



Università degli Studi di Ferrara

DOTTORATO DI RICERCA IN
SCIENZE DELL'INGEGNERIA

CICLO XXVIII

Settore Scientifico Disciplinare ING-IND/14

APPLICAZIONE DI STATI TENSIONALI NON LOCALI PER LA
PREVISIONE DELLA VITA A FATICA. APPLICATION OF NON
LOCAL STRESS FIELD FOR THE PREDICTION OF FATIGUE
LIFE

COORDINATORE Prof. Stefano Trillo

Dottorando

Dott. Maggiolini Enrico

(firma)

Tutore

Prof. Tovo Roberto

(firma)

Anni 2013/2016

Titolo: Applicazione di stati tensionali non locali per la previsione della vita a fatica. Application of non local stress field for the prediction of fatigue life

Autore: Dott. Ing. Enrico Maggiolini

Dipartimento: Dipartimento di Ingegneria
Università: Università degli Studi di Ferrara
Indirizzo: via Saragat, 1 – 44122, Ferrara

Dottorato di ricerca: Scienze dell'Ingegneria

Curriculum: Ingegneria Industriale
Ciclo XXVIII

Coordinatore del dottorato: Prof. Stefano Trillo
Università degli Studi di Ferrara

Tutore: Prof. Roberto Tovo
Università degli Studi di Ferrara

Commissione esaminatrice: Prof. Mauro Venturini
Università degli Studi di Ferrara

Prof.a Lorella Ceschini
Università degli Studi di Bologna

Prof. Alessandro Morri
Università degli Studi di Bologna

Prof. Yuehong Su
University of Nottingham

Dr. Witold-Roger Pogonietz
Karlsruhe Institute of Technology

Esame finale: 06/04/2016

SOMMARIO

1	NOMENCLATURA	1
2	INTRODUZIONE	3
2.1	Inquadramento del problema	3
2.2	Argomento dell'elaborato	4
2.3	Obbiettivo dell'elaborato	4
2.4	Metodo di lavoro	5
2.5	Strategia di scrittura del manoscritto	5
3	EFFETTO DI CONCENTRAZIONE DELLE TENSIONI	7
3.1	Effetti d'intaglio nell'elasticità lineare	7
3.1.1	Definizione e calcolo del coefficiente di concentrazione delle tensioni	9
4	IL FENOMENO DELLA FATICA	11
4.1	Aspetti generali	11
4.1.1	Fattori di influenza interni ed esterni	12
4.2	Calcolo della vita a fatica	12
4.2.1	Calcolo della vita a fatica attraverso le tensioni	12
4.2.2	Influenza del valore medio	13
4.3	Fatica multiassiale	14
4.3.1	Piano critico	14
4.3.2	Criterio di Crossland	15
5	CRITERI DI PROGETTAZIONE	17
5.1	Criteri locali di picco	17
5.1.1	Primi approcci: Neuber e Peterson	17
5.1.2	Teoria delle distanze critiche	18
5.2	Criteri non locali	19
5.2.1	Introduzione	19
5.2.2	Strain Energy Density	21
5.2.3	Gradiente Implicito	23
6	RISOLUZIONE DEL GRADIENTE IMPLICITO	27
6.1	Introduzione	27
6.2	Tecnica risolutiva	27
6.3	Implementazione in tutti i software FEM	28
6.4	<i>PAPER: Implicit gradient and integral average effective stresses relationships and numerical approximations</i>	28
7	ANALISI DELLA SOLUZIONE	45
7.1	Introduzione	45
7.2	Posizione del punto di massima tensione	45
7.3	<i>PAPER: Effective stress assessment at rectangular rounded lateral notches</i>	47
8	APPLICAZIONE SU INTAGLI TRADIZIONALI	59
8.1	Introduzione	59

8.2	<i>PAPER: On the notch sensitivity of cast iron under multiaxial fatigue loading</i>	59
8.3	Grafite e Brazilian Disk.....	71
8.4	PMMA.....	80
9	APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING.....	85
9.1	Introduzione.....	85
9.2	<i>REPORT: Sheffield activities</i>	87
9.3	<i>PAPER: Crack and fracture analysis in a FSW tube under different types of loading</i>	137
9.4	Gradiente implicito sui provini FSW	158
10	CONCLUSIONI.....	161
10.1	Considerazioni finali	161
10.2	Problematiche	161
10.3	Valutazioni personali	162
11	BIBLIOGRAFIA	163
12	APPENDICE	173
12.1	Considerazione generali mesh e domini	173
12.2	Metodologia Comsol multiphysics.....	173
12.3	Metodologia Ansys APDL	177

1 NOMENCLATURA

A	Profondità dell'intaglio
$\alpha(s)$	Funzione peso
$\Delta\sigma$	Range di tensione in un ciclo di fatica
ΔK_{th}	Valore di soglia del fattore di intensificazione delle tensioni
E	Modulo di elasticità o modulo di Young
ζ	Grandezza generica
G	Modulo di elasticità tangenziale
J_2	Secondo invariante delle tensioni
γ	Modulo di Poisson
K_1	Fattore di intensificazione delle tensioni per modo 1
K_2	Fattore di intensificazione delle tensioni per modo 2
K_3	Fattore di intensificazione delle tensioni per modo 3
K_{Ic}	Tenacità alla frattura per modo 1
Kd	Fattore di dimensione nella vita a fatica
K_i	Fattore di finitura superficiale nella vita a fatica
Kf	Fattore di forma nella vita a fatica
K_{fatica}	Coefficiente di riduzione della vita a fatica
Kt	Coefficiente di concentrazione delle tensioni
λ_1	Autovalore di Williams per il modo 1
N	Numero di cicli
N_A	Cicli corrispondenti al limite di fatica
N_F	Cicli corrispondenti alla rottura
ρ	Raggio di raccordo dell'intaglio
ψ	Funzione peso gaussiana
R	Rapporto di ciclo dato dal rapporto fra tensione massima e minima
s	distanza euclidea tra i punti generici X e Y
R_0	Raggio del volume di controllo nel SED
σ_a	Ampiezza tensionale di un ciclo a fatica
σ_A	Tensione al limite di fatica del componente
$\sigma_{A'}$	Tensione al limite di fatica del materiale base
σ_{eq}	Tensione equivalente
σ_F	Tensione corrispondente a N_F
σ_g	Tensione lorda (dall'inglese gross)
σ_H	Tensione idrostatica
σ_{loc}	Tensione locale

σ_{\max}	Tensione massima di un ciclo a fatica
σ_{\min}	Tensione minima di un ciclo a fatica
σ_m	Tensione media di un ciclo a fatica
σ_n	Tensione netta
σ_{nom}	Tensione nominale
σ_{pe}	Tensione di picco elastico
σ_R	Tensione di rottura statica
σ_S	Tensione di snervamento
UTS	Ultimate Tensile Stress
W	Densità di energia di deformazione
\bar{W}	Media di W
Wc	Valore critico di W

2 INTRODUZIONE

2.1 INQUADRAMENTO DEL PROBLEMA

Molto spesso i fenomeni di cedimento sono inevitabili, l'esperienza e la preparazione del progettista dovrebbero permettergli quantomeno di prevederli e contrastarli una volta verificati. Le rotture avvengono per i motivi più disparati: cattiva progettazione, materiale scadente, errata messa in opera del componente, pessima manutenzione, errato utilizzo, in generale si possono racchiudere tutte queste cause in due macro gruppi: cause esterne ed interne.

Le cause esterne considerano i fenomeni che si verificano una volta che il componente è stato messo in opera, quindi si ritiene corretta la progettazione, la creazione del pezzo e il montaggio dello stesso. Subentrano a questo punto fattori quali: condizioni di utilizzo che devono stare all'interno del campo di progettazione (il fuori giri dei motori ad esempio), ambiente circostante (es: evitare di far arrugginire il ferro), manutenzione (es: cambiare l'olio del motore ad intervalli regolari), sovra utilizzo (es: cambiare i copertoni dell'auto prima che sia eccessivamente consumati). Una volta che il costruttore dichiara in maniera univoca le regole con cui utilizzare il componente, diventa responsabilità dell'utilizzatore fare in modo di non avere danneggiamenti, in quanto, se rispetta il buon utilizzo non incorrerà in rotture.

Le cause interne di danneggiamento sono invece una situazione più spinosa, e la responsabilità di queste è affidata completamente al progettista e al realizzatore del componente, in quanto da un loro errore potrebbe verificarsi una rottura anche in condizioni di normale utilizzo. Tra i loro compiti vi sono infatti: studi geometrici precisi (Figura 2-1), impiego di fattori di sicurezza, utilizzo di materiali idonei, trattamenti adeguati, regole di utilizzo chiare.



Figura 2-1: Nel 1950 gli aerei avevano i finestrini quadrati, questa geometria provocava una concentrazione di tensione troppo elevata e ne causava la rottura in volo

Purtroppo molti fattori, in fase di progettazione e realizzazione, non sono controllabili al 100% a causa di incertezze di misura, chimica dei materiali, ripetibilità del processo produttivo etc. etc.

Per questo motivo è pratica comune utilizzare una progettazione affidabilistica basata su campi statistici di determinate grandezze, ed in ogni campo vengono utilizzati i fattori di sicurezza che in buona parte eliminano gli errori derivati da incertezze incontrollabili.

Nella realtà della progettazione alcuni aspetti sono ancora oscuri, in particolar modo la fatica multi assiale (capitolo 4.3): esistono varie tecniche di approccio del problema, ma soprattutto in presenza di intagli o effetti geometrici l'argomento è ancora molto spinoso.

