non capivo.			R		ONG
			M			no utilità apprendimento

C.3.5. Istituto professionale

Istituto professionale L. Einaudi (3°)						
S/D	**Sentences**	**C**	**M**	**R**	**Sub-category**	**Category**
S	Questo progetto è stata un'esperienza nuova per imparare e ragionare con la **matematica** in modo diverso da prima. Mi sono impegnata e ho collaborato		M			
	anche se non mi piace la **matematica**.		M			BN matematica
	Avrei preferito delle spiegazioni più complete					ONG
	e non ho trovato molto efficace il metodo di mandare esercizi per posta elettronica.					ON uso tecnologia
	Bisognerebbe rendere questo progetto più coinvolgente.					assenza di motivazione
S	Ho trovato interessante questo progetto			R	interesse	mot intrinseca
	perché le **formule matematiche** sono state collegate alla realtà.		M			OP ponte mate e realtà
	Mi è piaciuto conoscere un modo diverso di studiare la **matematica**,		M			OP novità
	che mi ha motivata					motivazione ?
	e incuriosita.				curiosità	mot intrinseca
S	L'esperienza mi è piaciuta dato che ho avuto la possibilità di scoprire ed imparare matematica anche se le ore del progetto secondo me erano troppe (due attaccate il venerdì e una a lunedì).					OPG
	Non sono stata motivata			R		assenza di motivazione
	dato che in un primo momento non capivo assolutamente nulla e solo con l'aiuto della prof e della ragazza che svolgeva il progetto.					no bisogno di competenza

	Questa esperienza mi ha aiutato a capire i miei punti forti e quelli deboli della **matematica.**		M			
	All'inizio ho fatto molta fatica ma verso la fine sono riuscita a capire,					bisogno di competenza
S	grazie anche all'aiuto delle mie compagne			R	bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	che mi hanno motivato					motivazione ?
	e anche alla professoressa.				bisogno di relazionalità con docente	bisogno di relazionalità
	Ho trovato questo progetto abbastanza bello					OPG
	e mi sono sentita abbastanza motivato					motivazione ?
S	nonostante si trattassero argomenti che non mi piacevano.					
	A tratti l'ho trovato un po' stancante ma comunque utile					utilità apprendimento
	e mi è anche piaciuto lavorare in gruppo.					OP apprendimento tra pari
	Non mi è piaciuto il gran numero di esercizi però.					
	Ho trovato utile tutto il lavoro facendomi avere un approccio diverso con la **matematica**.		M			OP novità
	Questo progetto è stato interessante				interesse	mot intrinseca
S	anche se avrei preferito fosse stato fatto a inizio anno in quanto c'è più tempo per recuperare.					
	È stato divertente per alcuni tratti				divertimento	mot intrinseca
	e molto stancante in altri.					no livello ottimale della sfida
	Ho trovato questa esperienza un po' stancante per i troppi esercizi.					no livello ottimale della sfida
S	Mi è piaciuto però lavorare in gruppo con i miei compagni di classe.					OP apprendimento tra pari
	Mi è stato difficile capire le spiegazioni			R		no utilità apprendimento
	perché non ero abituata al modo di spiegare [del docente].					ON novità
	Questa esperienza mi è piaciuta,					OPG
S	però, dal mio punto di vista, sono abituata a un altro modo di spiegare,			R		ON novità
	quindi mi risulta un po' difficile apprendere.					no utilità apprendimento

	Mi è piaciuto molto lavorare in gruppo.					OP apprendimento tra pari
	È stato un progetto un po' stancante					no livello ottimale della sfida
	ma anche bello e divertente.				divertimento	mot intrinseca
S	Questa esperienza è stato un po' noiosa				EN	DEN
	ma anche un po' divertente.				divertimento	mot intrinseca
	Con il mio gruppo non mi sono trovata benissimo.				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	All'inizio non riuscivo a capire bene l'argomento infatti ero molto preoccupata per la verifica, ma fortunatamente con la prof abbiamo fatto il ripasso e ho capito meglio.					
S	Questo progetto è stato molto stancante per i troppi esercizi che mi hanno dato					no livello ottimale della sfida
	però è stato bello lavorare di gruppo,			R		OP apprendimento tra pari
	confrontarsi con gli altri,				bisogno di relazionalità tra pari	bisogno di relazionalità
	ed essendo il mio primo corso ho imparato delle cose che non sapevo.					
S	Questa esperienza mi è stata utile, ma un po' difficile essendo il primo corso che ho fatto.					
	Ho cercato di impegnarmi e di andare bene nella verifica, sperando di prendere un bel voto.					mot estrinseca
	Avrei preferito lavorare individualmente anziché in gruppo.					ON apprendimento tra pari
S	Questa esperienza è stata molto interessante rispetto alle lezioni fatte durante l'anno.	sì			interesse	mot intrinseca
	La spiegazione degli argomenti è stata molto chiara, quindi per me è stato più semplice studiare per la verifica.	sì				utilità apprendimento
S	All'inizio questa esperienza mi è sembrata diversa dalle normali lezioni di matematica.					
	È stato interessante				interesse	mot intrinseca
	alcune volte noiosa,				EN	DEN
	mi ha insegnato molte cose che non sapevo e non pensavo esistessero.					
	Ho cercato di applicarmi anche se la **matematica** non mi piace.		M			BN matematica

Appendice D

D.1. Unità di apprendimento sui sistemi di numerazione

Riportiamo di seguito l'unità di apprendimento suddivisa in tre cicli di incontri (i sistemi di numerazione nella storia, la numerazione decimale e i criteri di divisibilità, la numerazione binaria) da quattro ore ciascuno, per una durata complessiva di 12 ore.

D.1.1 Sistemi di numerazione nella storia

Il primo ciclo di incontri, della durata complessiva di quattro ore, sarà svolta nel laboratorio di informatica in quanto gli studenti dovranno avere sempre a disposizione un computer con connessione internet.

Lanciare la sfida

Il momento del lancio della sfida, relativo alla prima lezione, sarà svolto in classe. Lo scopo è di attivare negli studenti un particolare interesse, che producendo coinvolgimento cognitivo ed emotivo, renda possibile un apprendimento significativo. Lo stimolo scelto sarà un'immagine selezionata dal web (Figura 205), precisamente da uno dei social network di maggior diffusione, *Facebook*. La speranza è che l'origine ed il tema così attuale di questa immagine possa rendere maggiormente accattivante l'introduzione dell'argomento.