2.2 ARGOMENTO DELL'ELABORATO

Con questo dottorato è stato preso in esame il problema tensionale legato ad intagli e saldature, in particolar modo alle concentrazioni di tensione ad essi correlate. In loro presenza difatti è molto difficile fare una stima di resistenza, anche se le più moderne tecniche di calcolo (quali il FEM) garantiscono ormai risultati precisi in termini di identificazione delle tensioni. La difficoltà sta nel capire quale tensione è utilizzabile per la stima di resistenza, e nel caso la tensione necessaria non sia utilizzabile (singolarità tensionale) bisogna trovare una maniera di creare comunque una situazione di certezza per il progettista.

Durante questi anni di lavoro si è utilizzata una delle tecniche presenti in letteratura per la stima della vita a fatica, in casi in cui non sia possibile sfruttare un criterio locale di picco ma diventi necessario utilizzare il campo di tensione non locale. La tecnica utilizzata, denominata gradiente implicito, è stata per anni sviluppata dai docenti di costruzione di macchine dell'Università di Ferrara, ed è stata applicata, analizzata e perfezionata in lavori di ricerca e consulenze aziendali; i risultati ottenuti sono stati presentati a congressi e pubblicati su rivista nel corso degli anni.

2.3 OBIETTIVO DELL'ELABORATO

L'obiettivo di questo dottorato è stata la valutazione dell'applicabilità del metodo del gradiente implicito a vari casi, teorici e non, nel campo della progettazione a fatica di strutture in cui siano presenti saldature o intagli. Essendo il gradiente implicito una delle possibili alternative tra le tecniche di applicazione dello stato tensionale non locale (capitolo 5.2), è stato doveroso paragonare e fare le opportune considerazioni in termini di pro e contro nei confronti delle altre tecniche presentate. L'idea con cui si è affrontato il compito nel corso degli anni è stata quella non solo di verificare l'applicabilità, ma soprattutto i limiti, e dove possibile trovare una valida soluzione.

Con questa tesi vengono perciò presentati elaborati e considerazioni teoriche sull'applicazione del metodo (capitolo 8), ed esempi applicativi su test di laboratorio raccolti in diversi articoli presenti nella letteratura internazionale (capitolo 9). Inoltre viene descritta la metodologia di applicazione del metodo sia a livello teorico (capitolo 5.2.3) che pratico (capitolo 12).

2.4 METODO DI LAVORO

Nei tre anni di dottorato ho continuato l'attività di ricerca svolta nella stesura della tesi magistrale, approfondendo ulteriormente l'argomento ed entrando più nello specifico dell'attività di ricerca. In alcuni casi si esaminavano problemi teorici nati dalle più semplici domande: cosa succede se cambio quel parametro? Se la geometria fosse invece fatta così? E se cambio materiale? (vedi ad esempio il paper presentato nel capitolo 6.4).

A quel punto incominciava la modellazione FEM in cui si eseguivano una serie di confronti fra geometrie simili, parametri differenti, materiali differenti...e ciò che si riscontrava era soltanto una modifica del comportamento rispetto al caso preso come modello. In questo modo non esisteva un risultato giusto o sbagliato ma soltanto considerazioni sulla variabilità del risultato in base alle diverse situazioni di utilizzo.

In altri casi invece, veniva preso come campione un esempio pratico di test eseguito in laboratorio (ad esempio nel capitolo 8.3) di cui si è cercato di ottenere lo stesso risultato in termini di resistenza, dalla simulazione FEM. In questo diverso tipo di lavoro lo scopo non era ovviamente raggiungere il risultato dato dal test, ma capire come applicare il metodo per minimizzare l'errore e sfruttare il confronto col risultato esatto del caso reale per individuare il modo corretto di taratura dei parametri.

2.5 STRATEGIA DI SCRITTURA DEL MANOSCRITTO

Questo elaborato riporta le metodologie e i risultati di un lavoro svolto per la ricerca in termini di progettazione strutturale a fatica.

- Nell'introduzione viene introdotto il lavoro con delle indicazioni di massima sulla sua stesura e struttura (capitolo 2), dove vengono spiegate le argomentazioni del lavoro, le motivazioni che hanno portato a questo scritto, il metodo con cui ho affrontato la questione ed una parte in cui viene spiegata la struttura della tesi stessa.
- Successivamente si fanno dei richiami teorici su argomenti noti e consolidati come il l'effetto di concentrazione delle tensioni (capitolo 3) ed il fenomeno della fatica (capitolo 4). Queste due parti di teoria non vengono particolarmente ampliate e descritte in quanto si tratta di concetti base che vengono analizzati in maniera esaustiva durante il percorso universitario. L'ultimo capitolo di teoria tratta i criteri di progettazione (capitolo 5), l'argomento principale della tesi, viene perciò dedicata più attenzione ai particolari e si forniscono spiegazioni più dettagliate, in virtù del fatto che la teoria trattata in questo capitolo non è argomento di lezione durante il corso di ingegneria meccanica.
- Dal capitolo 6 in poi inizia una parte descrittiva dei lavori effettuati, a partire dalla metodologia (capitolo 6) dove viene descritta la modalità di preparazione del modello e il funzionamento dei software nella risoluzione del problema teorico che regge il metodo; la valutazione dei risultati (capitolo 7) in cui si espongono le caratteristiche dei

risultati ottenuti e si fanno le opportune considerazioni e gli impieghi del metodo (capitoli 8 e 9) dove si riportano alcuni esempi di applicazione.

- Nelle conclusioni (capitolo 10) si riportano le considerazioni finali, le problematiche riscontrate e come sono state affrontate e le valutazioni personali sul lavoro descritto.

In maniera abbastanza anticonvenzionale, seppur sia presente un considerevole elenco di università che ammettano l'utilizzo di paper nella stesura di una tesi di dottorato (per citarne alcune: Western Australia, Helsinki, Göteborg, Edimburgo, Alberta, Atene), si è deciso di utilizzare alcuni report di lavoro e articoli scientifici che ho pubblicato durante il mio dottorato per descrivere alcune parti del lavoro effettuato. Gli articoli sono inseriti nel corpo della tesi come parte continuativa del discorso: le figure e i riferimenti sono continuativi col resto dell'elaborato e per rendere riconoscibile l'articolo (o il report) viene utilizzato una formattazione diversa. Seppur redatti in inglese, venendo preceduti da un'introduzione e seguiti da una conclusione che ne spiega le parti omesse su rivista o gli avanzamenti effettuati in seguito e mai pubblicati.

3 EFFETTO DI CONCENTRAZIONE DELLE TENSIONI

3.1 EFFETTI D'INTAGLIO NELL'ELASTICITÀ LINEARE

Solitamente gran parte della progettazione di strutture in metallo viene fatta nell'ipotesi di elasticità lineare, ovvero quando il materiale si deforma sotto un carico in maniera non definitiva: alla rimozione del carico il materiale ritorna alla sua forma iniziale. Oltre il limite di elasticità lineare (snervamento) il materiale si plasticizza, ovvero alla rimozione del carico resta una parte di deformazione permanente.

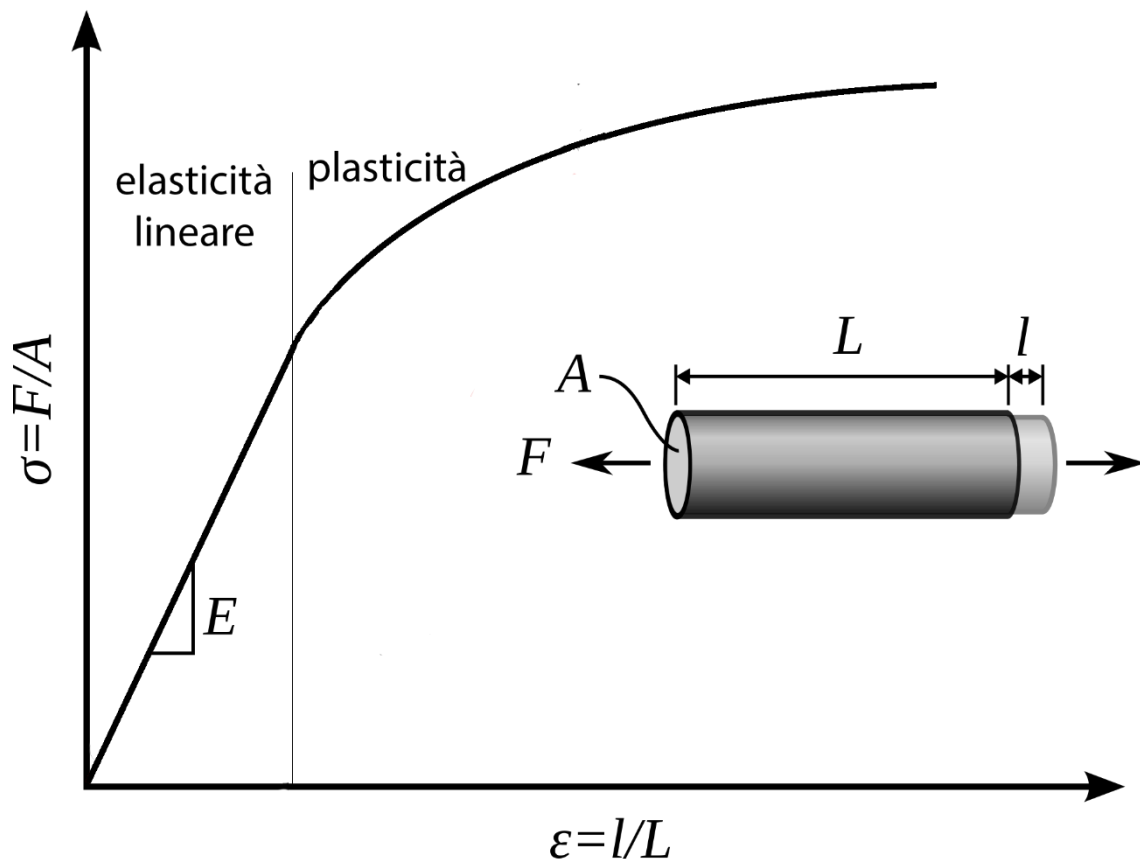


Figura 3-1: Zone di elasticità e di plasticità date da una prova a trazione di un provino cilindrico

Le costanti elastiche che caratterizzano un materiale isotropo sono: il modulo di Young (E), il modulo di Poisson (γ), e il modulo di elasticità tangenziale (G).

Il calcolo delle tensioni in campo lineare elastico è relativamente semplice, esistono tuttavia, fenomeni che complicano i calcoli delle tensioni realmente insistenti sul componente. Le complicazioni giungono quando la geometria del componente non è costante e si hanno irregolarità di tipo geometrico: fori, intagli, cricche....

In questi casi la tensione aumenta in alcuni punti (Figura 3-2) seguendo determinate regole.

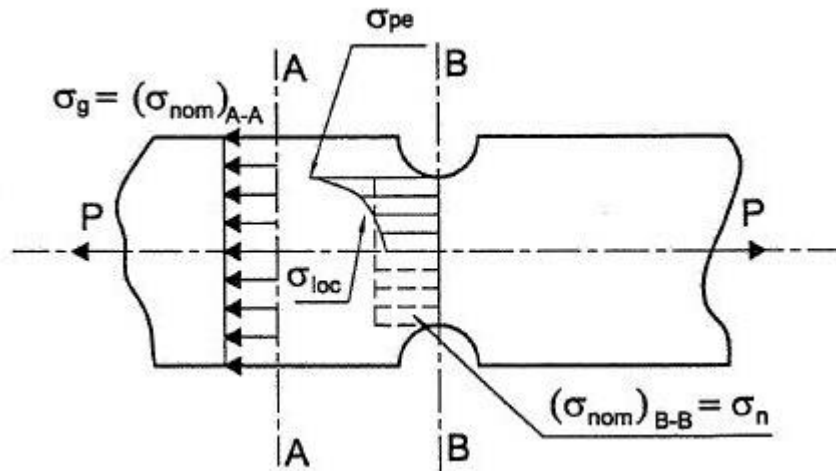


Figura 3-2: Andamento delle tensioni in presenza di intagli laterali

Nell'intorno dell'intaglio la tensione σ_{loc} non è costante come il valore nominale nell'area netta σ_n , ma sull'apice dell'intaglio raggiunge il valore superiore σ_{pe} per poi uniformarsi piano piano ad un valore costante. Ogni tipo di intaglio, nella forma e nelle dimensioni, incide in maniera differente su questo "aumento" di tensione.

Prima di riportare alcune soluzioni analitiche, numeriche o sperimentali del problema dell'effetto di intaglio è bene enunciare un metodo intuitivo che in molti casi può aiutare a determinare i punti più soggetti ad effetto d'intaglio o addirittura a ridurre l'incidenza tramite opportune modifiche della forma del pezzo (in altri casi, pochi per fortuna, questo metodo può condurre anche a risultati grossolanamente errati, per cui va usato sempre con cautela).

Il metodo è quello dell'analogia idrodinamica:

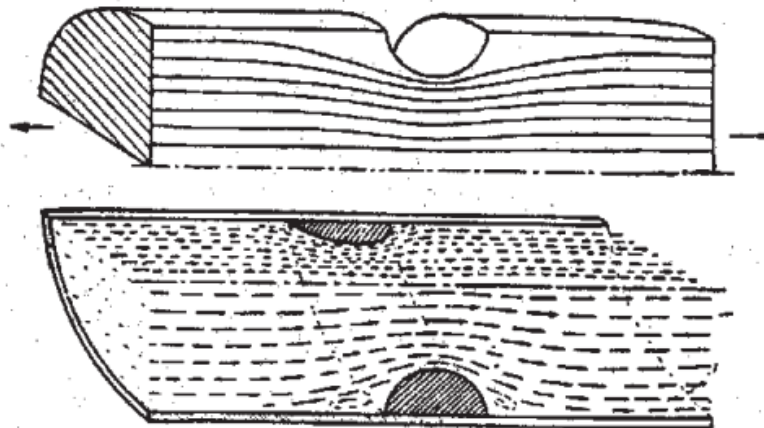


Figura 3-3: Analogia idrodinamica in un'asta con gola torica

Si supponga che il pezzo sia sostituito da un tubo avente la sua stessa sezione trasversale, ed in questo sia fatto scorrere un fluido poco viscoso, tanto che la sua velocità sia sensibilmente uniforme in tutti i punti della sezione purché lontani da singolarità.

Le linee di flusso del fluido si addenseranno in corrispondenza di spigoli rientranti e si diraderanno in corrispondenza di spigoli sporgenti, con rispettivo aumento o diminuzione della velocità del fluido; l'analogia fa corrispondere alla velocità del fluido punto per punto

3-EFFETTO DI CONCENTRAZIONE DELLE TENSIONI

la tensione elastica nel punto corrispondente; perciò dove si hanno aumenti della velocità ci saranno aumenti di tensione.

L'analogia idrodinamica aiuta a discutere il caso degli intagli in serie e in parallelo: due intagli si dicono in serie se il flusso di tensione li investe l'uno dopo l'altro, sono in parallelo se li investe contemporaneamente.

Ovviamente nel caso degli intagli in parallelo si ha un "doppio" restringimento della sezione con temuto aumento dell'effetto d'intaglio rispetto a quello dell'intaglio singolo. Invece nel caso degli intagli in serie uno dei due intagli funge da protezione per l'altro, per cui il coefficiente d'intaglio complessivo può essere minore di quello dei due singoli intagli se fossero isolati. Tale fatto conduce all'introduzione degli intagli di scarico.

Se la sollecitazione statica è applicata a un materiale elastico che, come il comune acciaio e come i comuni materiali metallici da costruzione, possiede una certa plasticità, accade che nei punti dove, secondo la teoria dell'elasticità, si verificherebbero le punte massime della tensione, il materiale cede plasticamente e le punte concentrate di tensione vengono in realtà ripartite in una zona di materiale molto più ampia, per cui normalmente le tensioni nominali di rottura hanno lo stesso valore senza e con intaglio, o addirittura un valore maggiore con l'intaglio, a causa di un effetto sia di incrudimento del materiale dovuto allo scorrimento plastico nella gola dell'intaglio, sia di deformazione contrastata nella sezione ristretta. Solitamente gli acciai con resistenza statica maggiore hanno una sensibilità di intaglio superiore in quanto è minore la loro plasticità.

3.1.1 DEFINIZIONE E CALCOLO DEL COEFFICIENTE DI CONCENTRAZIONE DELLE TENSIONI

Il rapporto fra la tensione massima ottenuta all'apice dell'intaglio e la tensione nominale netta agente nella medesima sezione prende il nome di coefficiente di concentrazione delle tensioni, è sempre maggiore di 1 e si indica con K_t .

Le due tensioni che determinano il K_t devono essere assunte in maniera coerente con il carico applicato: in caso di pura trazione saranno due tensioni normali, in caso di torsione saranno invece due tensioni tangenziali.

È importante evidenziare che date le ipotesi di linearità il valore di K_t non dipende né dal carico applicato né dalle dimensioni assolute del componente, ma solo dai rapporti dimensionali della geometria considerata.

Tra gli obiettivi del progettista è di fondamentale importanza la riduzione degli effetti di concentrazione dello stress con lo scopo di evitare fenomeni affaticanti. Il valore di K_t , può essere stimato in diversi modi:

Numerico: - metodi analitici
 - metodi numerici (FEM)

Sperimentale: - misure foto-elastiche
 - misure estensimetriche

Esistono anche alcuni manuali scritti nei primi anni '50 che riportano una moltitudine di casi con la soluzione del K_t in base alla geometria dell'intaglio, il più famoso è il "Peterson's stress concentration factors", tutt'ora utilizzato in molte occasioni.

In esso vengono date le curve e le formule analitiche per il calcolo dei K_t riferiti alla sezione netta o lorda, di molte geometrie sollecitate a vari tipi di carico.