Facebook fa ormai parte della vita quotidiana dei giovanissimi, quindi gli alunni avrebbero potuto imbattersi nell'immagine proposta durante il loro tempo libero, magari avrebbero anche potuto commentarla pubblicamente sul web in modo inappropriato, non cogliendo l'ironia (come mostrato in Figura 206 Figura 206). Questo è un rischio tangibile per gli alunni, che per questo potrebbero desiderare di migliorare la conoscenza che hanno in merito.



Figura 205 Immagine stimolo selezionata da Facebook

Alcuni commenti degli utenti di Facebook sono riferiti all'immagine su cui poter riflettere:



Figura 206 Commenti di utenti Facebook all'immagine in Figura 205

Tale stimolo vuole promuovere un dibattito sul tema proposto nell'immagine, un tema, come detto, estremamente attuale e strettamente legato alla quotidianità degli studenti. Nonostante la giovane età dei componenti della classe la maggior parte di loro avrà probabilmente un'opinione in merito essendo argomento estremamente dibattuto, forse anche in ambiente familiare. Gli scenari che si potranno presentare sono disparati: alcuni alunni potrebbero comprendere l'ironia dell'immagine, altri invece potrebbero non percepirla, e sbilanciarsi con opinioni personali in favore o contro il testo sovrascritto all'immagine. Al termine del confronto, una volta che l'intera classe avrà preso consapevolezza del fatto che i numeri odiernamente usati in Italia sono chiamati proprio *numeri arabi*, probabilmente si instillerà in ognuno degli studenti una curiosità relativa all'argomento.
Prendendo spunto dai lavori di Dan Mayer, un insegnante statunitense di scuola media di secondo grado che ha realizzato siti dedicati all'apprendimento della matematica con un approccio induttivo, si inviterà gli alunni a porsi quesiti riguardanti la discussione appena terminata. Essendo queste formulate da loro in prima persona dovrebbero provocare un naturale bisogno di soddisfarle. Sotto la guida dell'insegnante si annoteranno le questioni emerse più interessanti come: "Perché si chiamano numeri arabi?", "Ci sono o ci sono stati altri tipi di numeri?". Si concederà alla classe una decina di minuti per una ricerca sul web individuale con lo scopo di rispondere ai quesiti selezionati. Si farà seguire una seconda discussione collettiva, chiedendo ai singoli di esporre i risultati delle loro ricerche in modo informale, facendo emergere così i temi principali dell'unità di apprendimento che si andrà poi a sviluppare. Questi temi sono: la diffusione del sistema di numerazione indo-arabo in Europa e i differenti sistemi di numerazione sviluppati dalle popolazioni nel corso della storia. Ci si riferisce in particolare alle popolazioni egiziane, mesopotamiche, greche, cinesi e indiane.
Prima di proporre l'attività è possibile fornire informazioni e riferimenti utili per affrontarla al meglio. Si vorrà, mediante una breve lezione frontale, presentare il sistema di numerazione posizionale decimale, richiamando conoscenze pregresse degli studenti, riorganizzandole in una struttura più adatta al nostro percorso.

Condurre la sfida

Per lo svolgimento dell'attività, che di seguito andremo a presentare, si farà ricorso a strategie di active learning, in particolare alla peer education. La classe verrà divisa in gruppi formati di quattro o cinque studenti con lo stesso livello disciplinare, secondo la metodologia della peer collaboration.

Ad ogni gruppo verrà assegnato il compito di svolgere una ricerca approfondita nel web sul tema dei sistemi di numerazione usati da una delle popolazioni elencate in precedenza durante la discussione della fase iniziale. La loro ricerca sarà guidata dall'insegnante, infatti, non solo verrà consigliata una lista di siti web da cui poter attingere, ma verrà anche preparata una scheda contenente i punti nodali su cui sarebbe meglio concentrarsi. Chiameremo *schede di supporto* l'insieme di questi due strumenti forniti dall'insegnante (un esempio è riportato in Tabella 21). Un'attività di ricerca autonoma come quella appena descritta produce una conoscenza più persistente e duratura, oltre a competenze fondamentali come quelle sociali e digitali. Essendo i gruppi di diverso livello disciplinari, verranno assegnati a quelli più deboli le popolazioni con sistemi di numerazione meno complessi dal punto di vista matematico (in ordine: civiltà greca, civiltà indiana, civiltà egiziana, civiltà cinese e civiltà babilonese), per garantire il livello di sfida ottimale.

Una volta raccolte le informazioni, queste dovranno essere rielaborate e organizzate per la produzione di materiale, sia testuale che multimediale (presentazioni con slide, video, immagini, ecc.) che verrà condiviso in un secondo momento con l'intera classe e sarà utile per l'ultima fase. Come si può intuire gli studenti sono così spinti a operare come "piccoli ricercatori" guidati dall'insegnate, spinti a ripercorrere i processi che hanno portato a ottenere le conoscenze che si vogliono far loro acquisire. In tal modo si favorisce lo sviluppo di una mentalità scientifica promuovendo la capacità di mettere in discussione le conoscenze invece che assimilarle acriticamente.

Numerazione egiziana

Siti web consigliati:

- C.B.Boyer *Storia della matematica* (file in Cartella Condivisa) L'Egitto

- www-history.mcs.st-and.ac.uk/Indexes/HistoryTopics.html

- dm.unife.it/storia/index.html

Domande guida:

- dove e quando si è sviluppata la civiltà egiziana?

- quali reperti storici ci hanno permesso di conoscere e decifrare la loro scrittura?

- che tipo di numerazioni veniva usata?

- come svolgevano le operazioni aritmetiche?

- che scopi aveva la matematica?

Tabella 21 Scheda di supporto sul sistema di numerazione egiziano

Chiudere la sfida

A questo punto si mette in atto il processo collettivo di riflessione, guidato dall'insegnante, che coinvolge tutta la classe con l'obiettivo di chiarire, rendere espliciti e consolidare gli apprendimenti. Si struttura solitamente di tre parti: la definizione delle regole del dibattito, l'esposizione di cosa è stato fatto, le riflessioni conclusive e gli sviluppi futuri.

Le regole del dibattito, che verranno esplicitate solo alla prima lezione, saranno: il rispetto delle opinioni degli altri, l'impegno a contribuire alla discussione, l'uso appropriato del linguaggio, ecc. Queste sono fondamentali in quanto favoriscono lo sviluppo di un clima sereno tra i partecipanti, facendoli sentire liberi di esprimersi.