3-EFFETTO DI CONCENTRAZIONE DELLE TENSIONI

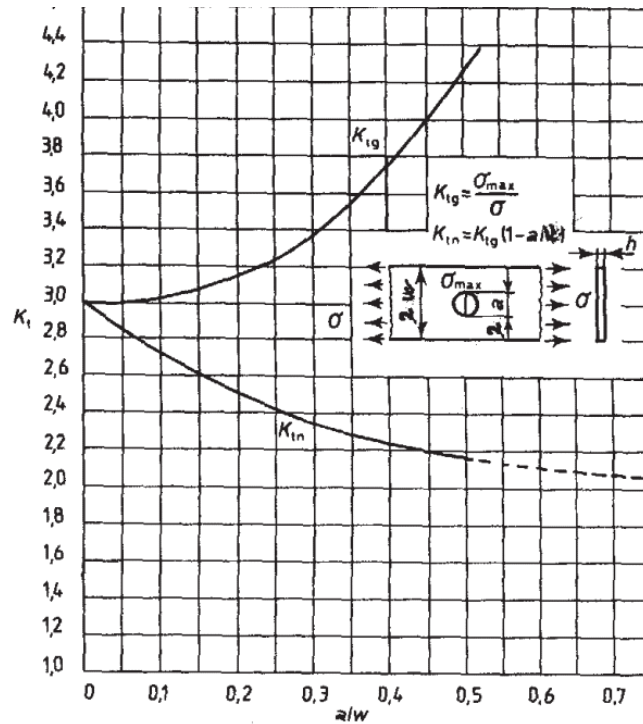


Figura 3-4: Esempio tratto dal Peterson per foro centrale di una lastra sottoposta a trazione

Dove non arrivano i manuali, e comunque per una questione di praticità, si lascia il calcolo del K_t ai software FEM. Purtroppo non tutti gli intagli prevedono un K_t fisso e determinabile, questo è il caso delle cricche ad esempio, considerate come intagli con angolo di apertura di 0 gradi, dove la tensione all'apice a livello teorico cresce all'infinito. Nel FEM il valore della tensione di picco per questo caso è strettamente legato alla dimensione della mesh nel punto interessato: più sono piccoli gli elementi e più sarà alto il valore della tensione ottenuta, essendo di fatto, inutilizzabile. Nei casi come questi, in cui uno studio locale e di tipo puntuale non risolve il problema del calcolo tensione, subentrano gli approcci energetici della meccanica della frattura o gli approcci non locali (capitolo 5.2).

4 IL FENOMENO DELLA FATICA

4.1 ASPETTI GENERALI

La fatica è quel fenomeno per il quale il perpetuare di un carico crea un danneggiamento crescente fino alla rottura del componente. L'entità del carico applicato è sempre al di sotto della soglia di snervamento, questo fattore crea problemi di riconoscibilità del fenomeno: nella rottura statica si ha prima uno snervamento del materiale con conseguente ed evidente plasticità del materiale, nella rottura a fatica non si raggiunge la plasticità, quindi la frattura è fragile e senza preavvisi. Ciò rende chiara la pericolosità del danneggiamento a fatica. La variazione di carico che genera il ciclo di fatica può essere ad ampiezza costante o variabile, di trazione/compressione o mista.

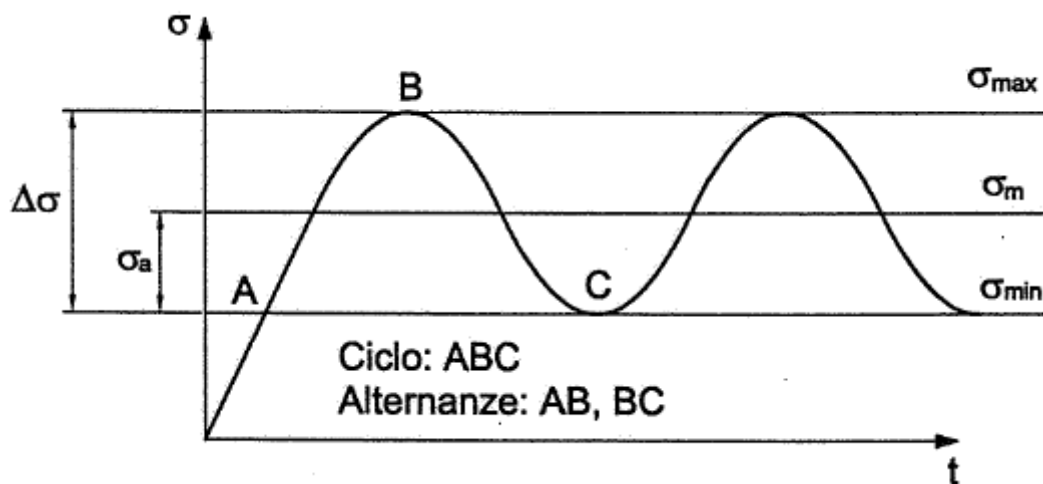


Figura 4-1: Rappresentazione di un ciclo di fatica

Nella figura sono rappresentate le grandezze caratteristiche del fenomeno:

L'ampiezza di tensione (costante) indicata con pedice "a", il range indicato con Δ , la tensione massima, minima e media. Nella figura è rappresentato un ciclo di sola trazione con rapporto di ciclo $R > 1$.

La fatica è un fenomeno superficiale, molto importanti infatti sono i trattamenti superficiali atti a migliorare la superficie esterna del componente per ritardare la comparsa di cricche. Anche la variazione ciclica di temperatura genera fenomeni di fatica (termica) in quanto l'espansione del materiale al variare della temperatura genera tensioni interne.

Tra i maggiori studiosi della fatica possiamo citare Wöhler (1), Haigh, Goodman (1), H. Neuber, Manson (3) e Coffin, Dowling (4) per quanto riguarda la fatica oligociclica e Paris (5) ed Irwin per la meccanica della frattura.

4.1.1 FATTORI DI INFLUENZA INTERNI ED ESTERNI

Dall'esame di numerose prove a fatica ad ampiezza costante emerge che diversi parametri hanno influenza sulla fatica ad elevato numero di cicli. Con riferimento specifico al limite di fatica (o alla posizione della variazione di pendenza della curva di Wöhler per i materiali che non manifestano limite di fatica, come le leghe leggere) descriveremo i principali parametri in genere considerati dividendoli in due categorie:

PARAMETRI INTERNI: si trovano già presenti nel pezzo al termine del processo produttivo:

Materiale, dimensioni (K_d), finitura superficiale (K_i), forma (K_f), trattamenti superficiali

PARAMETRI ESTERNI: derivano dall'ambiente e dal modo di utilizzo del pezzo:

Tensione media, tipo di sollecitazione, ambiente e temperatura, modalità di variazione del carico, storia di carico precedente.

Entrambi i tipi di parametro possono essere ricavati da tabelle o grafici ed influiscono (in maniera negativa in quanto minori di 1) a modificare la resistenza a fatica del componente: indicati con σ_A il limite a fatica del materiale base, vediamo che il limite a fatica σ_A del componente costruito con quel materiale è minore:

$$\sigma_A = \sigma_{A0} \cdot K_d \cdot K_f \cdot K_i$$

4.2 CALCOLO DELLA VITA A FATICA

Le tre teorie più comunemente utilizzate per il calcolo della vita a fatica agiscono attraverso lo studio tensionale, di deformazione e della meccanica della frattura. Generalmente una vita che arriva ai mille cicli si caratterizza come vita a basso numero di cicli, oltre viene considerata come vita ad alto numero di cicli con il limite di 2 milioni di cicli che segna la vita infinita del componente. Nella fatica a basso numero di cicli (fatica oligociclica) si effettua uno studio della deformazione. La teoria della meccanica della frattura viene utilizzata quando si considera un difetto nel componente e si studia quindi il propagare di questo difetto all'aumentare dei cicli.

4.2.1 CALCOLO DELLA VITA A FATICA ATTRAVERSO LE TENSIONI

Con l'ausilio di una macchina di test è possibile sollecitare un componente a carichi ciclici, decidendo l'ammontare del carico, la direzione, la frequenza di applicazione. Sottoponendo un provino a una determinata tipologia di carico ciclico, è anche possibile contare quante volte questo carico viene applicato prima che il provino raggiunga la rottura. Prendendo nota di quanti cicli vengono eseguiti sotto carichi diversi è possibile tracciare una curva che riassume la vita a fatica del componente:

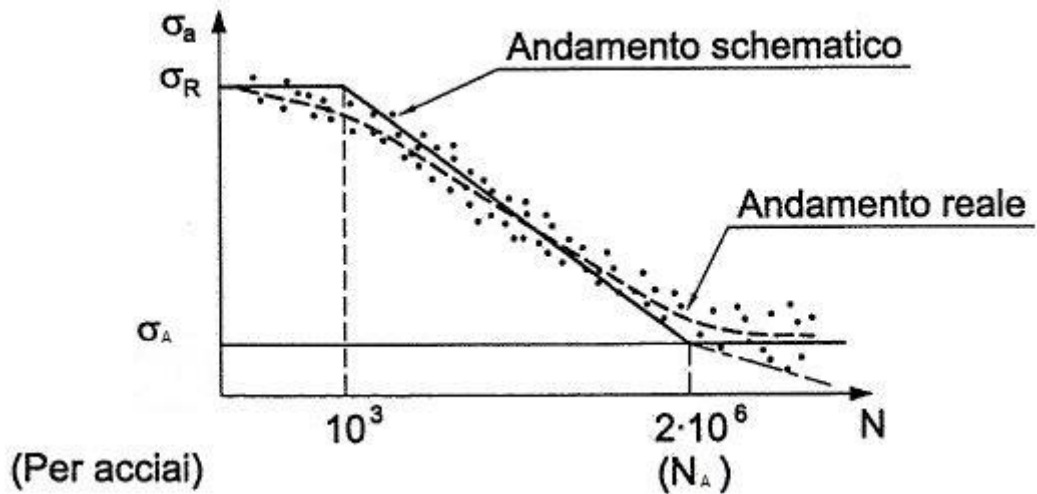


Figura 4-2: Curva a fatica (diagramma di Wöhler)

L'andamento teorico prevede dei gomiti: uno in corrispondenza dei mille cicli e uno in corrispondenza dei due milioni. All'interno di questi due punti l'andamento del diagramma è inclinato e non costante. In generale quando si testa un componente si verifica che il punto relativo al carico utilizzato e ai cicli ottenuti sia sotto una curva del genere perché si verifichi la condizione di sopravvivenza. In sostanza più è alto il carico applicato e meno saranno i cicli di sopravvivenza. Nella realtà dei fatti ottenere una curva così precisa è impossibile, i due gomiti non sono così definiti e soprattutto i punti ottenuti dai test hanno una dispersione statistica. Ciò che si crea nella pratica è una curva di affidabilità sotto la quale agiscono due bande di affidabilità statistica, per questo motivo è buona norma replicare il test con più provini anche sotto il medesimo carico. Il tratto obliquo della curva è descritto da una relazione che permette di correlare la tensione applicata al numero di cicli ottenuti.

4.2.2 INFLUENZA DEL VALORE MEDIO

Le coppie di valore σ_m , σ_a cui corrisponde una certa vita N_F possono essere rappresentate su un piano avendo ascissa σ_m e in ordinata il valore σ_a . Il punto di partenza è sempre $\sigma_a = \sigma_S$ per $\sigma_m = 0$ che proviene dal diagramma (o equazione) di Wöhler. La σ_F è la tensione corrispondente a N_F , nel caso di vita infinita $\sigma_F = \sigma_A$. I punti sperimentali possono essere rappresentati con una curva (Figura 4-3), ma la definizione della stessa richiede una mole di dati notevole, perciò vengono proposte approssimazioni della curva conoscendo solo il valore delle tensioni di snervamento e rottura e della vita espressa come numero di cicli.

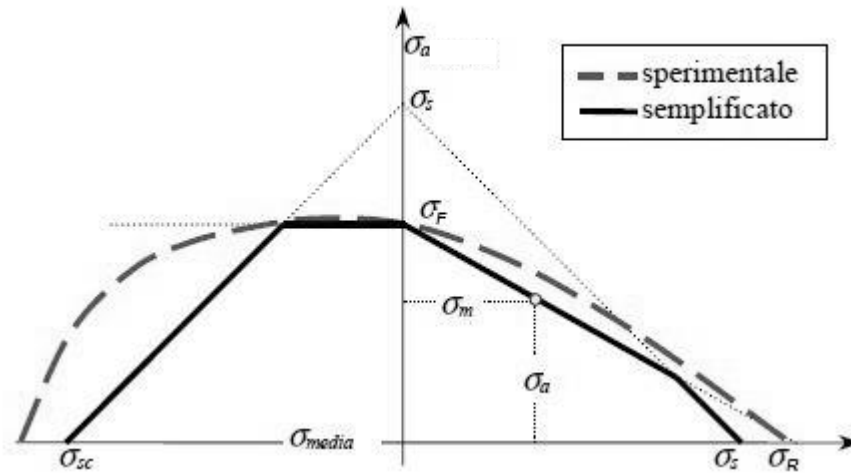


Figura 4-3: Diagramma di Haigh

Il diagramma di Haigh fornisce la σ_a a N_F fissato, al variare della tensione media.

4.3 FATICA MULTIASSIALE

Riguardo la fatica multi assiale ci sarebbe molto da dire, è un argomento vastissimo e tenuto in notevole considerazione sia nella letteratura moderna che nella fase di progettazione. Nonostante quanto appena detto, si è deciso di riportare solo alcuni brevi concetti che verranno poi utilizzati nei lavori riportati nei capitoli successivi. I primi studi sull'argomento risalgono agli anni '70 con Brown e Miller (6) e di recente due dei maggiori esperti risultano essere Ali Fatemi e Darrel Socie (7) e Luca Susmel (8).

4.3.1 PIANO CRITICO

Quando ad agire sul componente sono tensioni disposte in più piani si parla di stato tensionale multi assiale. Stabilire quali di queste tensioni sia la più gravosa non è semplice, si trovano quindi molteplici approcci che propongono definizioni di tensioni equivalenti ricavate attraverso la combinazione delle varie tensioni presenti nel componente. Queste tensioni equivalenti sono poi utilizzate per i criteri di resistenza e per generare una curva di resistenza nel caso della fatica. Un criterio molto utilizzato è quello del piano critico (6): si considera cioè quel piano in cui l'ampiezza della tensione tangenziale è massima. Un metodo per trovare questo piano è l'utilizzo della massima varianza: avendo una σ_x e una τ_{xy} sinusoidali è possibile trovare una τ_n agente su di un piano generico di normale n , e anche quest'ultima sarà ovviamente sinusoidale. La varianza è dipendente solo dall'ampiezza, quindi trovando la varianza massima trovo l'ampiezza maggiore. Questo metodo permette di trovare $\tau_{a,max}$ e l'angolo in cui agisce, funziona bene nei casi in cui le tensione applicate siano fuori fase.

4-IL FENOMENO DELLA FATICA

4.3.2 CRITERIO DI CROSSLAND

Il criterio di Crossland (9) è un criterio lineare che funziona abbastanza bene nei casi in fase. Si confronta un termine generato dalla radice del secondo invariante delle tensioni, dalla tensione idrostatica e dalle resistenze a fatica a trazione e torsione con la resistenza a torsione al limite di fatica, la condizione di sopravvivenza è espressa nell'σ sottostante.

$$\sqrt{J_{2,a}} + \left(3 \frac{\tau_A}{\sigma_A} - \sqrt{3} \right) \sigma_{H,\max} \leq \tau_A$$

Equazione 4-1: Criterio di Crossland

5 CRITERI DI PROGETTAZIONE

5.1 CRITERI LOCALI DI PICCO

Vengono ora descritti una serie di approcci locali di progettazione, in cui cioè si utilizza la tensione che insiste su di un singolo punto per caratterizzare lo stato tensionale del componente. A partire dai primi approcci di Neuber e Peterson, due nomi storici notissimi nell'ambiente, si passa poi alla teoria delle distanze critiche, tecnica più recente ma che ha avuto un buon sviluppo e una notevole divulgazione.

5.1.1 PRIMI APPROCCI: NEUBER E PETERSON

Per praticità e semplicità di calcolo, è pratica comune utilizzare un approccio di tipo locale: si individua il punto più sollecitato del componente e se ne studiano le tensioni con cui poi stabilire la resistenza del pezzo. È d'altronde noto che, nel caso di intagli molto acuti o peggio ancora cricche, questi approcci siano troppo riduttivi e non tengano in considerazione svariati aspetti del campo tensionale elastico sviluppatosi nei dintorni del punto di massima tensione. Da analisi sperimentali risulta chiaro quanto il coefficiente di riduzione della vita a fatica sia in realtà molto minore rispetto al K_t valutato nel campo elastico. Questo comportamento spiega che il danneggiamento a fatica è controllato sì, dal valore massimo all'apice dell'intaglio, ma ha una maggiore dipendenza dal campo di tensione circostante. Neuber in (10) propose una formula per l'approssimazione della stima del coefficiente di riduzione della vita a fatica, basato sul raggio dell'intaglio ρ e su una costante b dipendente dal materiale e descritta come lunghezza.

$$K_{fatica} = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \sqrt{b/\rho}}$$

Equazione 5-1: Coefficiente della riduzione di vita a fatica di Neuber

L'espressione $\frac{1}{1 + \sqrt{b/\rho}}$ indica il coefficiente di sensibilità all'intaglio. Un'ulteriore proposta viene fatta da Peterson solo un anno dopo in (11), dove considera con a_p una determinata profondità di intaglio

$$K_{fatica} = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + (a_p/\rho)}$$

Equazione 5-2: Coefficiente della riduzione di vita a fatica di Peterson

5.1.2 TEORIA DELLE DISTANZE CRITICHE

Si è visto come Peterson facesse riferimento ad una determinata lunghezza a_p per creare una tensione caratteristica, diversamente da Neuber che proponeva invece un'analisi lungo una linea di un volume di controllo.

TCD, dall'inglese Theory of Critical Distance, è un metodo sviluppato di recente dal Prof. Taylor (12) che racchiude in realtà una collezione di metodologie (Point Method, Line Method, Area Method, Volume Method) per la stima delle tensioni massime in casi in cui il campo tensionale elastico sia conosciuto ma il valore massimo puntuale dello stesso non sia fruibile. Il PM racchiude la teoria di Peterson, il LM la teoria di Neuber. In entrambi le metodologie si definisce una lunghezza critica L utilizzata per estrapolare un valore di tensione dal campo lineare elastico nei dintorni dell'intaglio. L è funzione delle sole proprietà meccaniche del materiale

$$L = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{th}}{\Delta \sigma_A} \right)^2$$

Equazione 5-3: Definizione di L

Nel caso di PM la distanza critica è a $L/2$, nel caso del LM a $2L$.

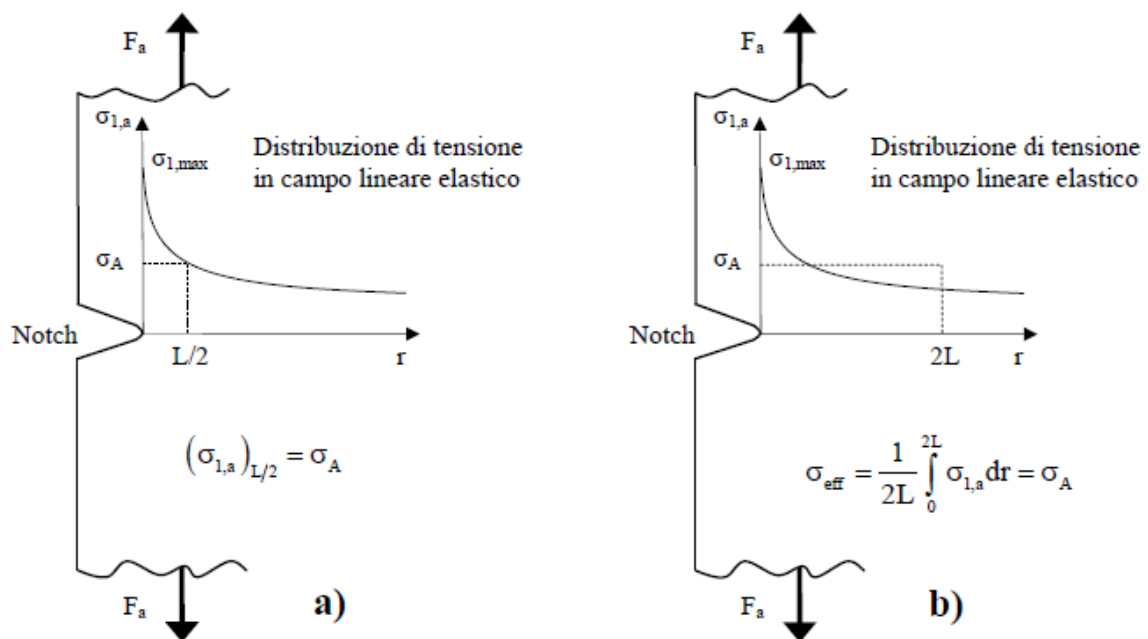


Figura 5-1: Distanza critica nel Point Method a) e nel Line Method b)

Il componente raggiunge la rottura, nel caso del PM per esempio, quando la tensione alla distanza critica raggiunge il valore di soglia σ_A . Di recente sono state definite anche le metodologie AM e VM.