L'esposizione del lavoro verrà svolta da ogni gruppo seguendo l'ordine cronologico dell'argomento a loro assegnato. Sarà richiesto di proporre ai compagni una breve presentazione dell'argomento analizzato (10 minuti per gruppo), assicurandosi di toccare i punti nodali segnalati nella scheda di supporto. Sarà inoltre consigliato alla classe di prendere appunti durante la presentazione; questi saranno utili, insieme al materiale preparato e condiviso dal gruppo che presenta, per la compilazione di alcune schede di verifica sull'argomento (riportata in Tabella 22), a conclusione dell'incontro.

Rispondi alle seguenti richieste. 1. Racconta una breve storia del numero 0. 2. Quale civiltà utilizzava un sistema di numerazione sessagesimale e posizionale? Scrivi una breve descrizione del sistema di numerazione. 3. Scrivi i numeri 314 e 815 con i simboli egiziani, prova a sommarli e a sottraili come avrebbero fatto loro. 4. Cosa si intende con notazione a bastoncino? Descrivilo brevemente contestualizzando la tua risposta. 5. Cosa hanno in comune la numerazione greca e quella romana? 6. Secondo te, perché noi oggi utilizziamo una numerazione posizionale decimale? (giustifica entrambi gli aggettivi)

Tabella 22 Proposta di verifica sui sistemi di numerazione nella storia

Al termine delle presentazioni di tutti i gruppi si aprirà uno spazio per le riflessioni, facendo notare un problema non ancora risolto: “Perché si chiamano numeri arabi?”. Verrà quindi ampliata questa fase oltre l'aula, invitando gli alunni a svolgere individualmente una ricerca sull'argomento (dal titolo *Diffusione della matematica araba in Europa*) guidata dall'insegnante mediante schede di supporto. Nuovamente, come fatto in aula, gli alunni dovranno rielaborare ed organizzare le informazioni in una breve presentazione (di 10 minuti) da proporre alla classe all'incontro seguente.

Time-table:

Attività:	**Durata (minuti):**
Presentazione alla classe	10
Stimolo e discussione	10
Ricerca esplorativa	15
Discussione sui risultati	10
Attività in gruppo	180
Debriefing	60 (10 a gruppo)
Verifica sommativa	30
Consegna compiti per casa	5

D.1.2. Numerazione decimale e criteri di divisibilità

La parte iniziale del secondo ciclo di incontri verrà dedicata all'esposizione degli elaborati di alcuni studenti sul tema *Espansione della matematica araba in Europa*. La presentazione non sarà valutata esclusivamente dall'insegnante, ma anche dagli stessi compagni. La *peer review* è infatti fortemente consigliata poiché ha la capacità di far emergere nei "piccoli valutatori" qualità come senso critico e attenzione. Essendo questa pratica psicologicamente e socialmente difficile si può chiedere agli studenti di trovare, oltre errori e incongruenze negli elaborati dei compagni che presentano, anche alcuni punti di forza.

Lanciare la sfida (1)

Dopo le esposizioni degli studenti riguardo la matematica araba e della sua diffusione in Europa si potrebbe dedicare attenzione alle quattro operazioni fondamentali usate oggi, che nascono e si sviluppano proprio nel periodo storico trattato.

Potrebbe essere interessante capire come e perché funzionano gli algoritmi delle quattro operazioni, che tutti sfruttano quotidianamente. Lo stimolo potrebbe quindi puntare a far nascere questa curiosità.

Si potrebbe organizzare una gara di velocità nel "far di conto". Questo è semplicemente un pretesto per attirare la loro attenzione e fargli applicare gli algoritmi delle quattro operazioni, per far notare in un secondo momento quanto sia stato meccanico farlo. Terminata la gara e proclamato il vincitore si può chiedere: "come hai fatto a essere così veloce?", "Quale algoritmo hai usato? Mostracelo, magari è diverso da quello dei tuoi compagni", "Come fai a essere sicuro che il risultato sia giusto?", "Perché l'algoritmo funziona?".

Condurre la sfida (1)

L'attività consisterà nell'argomentare le operazioni svolte durante la gara. Poiché gli algoritmi delle quattro operazioni dipendo dal sistema di numerazione in cui queste vengono svolte, si consiglierà di lavorare con la rappresentazione decimale dei numeri (vista nella lezione precedente) e sfruttando le proprietà delle operazioni che si conoscono (ad esempio distributività della moltiplicazione e divisione rispetto alla somma e alla differenza).

Si useranno strategie della peer education, questa volta nella modalità del peer tutoring, organizzando piccoli gruppi formati di 2 o 3 elementi con livelli disciplinari differenti. Lo scopo, come il nome della stessa metodologia suggerisce, è che gli allievi con competenze di livello superiore possano fungere da tutor per i loro compagni di gruppo. Nel caso in cui l'insegnante si accorgesse che l'intera classe sta affrontando difficoltà eccessive nella dimostrazione del gioco, può fornire alcuni stimoli che permettano agli alunni di produrre una soluzione.

A titolo esemplificativo mostriamo come dovrebbe essere svolta l'attività per l'operazione di somma. Si lavorerà per casi, ad esempio 57+ 34.

Cominciamo sommando le due cifre decimali meno significative (quelle più a destra), ottenendo $7 + 4 = 11$; poiché $11 > 9$ prendiamo 1 come cifra decimale meno significativa della somma e 1 come riporto. A questo punto, sommiamo tra loro le due cifre successive e il riporto ottenuto prima, ottenendo $5 + 3 + 1 = 9$, che è la cifra successiva della somma. Otteniamo così che $57 + 34 = 91$.