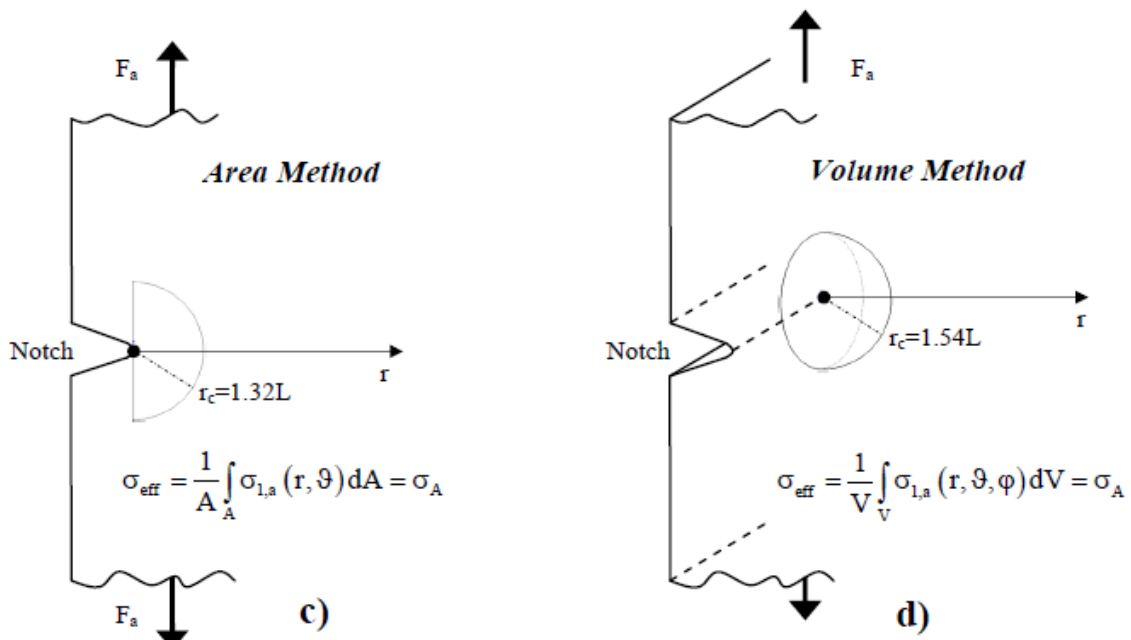


Figura 5-2: Distanza critica nell'Area Method c) e nel Volume Method d)

Questi due casi vengono sfruttati nei modelli di calcolo a tre dimensioni.

Il metodo generale funziona con una buona precisione a basso numero di cicli (13), ad alto numero di cicli (14), nei provini intagliati (15), a modo misto (16).

5.2 CRITERI NON LOCALI

Visti i criteri locali entriamo ora nel dettaglio dei criteri non locali, che sfruttano cioè un campo di tensione non locale attraverso operazioni matematiche che mediano la grandezza presa in esame nell'intorno di un volume di interesse.

5.2.1 INTRODUZIONE

In letteratura sono stati proposti metodi alternativi per stimare la resistenza a fatica utilizzando lo stato tensionale locale in campo elastico valutato con opportuni metodi numerici (17) (18) (19). Tuttavia il collegamento tra lo stato tensionale locale calcolato e la resistenza a fatica del componente presenta problematiche non completamente chiarite.

Se consideriamo ad esempio componenti caratterizzati da materiali fragili ed intagli acuti i modelli di picco, basati sulla valutazione di un valore tensionale locale massimo per la stima del danneggiamento a fatica, devono essere abbandonati ed adottati criteri di campo tipici della meccanica della frattura. In alternativa ai criteri di campo, possono essere utilizzati modelli basati su una media volumetrica della variabile scalare di tensione assunta come rappresentativa del criterio di rottura adottato. In tale ambito sono stati proposti diversi criteri ispirati al lavoro di Neuber (20), tra i quali ricordiamo alcune referenze rappresentative: Novozhilov (21), Seweryn e Mroz (22), Taylor (23) e Lazzarin e Zambardi (24).

Tali approcci di media volumetrica, possono essere interpretati come versioni semplificate dei modelli non locali sviluppati in elasticità a partire dagli anni 60. Nelle sezioni seguenti verranno ripresi i concetti fondamentali dei modelli non locali evidenziando una variante alla formulazione integrale di tali criteri, definita come “Modello a Gradiente Implicito”, recentemente riproposta da Tovo et al. inizialmente per problemi statici (25) e successivamente per la previsioni della resistenza a fatica di giunzioni saldate (26).

I primi sviluppi sui modelli non locali furono proposti da Eringen, Edelen e Kröner nel 1960 ed erano basati sull’assunzione che il principio di azione locale poteva essere violato. In particolare venne proposto che la tensione $\bar{\sigma}$ dipende non solo dalla deformazione $\bar{\epsilon}$ nel punto \bar{x} , ma anche da una media pesata su un volume di riferimento con peso proporzionale alla distanza da \bar{x} . Quindi, in un corpo con volume V e superficie S , la tensione non locale $\bar{\bar{\sigma}}(\bar{x})$ nel punto $\bar{x} (x_1, x_2, x_3)$ di V può essere ottenuta dalla media pesata del tensore degli sforzi locale attraverso l’espressione:

$$\bar{\bar{\sigma}}(\bar{x}) = \frac{1}{V_r(\bar{x})} \int_V \alpha(\bar{x}, \bar{y}) \bar{\sigma}(\bar{y}) d\bar{y}$$

Equazione 5-4: Espressione della tensione locale

Nell’equazione sopra, il simbolo $\alpha(\bar{x}, \bar{y})$ indica un valore scalare della funzione peso che dipende dalla distanza Euclidea $|\bar{x} - \bar{y}|$ tra il punto \bar{x} ed ogni punto $\bar{y} = (y_1, y_2, y_3)$ di V . Inoltre il volume di riferimento $V_r(\bar{x})$ può essere calcolato per mezzo della condizione di normalizzazione della funzione peso sul dominio V :

$$V_r(\bar{x}) = \int_V \alpha(\bar{x}, \bar{y}) d\bar{y}$$

Equazione 5-5: Condizione di normalizzazione

$V_r(\bar{x})$ è quindi l’integrale della funzione peso α esteso a tutto il volume del corpo, per cui il fattore $1/V_r$ fa in modo che, per stati di tensione omogenei, la tensione equivalente locale e la corrispondente tensione non-locale, coincidano. Per una estesa trattazione sugli aspetti legati alla condizione di normalizzazione può essere assunto come riferimento il lavoro proposto da Polizzotto (27).

La scelta della funzione peso è chiaramente influenzata dal fenomeno fisico che deve essere modellato. Tuttavia, quando si tratta di fenomeni macroscopici, è possibile ottenere risultati con buona approssimazione adottando una funzione peso che:

- Presenta il massimo assoluto nel punto x
- All’aumentare della distanza da x tende a zero, in modo da trascurare l’effetto dei punti ad una distanza che dipende dalla funzione peso e da una lunghezza intrinseca l .

Tra le funzioni peso che soddisfano i precedenti requisiti, le più semplici sono la funzione a gradino:

$$\alpha(\bar{x}, \bar{y}) = \begin{cases} 1 & \text{se } \|\bar{x} - \bar{y}\| \leq l \\ 0 & \text{se } \|\bar{x} - \bar{y}\| > l \end{cases}$$

Equazione 5-6: il coefficiente α come funzione a gradino

5-CRITERI DI PROGETTAZIONE

La distribuzione a campana:

$$\alpha(\bar{x}, \bar{y}) = \begin{cases} \left(1 - \frac{\|\bar{x} - \bar{y}\|^2}{l^2}\right) & \text{se } \|\bar{x} - \bar{y}\| \leq l \\ 0 & \text{se } \|\bar{x} - \bar{y}\| > l \end{cases}$$

Equazione 5-7: α espresso come distribuzione a campana

Generalmente per semplicità viene adottata (23) (24) la funzione di Gauss:

$$\alpha(\bar{x}, \bar{y}) = e^{-\frac{k^2 \|\bar{x} - \bar{y}\|^2}{l^2}}$$

Equazione 5-8: α espresso come funzione gaussiana

In questo particolare caso il volume di riferimento calcolato in R_n è uguale a $(l\sqrt{\pi})^n$ quando $n=1,2,3$. In lavori presentati recentemente fu proposta l'applicazione del modello non locale per alcuni problemi di interesse ingegneristico, come ad esempio il calcolo di valori non locali per massa, forze di volume, entropia e campo pensionale (30) (31). Tuttavia tali modelli misero in evidenza alcuni punti deboli, come la complessità nel risolvere l'equazione di equilibrio integro-differenziale e l'impossibilità di dare un significato fisico al campo non locale calcolato sul bordo del dominio di integrazione.

5.2.2 STRAIN ENERGY DENSITY

L'energia elastica di deformazione (dall'inglese SED) è un approccio di tipo non locale, ovvero non viene considerato il valore puntuale della tensione ma si sfrutta una media intorno ad un volume per valutare una tensione efficace. Il gradiente di tensione in questi casi è molto più importante del valore massimo di tensione. Questa metodologia utilizzata per intagli acuti (24) e raccordati (32) riprende il concetto di Neuber di volume elementare, e racchiude i vantaggi di essere un metodo energetico e di essere dipendente dal materiale. L'approccio è basato sul concetto che un componente cede quando la media dell'energia elastica di deformazione \bar{W} raggiunge il valore critico W_c dipendente dalle sole proprietà del materiale.

$$W_c = UTS^2/2E$$

Equazione 5-9: Definizione del valore critico di W

Se il comportamento è fragile, W_c risulta dipendente dalla modalità di carico: in compressione infatti il suo valore sarà differente dal caso di trazione. Altro caso particolare è quando il materiale privo di intagli presenta un comportamento non lineare a fronte del comportamento lineare presentato in presenza di intagli, in questo caso UTS viene sostituito con "il massimo sforzo normale al bordo libero nel momento precedente la frattura" (33). Nei problemi piani, il volume di controllo diventa un cerchio (o una sua porzione) di raggio R_0 .

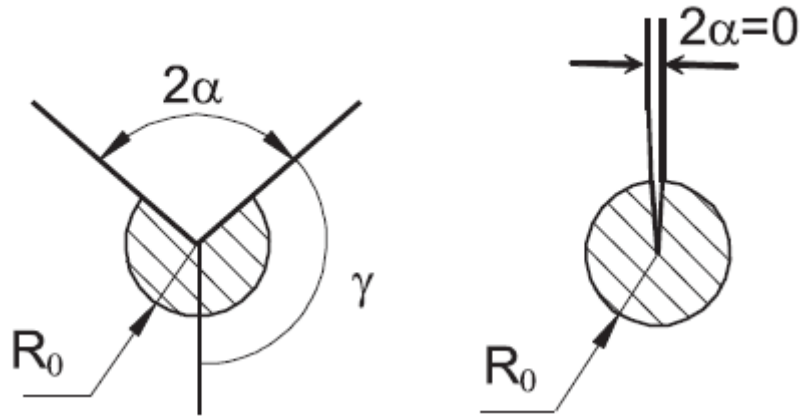


Figura 5-3: Rappresentazione del volume di controllo nel caso di intaglio acuto o di cricca

$$R_0 = \frac{(1 + \nu)(5 - 8\nu)}{4\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{UTS} \right)^2$$

Equazione 5-10: Determinazione di R_0 nel caso di deformazione piana (32)

$$R_0 = \frac{(5 - 3\nu)}{4\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{UTS} \right)^2$$

Equazione 5-11: Determinazione di R_0 nel caso di stato piano di sforzo (34)

$$R_0 = \left[\frac{\lambda_1}{2\lambda_1(\pi - \alpha)} \left(\frac{K_{1c}}{UTS} \right)^2 \right]^{1/2(1-\lambda_1)}$$

Equazione 5-12: Determinazione di R_0 nel caso di intaglio a V (24)

2α [°]	γ/π [rad]	λ_1	I_1 pl. strain							I_1 pl. stress
			$\nu=0.10$	$\nu=0.15$	$\nu=0.2$	$\nu=0.25$	$\nu=0.3$	$\nu=0.35$	$\nu=0.4$	$\nu=0.3$
0	1	0.5000	1.1550	1.0925	1.0200	0.9375	0.8450	0.7425	0.6300	1.0250
15	23/24	0.5002	1.1497	1.0880	1.0162	0.9346	0.8431	0.7416	0.6303	1.0216
30	11/12	0.5014	1.1335	1.0738	1.0044	0.9254	0.8366	0.7382	0.6301	1.0108
45	7/8	0.5050	1.1063	1.0499	0.9841	0.9090	0.8247	0.7311	0.6282	0.9918
60	5/6	0.5122	1.0678	1.0156	0.9547	0.8850	0.8066	0.7194	0.6235	0.9642
90	3/4	0.5445	0.9582	0.9173	0.8690	0.8134	0.7504	0.6801	0.6024	0.8826
120	2/3	0.6157	0.8137	0.7859	0.7524	0.7134	0.6687	0.6184	0.5624	0.7701
135	5/8	0.6736	0.7343	0.7129	0.6867	0.6558	0.6201	0.5796	0.5344	0.7058
150	7/12	0.7520	0.6536	0.6380	0.6186	0.5952	0.5678	0.5366	0.5013	0.6386

Figura 5-4: Valori del parametro I_1 per intagli a V (24)

La relazione finale per la media dell'energia elastica di deformazione in modo di carico 1 si traduce in:

$$\bar{W}_1 = \frac{I_1}{4E\lambda_1(\pi - \alpha)} \left(\frac{K_1}{R_1^{1-\lambda_1}} \right)^2$$

Equazione 5-13: Espressione dell'energia media di deformazione elastica a modo 1

5.2.3 GRADIENTE IMPLICITO

Come già descritto in precedenza, in presenza di intagli acuti, cricche o saldature, la tensione di picco tende all'infinito. Negli anni 50 Williams (35) dimostra come la componente di tensione tangenziale dipende dal quadrato della distanza dall'apice della cricca: $\sigma_{ij}(r) \propto r^{\lambda-1}$ dove λ è l'autovalore di Williams. Una buona soluzione per l'individuazione di una tensione fruibile è quella di rilevarla a una determinata distanza dall'apice (36), oppure utilizzare una media di una grandezza energetica (37) o tensionale (38). Nello specifico, il gradiente implicito non necessita dell'imposizione a priori del punto critico ed è definibile per ogni geometria.

Dalla teoria non locale del gradiente presentata ad esempio in (39), dove si applicava agli spostamenti, si può passare alle tensioni in maniera semplice, definendo una tensione non locale equivalente $\bar{\sigma}_{eq}$. In un punto X di un generico volume V, $\bar{\zeta}$ è la media pesata dello scalare ζ in V:

$$\bar{\zeta}(X) = \frac{1}{V_r} \int_V \alpha(s) \zeta(Y) dV \quad \text{dove } V_r = \int_V \alpha(s) dV$$

Equazione 5-14: Definizione della grandezza generica integrata

Dove $\alpha(s)$ è una funzione peso e s denota la distanza euclidea $\|X - Y\|$ tra i punti X e Y. La grandezza non locale appena descritta si può espandere con una serie di Taylor, assumendo che la derivata di una grandezza generica scalare esista, la grandezza scalare al punto $y=x+s$ può essere ricavato dalla serie di Taylor nel punto x di raggio $\|s\|$, con $s=(s_1, s_2, s_3)$

$$\zeta(y) = \sum_{|m|=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \zeta^{(m)}(x) s^{(m)}$$

Equazione 5-15: Serie di Taylor per la grandezza generica

Per il caso R_n , $m=(m_1, m_2, \dots, m_n)$ è una sequenza di n numeri naturali per i quali il fattoriale è $m! = m_1! m_2! \dots m_n!$ e tale che $|m| = m_1 + m_2 + \dots + m_n$.

Il simbolo $\zeta^{(m)}$ rappresenta l'insieme formato da tutte le derivate parziali di un dato ordine m, cioè:

$$\zeta^{(m)} = \frac{\partial^{|m|} \zeta}{\partial x^{|m|}} = \frac{\partial^{m_1}}{\partial x_1^{m_1}} \frac{\partial^{m_2}}{\partial x_2^{m_2}} \dots \frac{\partial^{m_n}}{\partial x_n^{m_n}}$$

Equazione 5-16: Rappresentazione alle derivate parziali

Mentre $s^{(m)} = s_1^{m_1} s_2^{m_2} \dots s_n^{m_n}$ (40).

Moltiplicando $\bar{\zeta}(y)$ espresso in serie di Taylor con la funzione peso espressa in funzione di s ed integrando in un dominio simmetrico V si ottiene:

$$\bar{\zeta}(X) = \frac{1}{V_r(x)} \int_V \alpha(\|s\|) \sum_{|m|=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \zeta^{(m)}(x) s^{(m)} ds \quad \text{dove } ds = ds_1 ds_2 ds_3$$

Equazione 5-17: Espressione di $\bar{\zeta}$

Risolviendo questa equazione con una funzione peso α simmetrica, i termini pari si semplificano e non considerando i termini di ordine superiore derivanti dalla serie di Taylor,

usando la condizione di normalizzazione nell'Equazione 5-5 si può riscrivere l'Equazione 5-17 come

$$\bar{\zeta}(X) \cong \zeta(X) + \frac{1}{2V_r(X)} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x_1^2} c_1^2 + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x_2^2} c_2^2 + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x_3^2} c_3^2 \right)$$

Equazione 5-18: Approssimazione dello scalare non locale

Nell'equazione ottenuta i coefficienti $c_i^2 = \int_V \alpha(\|s\|) s_i^2 ds$ risultano uguali perciò l'indice i può essere omesso e si ottiene c come costante, equivalente a una grandezza diffusiva.