Cerchiamo di capire ora perché l'algoritmo funziona sfruttando la notazione decimale posizionale:

$$57 + 34$$
$$5 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$$
$$8 \cdot 10^1 + 11 \cdot 10^0$$
$$8 \cdot 10^1 + (1 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0) \cdot 10^0$$
$$8 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$$
$$9 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$$

Chiudere la sfida (1)
Ogni gruppo dovrà poi presentare alla classe l'argomentazione di uno degli algoritmi delle quattro operazioni. Il tutorando sarà il portavoce, così da assicurarsi la reale comprensione di tutti i membri del gruppo. Di nuovo si sfrutterà la peer review per rendere partecipe tutta la classe.
Lanciare la sfida (2)
Lo stimolo, pensato per questa seconda parte del ciclo di incontri, consiste in un gioco di prestigio chiamato *Il magico 9*. La speranza è che, come spesso accade quando si è spettatori di "giochi di magia", nasca un forte desiderio di comprendere il meccanismo che lo rende possibile. Nuovamente quindi traiamo ispirazione dalle metodologie di Dan Mayer, facendo nascere negli studenti domande derivate dalla pura curiosità.
Vediamo nel seguito in cosa consiste *Il magico 9*.
Dopo aver scritto il numero 9 su un foglio, senza mostrarlo alla classe, questo sarà ripiegato e inserito in una busta. Si inviteranno gli alunni, ognuno indipendentemente dagli altri, a pensare ad un numero di due cifre. Sarà richiesto di sommare le due cifre di cui il numero è formato e di sottrarlo al numero pensato inizialmente. Si continuerà specificando che, se il risultato è di una sola cifra si ha finito il gioco, altrimenti le due cifre di cui è composto il risultato andranno nuovamente sommate. Si chiederà quindi agli spettatori di dire in contemporanea ad alta voce il numero ottenuto dopo il procedimento. Ogni studente sarà sorpreso nel sentire dire all'intera classe il suo stesso numero, e lo sarà ancor di più quando verrà estratto dalla busta il foglio su cui inizialmente era stato scritto il numero nove. Per spiegare questo gioco di prestigio è sufficiente conoscere la rappresentazione posizionale decimale di un numero generico ed applicare su di esso le richieste del prestigiatore.
Un numero generico in rappresentazione posizionale decimale è della forma

$$X \cdot 10 + Y ,$$

sottraendo a quest'ultimo la somma delle cifre di cui è composto si ottiene

$$X \cdot 10 + Y - (X + Y) ,$$

svolgendo i calcoli si ha

$$X \cdot 10 + Y - X - Y$$

ossia $9X$.
Se $X = 1$ il risultato è 9, numero composto di una sola cifra, quindi il gioco è giunto al temine con il risultato atteso.
Se $X > 1$ il risultato $9X$ sarà un numero composto di due cifre e sarà sicuramente multiplo di 9. Poiché il criterio di divisibilità per 9 asserisce che "un numero è divisibile per 9 se la somma delle sue cifre è multiplo si 9" alla richiesta di sommare le cifre di cui è composto si otterrà come risultato proprio il numero atteso (Peres, 2006).
Condurre la sfida (2)
Verrà concesso alla classe mezzora di tempo per cercare di spiegare il trucco che sottende *Il magico 9*. Si sfrutteranno nuovamente strategie della peer education nella modalità del peer tutoring, mantenendo la formazione dei gruppi scelta precedentemente.
Il trucco che sottende il gioco di prestigio prescelto necessita solamente della conoscenza della notazione posizionale decimale di un qualsiasi numero (conoscenza pregressa acquisita nella lezione precedente) e dei criteri di divisibilità, in particolare per nove.
Chiudere la sfida (2)
I criteri di divisibilità sono l'altro argomento centrale dell'incontro, essendo importante conseguenza del sistema di numerazione posizionale decimale.
I criteri di divisibilità non saranno affrontati nel dettaglio, per la loro difficoltà di trattazione, ma solo presentati come utile strumento matematico.
Gli studenti potranno anche essere invitati a esercitarsi sull'applicazione di questi ultimi a casa sfruttando giochi sul web come http://lnx.sinapsi.org/wordpress/2014/12/03/allenati-con-i-criteri-di-divisibilita/.
Per concludere la lezione, si può proporre un ultimo gioco di prestigio, *Il rinoceronte nero*,

la cui spiegazione si basa sugli stessi elementi portanti de *Il magico 9*. Chiedere alla classe di dimostrare anche questo gioco di prestigio coincide con la richiesta di applicare le strategie e le conoscenze appena sviluppate ad un nuovo problema sfidante.
La scoperta della strategia di quest'ultimo può essere portata avanti anche individualmente dagli studenti, che dovrebbero sentirsi autonomi anche senza l'appoggio del gruppo. Vediamo ora in cosa consiste il gioco di prestigio *Il rinoceronte nero.*
Dopo aver scritto la frase "Un rinoceronte nero in Danimarca" su un foglio, senza mostrarlo alla classe, questo sarà ripiegato e inserito in una busta. Si inviterà gli studenti, ognuno indipendentemente dagli altri, a eseguire mentalmente le seguenti istruzioni:

1. pensare ad un numero intero compreso tra 1 e 10;
2. moltiplicate questo numero per 9;
3. se il risultato è composto da due cifre sommatele;
4. sottraete 5 dal risultato ottenuto;
5. individuate la lettera dell'alfabeto che occupa la posizione corrispondente al valore
6. ottenuto;
7. pensate al nome di una nazione europea che inizi con tale lettera;
8. osservate la terza lettera della nazione e pensate ad un colore che inizi con tale lettera;
9. osservate la terza lettera del colore scelto e pensate ad un grosso mammifero che inizi con quella lettera.

A questo punto si aprirà il foglio contenuto nella busta e mostrandolo alla classe si chiederà in modo provocatorio "Ma secondo voi, cosa ci fa un rinoceronte nero in Danimarca?" (Peres, 2006).
La dimostrazione si basa esclusivamente sul criterio di divisibilità per 9. Infatti qualsiasi numero scelto tra 1 e 10, moltiplicato per 9, sarà banalmente un multiplo di 9, e per il suo criterio di divisibilità la somma delle cifre di cui è composto risulterà proprio 9.
Dunque dal terzo punto in poi gli studenti cominceranno a fare gli stessi ragionamenti: sottrarranno 5 per ottenere 4, considereranno quindi la lettera D, la quarta dell'alfabeto. La nazione più famosa in Europa che inizia per D è la Danimarca; ora, scelta la sua terza lettera, si sarà obbligati a pensare al colore nero, l'unico con quella iniziale. Nuovamente guardando la terza lettera e pensando ad un mammifero di grandi dimensioni si sceglierà il rinoceronte.

Time-table*:*

Attività:	**Durata (minuti):**
Presentazione ricerca studenti	40
Stimolo 1	10
Attività in gruppo 1	70
Debriefing 1	20
Stimolo 2	10
Attività 2	30
Debriefing 2	10
Problema 1	30
Problema 2	20

D.1.3. Sistema di numerazione binario

Questa lezione sarà divisa in due parti, una introduttiva più breve, dedicata ad al primo approccio al codice binario. Nella seconda parte, quella più corposa, si vedranno alcune applicazioni ludiche del sistema di numerazione appena introdotto con lo scopo di

approfondirlo e sedimentarlo.

Lanciare la sfida (1)

Anche per il terzo ciclo di incontri lo stimolo scelto è un gioco di prestigio chiamato *Le tracce significative*. Come detto in precedenza la speranza è ancora quella di stimolare un forte desiderio di comprendere il meccanismo che ne sta alla base.

Le tracce significative è un gioco di prestigio molto semplice, che necessita di un collaboratore scelto tra gli allievi e di un mazzo di carte. Dopo aver tracciato sei linee verticali a distanza di circa 10 cm, il docente-prestigiatore darà le spalle al tavolo e chiederà al collaboratore di scegliere un mazzetto formato da un numero di carte a sua scelta, e posizionarle sulla prima linea a destra. Da questo andranno prelevate due carte, una sarà scartata, l'altra posizionata sulla prima linea successiva a sinistra. Quest'ultimo procedimento deve essere ripetuto finché possibile, ossia fino a quando saranno terminate le carte del mazzetto sulla prima linea da destra o resterà un'unica carta. La serie di mosse appena illustrate andranno ripetute sul nuovo mazzetto presente sulla seconda linea a partire da destra, e poi iterato. Come si può immaginare, al termine di tutto il processo, sulle linee verticali potranno esserci una o nessuna carta. Giunti a questo momento, il prestigiatore potrà girarsi verso il tavolo, e guardando semplicemente la disposizione delle carte riuscirà a capire il numero di carte di cui era composto il mazzetto scelto inizialmente.

Se, ad esempio, il numero di carte scelte inizialmente fosse 25, sul tavolo si devono essere succedute le seguenti situazioni:

Linee da destra	6°	5°	4°	3°	2°	1°
Numero carte all'inizio						25
Numero carte dopo il primo ciclo					12	1
Numero carte dopo il secondo ciclo				6	0	1
Numero carte dopo il terzo ciclo			3	0	0	1
Numero carte dopo il quarto ciclo		1	1	0	0	1

La spiegazione del trucco che sottostà a questo gioco di prestigio è strettamente legata al codice binario. Infatti ogni operazione di ridistribuzioni dei mazzetti, su cui si basa questo gioco, equivale a dividere per due il numero di carte di cui sono formati. Per dirlo in altri termini, il quoziente della divisione corrisponde al numero di carte che vengono posizionate sulla linea successiva a sinistra, mentre il resto è dato dal numero di carte che rimangono sulla linea di partenza. Risulta evidente che l'intero procedimento è un'applicazione pratica della conversione di un numero decimale in codice binario. Dunque per risalire al numero di carte contenute nel mazzetto iniziale è sufficiente riconvertire in decimale il numero binario individuato dalla successione di carte e spazi vuoti sulle linee (Peres, 2006).

Condurre la sfida (1)

L'attività didattica della prima del ciclo di incontri sarà da svolgere individualmente. Lo scopo non è quello di giungere alla comprensione del trucco che sottende *Le tracce significative*, come richiesto nella lezione precedente, si vuole solo che gli studenti mettano in relazione i passaggi del gioco con le procedure matematiche che ne conseguono (guidati dalle schede di supporto in Tabella 23), giungendo inconsapevolmente alla scoperta del processo di conversione di un numero decimale in binario. Le loro conclusioni verranno esplicitate in una discussione di classe.

Compila la seguente tabella annotando il numero di carte presenti nei mazzetti presenti sulle linee verticali (quando ci sono):

Linee da destra	6°	5°	4°	3°	2°	1°
Numero carte all'inizio						
Numero carte dopo il primo ciclo						
Numero carte dopo il secondo ciclo						
Numero carte dopo il terzo ciclo						
Numero carte dopo il quarto ciclo						
Numero carte dopo il quinto ciclo						

Dimentichiamoci per un secondo del gioco di prestigio e analizziamo la tabella.
Cosa posso osservare?
Cosa accade passando dalla prima alla seconda riga? E dalla seconda alla terza? E...?

Tabella 23 Scheda di supporto per l'attività *Le tracce significative*

Chiudere la sfida (1)
Si condurrà poi una discussione guidata dal docente per presentare la soluzione del gioco e quindi introdurre il sistema di numerazione binario. Si forniranno informazioni utili al proseguimento dell'attività didattica mediante una breve lezione dialogata volta alla presentazione dell'argomento.
Lanciare la sfida (2)
Lo stimolo scelto per questa seconda parte consiste in un gioco di strategia, *Il gioco del Nim*. La conduzione di questo momento, che di seguito andremo a descrivere, si ispira alla metodologia didattica *Think-Pair-Share* (King, 1993), ed ha lo scopo di coinvolgere tutta la classe.
Si mostrerà un video che illustra le regole del gioco, presentando come esempio alcune partite. Si inviteranno quindi gli studenti a disporsi in coppie, così da poter provare il gioco per alcuni minuti. Lo spirito di competizione dovrebbe far emergere in loro il desiderio di conoscere la strategia vincente; questa sarà illustrata in una breve lezione dialogata. Sarà quindi concesso altro tempo per permettere alla classe di esercitarsi con la strategia e per poterla comprendere approfonditamente.
Il gioco del Nim è uno dei giochi matematici più antichi e intriganti oggi conosciuti. Il nome e la teoria completa del gioco furono inventate nel 1902 da C. L. Bouton. Descriviamo di seguito la versione da noi utilizzata.
Sono date 4 colonne di fiammiferi C1, C2, C3 e C4, contenente rispettivamente 1 ,3, 5, 7 fiammiferi. In ogni mossa il giocatore di turno deve scegliere una delle colonne, non già vuote, e rimuovere da esso un certo numero di fiammiferi, da un minimo di uno fino all'intera colonna. Vince il giocatore che rimuove l'ultimo fiammifero.
La situazione presente sul tavolo dopo ogni mossa può essere rappresentata da una quadrupla (a_1, a_2, a_3, a_4), detta posizione, contenente in ordine le quantità di fiammiferi delle varie colonne. Ad esempio la posizione iniziale del gioco (rappresentata in Figura 207) preso in esame sarà indicata con (1, 3, 5, 7); dopo ogni mossa la posizione si modificherà in base alla scelta fatta dal giocatore. Appare quindi evidente che esiste una sola posizione terminale, ovvero (0, 0, 0, 0).

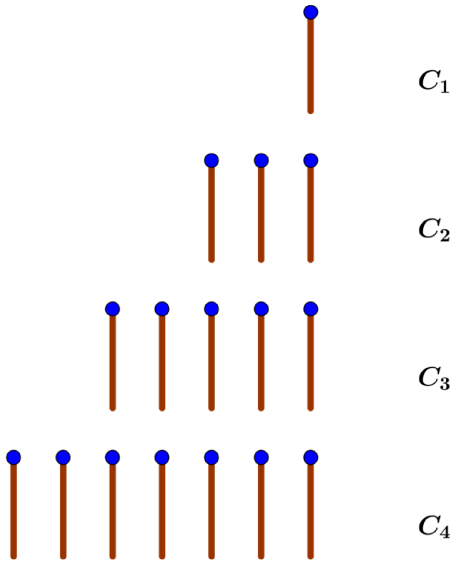


Figura 207 Rappresentazione della posizione iniziale del Gioco del Nim

In questa versione del gioco esiste una strategia vincente per il secondo giocatore. Questo deve muovere i fiammiferi in modo da lasciare al proprio avversario una posizione tale che, trasformati in codice binario a_1, a_2, a_3, a_4, e sommanti quest'ultimi tra loro con la somma-Nim (in Tabella 24), il risultato sia nullo. Si può osservare che la posizione iniziale da noi considerata, (1, 3, 5, 7), ha somma-Nim nulla, e da una posizione di questo tipo si possono ottenere solo posizioni con somma-Nim non nulla. Per tale motivo il secondo giocatore, se conosce questa strategia, risulterà sempre vincitore (Eugeni et al., 2001).

Somma Nim:	0	1
0	0	1
1	1	0

Tabella 24 Modalità di svolgimento della somma Nim

Il numero di colonne e di fiammiferi contenuti in esse della posizione iniziale può essere modificato, verificando che la somma-Nim sia nulla per assicurare la vittoria al secondo vincitore. Un esempio può essere (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7).

Condurre la sfida (2)

L'attività didattica sfrutterà la strategia, già utilizzata, della peer education, suddividendo la classe in gruppi di quattro elementi con il medesimo livello disciplinare. Ad ogni gruppo verrà affidato del materiale riguardante una delle tre varianti più famose del gioco del Nim. Il gruppo dovrà studiare il materiale, che conterrà le regole del gioco e la strategia vincente. I membri metteranno in pratica ciò che hanno studiato e prepareranno una presentazione (correlata di materiale multimediale di supporto) che sarà poi esposta ai compagni. Per dimostrare la loro piena comprensione gli sarà chiesto anche di proporre alcuni esempi di posizioni iniziali differenti da quelli già proposti. Queste richiesta andranno a sfidare le loro capacità di ragionamento, creatività e generalizzazione.

Esistono diverse varianti del gioco del Nim, tre di queste versioni sono state scelte per essere inserite all'interno del nostro percorso: *Plainim*, *Nim a scala* e *Nimble* (Peiretti, 2012). Riportiamo di seguito in Tabelle 25, 26 e 27 il materiale, organizzato in schede didattiche, che sarà fornito ai gruppi.

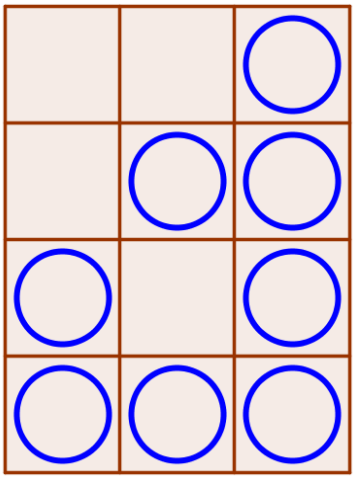
Plainim

Regole e Strategia

Si ha a disposizione una scacchiera formata, nel nostro esempio, di 4 righe e 3 colonne su cui sono posizionate delle monete come in figura. I giocatori, ad ogni turno, devono seguire le seguenti regole:

1) è possibile rimuovere o aggiungere monete su una sola riga;

2) è possibile aggiungere monete solo alla destra di una moneta rimossa nella stessa mossa.



Lo scopo del gioco è di rimuovere tutte le monete dalla scacchiera, quindi il vincitore sarà quel giocatore che toglierà l'ultima moneta.

Il Plainim è la variante più semplice del Nim ma è molto interessante in quanto riesce ad eludere il problema della conversione dei numeri nel sistema binario. Infatti, per come sono definite le regole esposte, possiamo interpretare ogni riga come la rappresentazione binaria di ogni colonna di fiammiferi: i quadrati che contengono una moneta corrispondono ad 1, quelli vuoti a 0.

Il gioco in figura infatti equivale al gioco Nim prima studiato, quindi la strategia vincente è la stessa già proposta. Come è facile intuire, la somma-Nim risulta molto semplificata grazie alla visualizzazione "mascherata" dei numeri binari.

Consegna

Dopo aver letto le regole e la strategia del Plainim, verificatene l'effettiva comprensione sfidandovi a coppie in questo gioco. Preparate una presentazione di circa 10 minuti per spiegare ai compagni il gioco del Plainim.

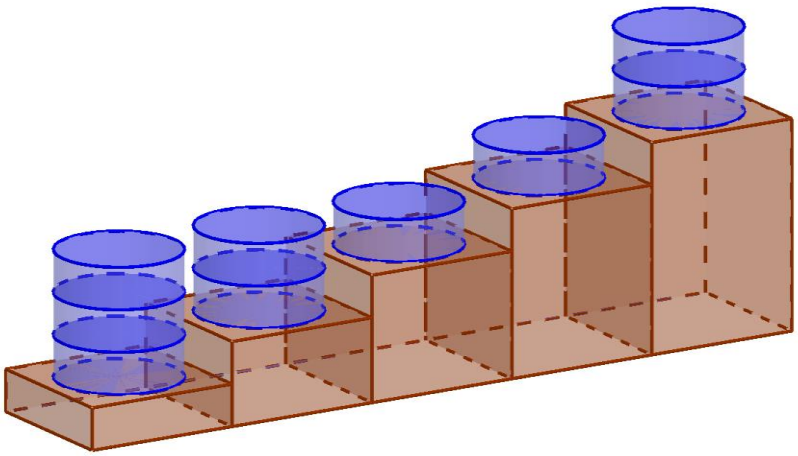
Provate infine a proporre alcuni esempi di posizioni iniziali per cui, se il secondo giocatore conosce la strategia vincente sarà assicurata la vittoria. Proponete altri esempi in modo che ciò sia vero per il primo giocatore. Avrete naturalmente la possibilità di variare il numero di righe e di colonne della scacchiera e il numero di monete in gioco.

Tabella 25 Scheda di supporto per il *Plainim*

Nim a scala

Regole e Strategia

Si ha a disposizione, nel nostro esempio, una scala di 5 gradini con 9 monete poste su alcuni di questi, come mostrato in figura. Ogni mossa consiste nello spostare un certo numero di monete a scelta, da un minimo di uno fino a tutta la pila, da un gradino a quello immediatamente sottostante. Quando le monete giungono a terra vengono eliminate dal gioco. Il gioco termina quando tutte le monete raggiungono il suolo e vince chi sposta l'ultima moneta. Ogni posizione del gioco può essere indicata con $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$, in cui a_i è il numero di monete impilate sul i-esimo gradino, considerando il suolo come a_0. Nell'esempio in figura la posizione iniziale è data da (3, 2, 1, 1, 2). La strategia vincente consiste nel considerare $(a_1, a_3, \ldots, a_5)$ come una posizione del gioco del Nim (quindi prendendo inconsiderazione il numero di monete impilate solo sui gradini dispari), e quindi applicare la sua strategia vincente sulla terna ottenuta. Nel nostro esempio la terna sarà (3, 1, 2), ed è semplice osservare che, una volta convertiti in binario, la loro somma-Nim è nulla, quindi la strategia sarà vincente per il secondo giocatore. Esempio posizione iniziale del Nim a scala



Consegna

Dopo aver letto le regole e la strategia del Nim a scala, verificatene l'effettiva comprensione sfidandovi a coppie in questo gioco. Preparate una presentazione di circa 10 minuti per spiegare ai compagni il gioco del Nim a scala.

Provate infine a proporre alcuni esempi di posizioni iniziali per cui, se il secondo giocatore conosce la strategia vincente sarà assicurata la vittoria. Proponete altri esempi in modo che ciò sia vero per il primo giocatore. Avrete naturalmente la possibilità di variare il numero di gradini e il numero di monete in gioco.

Tabella 26 Scheda di supporto per il *Nim a scala*

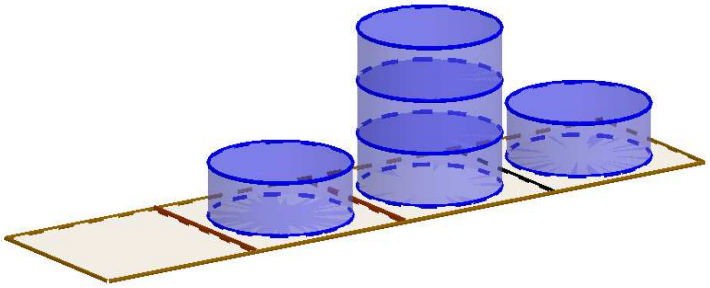
Nimble
Regole e Strategia Si ha a disposizione, nel nostro esempio, una fila di 4 quadrati con 5 monete poste su alcuni di questi, come mostrato in figura. Ogni mossa consiste nel prendere esattamente una moneta e collocarla su un altro quadrato che precede quello su cui la moneta si trovava. Quindi se l'ordine va da sinistra a destra, bisogna collocare la moneta in un quadrato più a sinistra. Il gioco termina quando tutte le monete sono state trasportate nel primo quadrato della sequenza. Il vincitore sarà colui che trasporta l'ultima moneta. Il Nimble è semplicemente un Nim "mascherato". Se numeriamo i quadrati della sequenza con 0, 1, 2, 3, e se indichiamo con a_1, a_2, a_3, a_4, $a_5$il numero del quadrato occupato da ciascuna delle 5 monete, esisterà una strategia vincente basata sul calcolo binario, del tutto analoga a quella del Nim. Tale strategia consiste quindi nel proporre all'avversario una posizione in cui la somma delle rappresentazioni binarie di a_1, a_2, a_3, a_4, $a_5$sia nulla.  **Consegna** Dopo aver letto le regole e la strategia del Nim a scala, verificatene l'effettiva comprensione sfidandovi a coppie in questo gioco. Preparate una presentazione di circa 10 minuti per spiegare ai compagni il gioco del Nim a scala. Provate infine a proporre alcuni esempi di posizioni iniziali per cui, se il secondo giocatore conosce la strategia vincente sarà assicurata la vittoria. Proponete altri esempi in modo che ciò sia vero per il primo giocatore. Avrete naturalmente la possibilità di variare il numero di quadrati e il numero di monete in gioco.

Tabella 27 Scheda di supporto per il *Nimble*

Chiudere la sfida (2)

Ogni gruppo presenterà la propria ricerca ed i propri elaborati alla classe in una decina di minuti. Gli altri studenti saranno poi invitati a intervenire ponendo domande, facendo osservazioni, critiche, ecc.

Time-table*:*

Attività:	**Durata (minuti):**
Stimolo	10
Riflessione individuale	20
Lezione dialogata (codice binario)	30
Il gioco del Nim	40
Lavoro di gruppo	60
Debriefing	50

D.1.4. Valutazione

Nel Flipped Learning il momento della valutazione non è più posizionato al termine del percorso didattico ma è distribuito lungo di esso, perfettamente integrato al suo interno. In tal modo sono forniti continui feedback agli studenti, che diventano consapevoli degli obiettivi ancora da raggiungere. Si sta parlando quindi di una valutazione condivisa con la classe, che responsabilizza ogni individuo del proprio apprendimento. Inoltre analizzando ogni fase del lavoro si va a porre l'attenzione anche sui processi, oltre che sui prodotti, scegliendo così una formazione completa, ponendo come obiettivo, oltre che le competenze disciplinari, anche le cosiddette *life skills*.
Tale percorso didattico è stato però progettato come laboratorio di approfondimento da proporre a classi di scuole secondarie di secondo grado. Come tale sarà di breve durata (12 ore), inoltre l'insegnante che condurrà le lezioni non conoscerà gli studenti. Di conseguenza risulterebbe molto difficile portare a termine una valutazione così complessa, come quella proposta dal Flipped Learning. Riteniamo quindi adeguato, in una situazione come questa, semplificare il processo, scegliendo di valutare esclusivamente le produzioni degli studenti, dando comunque rilievo alle competenze per la vita, oltre i soli contenuti disciplinari. Proponiamo in Tabella 28 e 29 alcuni esempi di rubriche valutative che potranno essere utilizzate.

Tabella valutativa:

Destinazione	**Dimensione**	**Livello pieno**	**Livello adeguato**	**Livello parziale**
Elaborati/ prodotti	**Conoscenze**	Ha selezionato tutte le informazioni utili alla comprensione dell'argomento e ha inserito qualche approfondimento opportuno.	Ha saputo selezionare molte delle informazioni utili alla comprensione dell'argomento.	Ha selezionato una quantità insufficiente di informazioni utili alla comprensione dell'argomento.
	Congetturare e argomentare	Formula una tesi giustificandola con catene di ragionamenti matematici.	Formula una tesi producendo argomentazioni incomplete e poco chiare.	Non formula nessuna tesi.
	Tempistiche	Ha realizzato il prodotto nel tempo previsto. Ha previsto per la comunicazione un tempo coerente col materiale.	Ha realizzato solo parte del prodotto nel tempo previsto (circa 2/3). Ha previsto per la comunicazione un tempo inadeguato al materiale.	Ha realizzato solo parte del prodotto nel tempo previsto (circa 1/3). Non ha organizzato le tempistiche della comunicazione.
	Organizzazione	Ha lavorato in modo molto ordinato, preciso e il prodotto è pienamente comprensibile.	Ha lavorato in modo ordinato e il prodotto è comprensibile. Il prodotto è discretamente	Ha lavorato in modo disordinato e il prodotto non sempre è comprensibile. Il prodotto non è

		Il prodotto è ben organizzato.	organizzato.	organizzato adeguatamente.
	Scelte lessicali, scorrevolezza e convenzioni	Usa un lessico ricco, vario e naturale. Le frasi sono chiare, complete e ben articolate. La struttura della frase è corretta, come l'ortografia e la punteggiatura.	Usa un lessico ordinario, ripetitivo e artificioso. Le frasi hanno struttura ripetitiva e talvolta mal poste. Sono presenti alcuni errori di ortografia e di punteggiatura.	Usa un lessico ripetitivo, gergale e poco chiaro. Le frasi sono incomplete e maltrutturate. Sono presenti svariati errori ortografici o di uso della punteggiatura.
Presentazioni orali	**Presentazione**	Per la presentazione dell'argomento ha previsto e realizzato una gran varietà di modi (verbale, grafico-simbolico, telematico, ecc.)	Per la presentazione dell'argomento ha realizzato almeno due modalità verbale e grafico-simbolico.	Per la presentazione dell'argomento ha previsto solo la modalità verbale di comunicazione.
	Esposizione	L'esposizione è stata completa, precisa chiara e accattivante.	L'esposizione è stata completa e chiara.	L'esposizione non è stata completa, a tratti poco comprensibile.

Tabella 28 Rubrica valutativa per prodotti

Destinazione	**Dimensione**	**Livello pieno**	**Livello adeguato**	**Livello parziale**
Peer review	**Senso critico e attenzione**	Ha proposto interventi adeguati alla situazioni facendo emergere considerazioni stimolanti.	Ha proposto interventi adeguati ma scontati, senza sbilanciarsi o approfondire.	Non proposto interventi inadeguati o non ha voluto intervenire.

Tabella 29 Rubrica valutativa per la peer review

D.2. Questionario finale

QUESTIONARIO FINALE DI GRADIMENTO

1. Le lezioni svolte durante il laboratorio sono state più divertenti rispetto ad una normale lezione di matematica?

o Sì
o No
o Altro: _____

Motiva la risposta precedente.

_____

_____

2. Gli argomenti trattati durante il laboratorio sono risultati più interessanti rispetto a quelli spiegati di solito durante le ore di matematica?

o Sì
o No
o Altro: _____

Moriva la risposta precedente.

_____

_____

3. Che sensazioni hai provato durante le attività proposte durante il laboratorio?

_____

_____

_____

4. Come ti sei trovato a lavorare in gruppo con i tuoi compagni?

o Bene
o Male
o Altro: _____

Motiva la tua risposta precedente.

_____

_____

5. Ti sei sentito più o meno seguito dall'insegnante durante questo laboratorio rispetto ad una normale lezione?

o Più seguito
o Meno seguito
o Altro: _____

6. Sei riuscito ad apprendere gli argomenti trattati (sistemi di numerazione nella storia, sistema di numerazione decimale, sistema di numerazione binario)?

- o Sì, come nelle normali lezioni di matematica
- o Sì, meglio che in una normale lezione di matematica
- o No, capisco meglio con una normale lezione di matematica
- o Altro: _____

7. Pensi di aver imparato qualcos'altro (oltre gli argomenti già detti nella domanda precedente) da questa esperienza? Se sì, quali?

_____

_____

8. La valutazione usata durante il laboratorio è sempre stata tempestiva e i voti erano sempre affiancati da un commento (scritto o orale) riguardo il vostro lavoro. Pensi che questo ti sia stato utile?

- o No, a me interessava solo il voto
- o No, non mi è stato utile in alcun modo
- o Sì, ho capito il motivo dei miei errori e ho modificato i miei comportamenti
- o Sì, così sapevo perché avevo ottenuto quel voto
- o Altro :_____

Motiva in modo più approfondito la tua precedente risposta.

_____

_____

9. Cosa ti è piaciuto di più del laboratorio? Cosa ti è piaciuto di meno? E cosa cambieresti?

_____

_____

10. In futuro ti piacerebbe partecipare ancora a laboratori come questo su altri argomenti di matematica?

- o Sì
- o No

11. Ti piacerebbe studiare matematica sempre così (con queste modalità)?

- o Sì
- o No

12. Per svolgere la ricerca sui sistemi di numerazione nella storia hai preferito Utilizzare come fonti i siti web consigliati piuttosto che il testo di cui ti erano state date le fotocopie? perché?

- o Sì, è più rapido e intuitivo
- o sì, sono abituato a fare ricerca sul web e non su testi cartacei
- o sì, il testo cartaceo era complesso e dispersivo
- o no, ho preferito usare fin da subito il testo
- o Altro: _____