Concludendo si può descrivere il campo non locale $\bar{\zeta}$ per mezzo dell'equazione non locale approssimata

$$\bar{\zeta} = \zeta + c \nabla^2 \zeta$$

Equazione 5-19: Espressione del campo non locale, gradiente esplicito

Dove ∇^2 indica l'operatore laplaciano.

In accordo con (39) si può applicare il laplaciano in entrambi i membri di questa equazione

$$\nabla^2 \bar{\zeta}(X) \cong \nabla^2 \zeta(X) + c^2 \nabla^4 \zeta(X)$$

Equazione 5-20: Applicazione del doppio laplaciano secondo Peerlings

Seguendo le approssimazioni usate per ottenere l'Equazione 5-19, i termini del quarto ordine vengono trascurati, il laplaciano del termine locale può essere sostituito dal laplaciano della variabile non locale con l'espansione del gradiente implicito vista nell'Equazione 5-19:

$$\bar{\zeta}(X) \cong \zeta(X) + c^2 \nabla^2 \bar{\zeta}(X)$$

Equazione 5-21: Approssimazione differenziale, gradiente implicito

L'Equazione 5-19 che descrive il gradiente esplicito e l'Equazione 5-21 che descrive il gradiente implicito hanno lo stesso grado di approssimazione. Per risolvere l'equazione di Helmholtz alle derivate parziali (Equazione 5-21) bisogna specificare le condizioni al contorno del campo scalare ζ , seguendo quanto proposto in (41):

$$\nabla \bar{\zeta} \cdot n = 0$$

Equazione 5-22: Condizione al contorno di Neumann

Dove n è la normale alla superficie del volume V .

E' possibile definire una tensione non locale effettiva σ_{eff} in un punto generico X come media integrale di una tensione equivalente σ_{eq} , pesata da una funzione peso gaussiana $\psi(X, Y)$ dipendente dalla distanza s fra i punti X e Y .

$$\sigma_{eff,int}(X) = \frac{1}{V_r(X)} \int_V \psi(X, Y) \sigma_{eq}(Y) dV = \frac{\int_V \psi(X, Y) \sigma_{eq}(Y) dV}{\int_V \psi(X, Y) dV} \quad \text{Con } V_r(X) = \int_V \psi(X, Y) dV$$

Equazione 5-23: Definizione della tensione efficace in forma integrale

Con la funzione peso ψ uguale a:

5-CRITERI DI PROGETTAZIONE

$$\psi = \frac{e^{\frac{-s^2}{2L^2}}}{2\pi L^2} \quad L=c\sqrt{2}$$

Equazione 5-24: Definizione della funzione peso gaussiana per problemi 2D

$$\psi = \frac{e^{\frac{-s^2}{2L^2}}}{(L\sqrt{2\pi})^3} \quad L=c\sqrt{2}$$

Equazione 5-25: Definizione della funzione peso gaussiana per problemi 3D

Con s distanza euclidea fra i punti X e Y .

La funzione peso è stata scelta di tipo gaussiano, ma può anche essere definita dalla funzione di Green (42).

Approssimando l'Equazione 5-23 è possibile definire uno stress effettivo come media dell'equazione di Helmholtz (39) usando le condizioni al contorno di Neumann (20)

$$\sigma_{eff} - c^2 \nabla^2 \sigma_{eff} = \sigma_{eq}$$

Equazione 5-26: Equazione dello stress effettivo ricavato dal gradiente implicito

Nei nostri conti σ_{eq} è la prima tensione principale, c è un coefficiente dipendente dal materiale (per acciaio saldabile è 0.2mm).

6 RISOLUZIONE DEL GRADIENTE IMPLICITO

6.1 INTRODUZIONE

Viene di seguito spiegata la metodologia per la risoluzione del gradiente implicito.

Lo scopo di questo capitolo è fornire le indicazioni necessarie per sfruttare il metodo a seguito di ottenere una soluzione utile e corretta, per capire quale metodologia di risoluzione e quali strumenti siano idonei.

In particolare si fa riferimento agli aspetti matematici posti all'origine della risoluzione: quali sono gli aspetti concreti nello svolgimento pratico delle equazioni viste nel capitolo 5.2.3.

Si parla delle specifiche del metodo numerico scelto e delle diverse alternative disponibili, del tipo di software preferenziale e di come adeguare i software che non implementano questo tipo di equazioni.

Viene anche riportato il mio paper che meglio rappresenta l'intero capitolo: in questo articolo si discute sull'elaborazione matematica dell'equazione che genera il metodo e di come manipolarla per poterla adattare ad ogni software presente in commercio.

6.2 TECNICA RISOLUTIVA

Come molti dei modelli matematici scientifici, il gradiente implicito prende la forma di un'equazione differenziale alle derivate parziali (Equazione 5-21). Il rapido sviluppo dei calcolatori ha ridotto di molto la necessità dei test in laboratorio, riducendo molto le spese per l'analisi, e permettendo di fare con relativa facilità dei confronti per ottenere l'ottimizzazione.

Per usare modelli matematici su un calcolatore si ha bisogno di utilizzare metodi numerici, e tra quelli disponibili, il FEM e le differenze finite sono i più diffusi.

L'idea fondamentale per un qualunque metodo per le equazioni differenziali è quello di discretizzare un dato problema continuo con infiniti gradi di libertà per ottenere un problema discreto: cioè un sistema di equazioni con un numero finito di incognite che può essere risolto mediante un calcolatore.

Il metodo numerico classico per le equazioni differenziali a derivate parziali è il metodo alle differenze finite, dove il problema discreto è ottenuto rimpiazzando le derivate con dei quozienti di differenze che coinvolgono i valori di incognite in un certo numero finito di punti.

Il metodo di discretizzazione che utilizza gli elementi finiti è il metodo degli elementi finiti. In tal caso, si inizia con una riformulazione di una data equazione differenziale in un equivalente problema variazionale.

Il vantaggio del metodo degli elementi finiti rispetto al metodo delle differenze finite è che per geometrie complicate le generali condizioni al contorno, le proprietà variabili e le proprietà non lineari del materiale possono essere trattate in maniera sostanzialmente più semplice. In tutti questi casi le differenze finite introducono ulteriori complicazioni. Con gli elementi finiti si ha il vantaggio di non trasformare ed approssimare l'operatore, ma di agire su di una forma integrale ottenuta dall'operatore esatto. Inoltre, il metodo degli elementi finiti ha un saldo fondamento teorico che rende in molti casi possibile l'analisi e la stima dell'errore nella soluzione approssimata.

Stabilito il motivo per cui utilizziamo il FEM piuttosto che altre tecniche, è importante dire che non tutti i FEM si comportano alla stessa maniera: nel nostro caso non tutti i software commerciali

risolvono l'equazione di Helmholtz in maniera implicita. Comsol multiphysics ha al suo interno un'opzione per risolvere l'equazione, con la possibilità di personalizzarla inserendo i nostri parametri per darle la forma corretta.

Il primo problema risulta quindi trovare un modo per risolvere il gradiente implicito con tutti i software FEM presenti sul mercato.

6.3 IMPLEMENTAZIONE IN TUTTI I SOFTWARE FEM

Nel caso non si avesse a disposizione un software in grado di risolvere Equazione 5-26, si può utilizzare una metodologia quasi equivalente sviluppata durante questo dottorato. L'idea è quella di rendere l'equazione differenziale un'equazione più semplice ed utilizzabile da tutti i software, in particolar modo si passa dall'equazione differenziale ad una integrale, e l'integrale lo si valuta come sommatoria di finiti termini.

È stata dunque creata una geometria ed un modello che potessero risolvere sia la questione dell'utilizzo del metodo con tutti i software FEM e che rispondesse anche alle curiosità poste riguardo la variazione dell'apertura dell'intaglio.

6.4 PAPER: IMPLICIT GRADIENT AND INTEGRAL AVERAGE EFFECTIVE STRESSES RELATIONSHIPS AND NUMERICAL APPROXIMATIONS

Maggiolini Enrico, Livieri Paolo, Tovo Roberto
Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures
 38 (2), pp. 190-199

ABSTRACT: *This paper investigates two possible definitions of a non-local effective stress: the weighted average value and the implicit gradient solution. These definitions are usually applied for strength assessment, particularly in the high cycle fatigue regime, in the presence of notches, defects, cracks or welded joint toes or roots. The present research analyses their general relationship in plane notches. Then the paper presents a numerical method for their assessment by means of a general FE tool. Different solutions are calculated and compared, by evaluating the results obtained from different FEM commercial software.*

KEYWORDS: *IMPLICIT GRADIENT, LOCAL TENSION FIELD, NOTCH, WELDING, FATIGUE, NON-LOCAL, CRACK, EFFECTIVE STRESS.*

NOMENCLATURE:

$\bar{\epsilon}_{eq}$	non-local equivalent strain
ϵ_{eq}	equivalent strain
ζ	scalar field
g	weight function
β	correlation function for sharp notches
β_p	correlation function for rounded notches
ψ	Gaussian weight function
s	distance between point X and Y of body
c	constant depending on material
L	constant depending on c

6-RISOLUZIONE DEL GRADIENTE IMPLICITO

σ_{eq}	<i>equivalent local tension</i>
σ_{eff}	<i>effective stress</i>
$\sigma_{eff,IG}$	<i>effective stress calculated by implicit gradient</i>
$\sigma_{eff,int}$	<i>effective stress calculated by an integral</i>
$\sigma_{eff,sum}$	<i>effective stress calculated by a summatory</i>
δ	<i>Dirac function</i>
2α	<i>opening angle</i>
N	<i>weight coefficient</i>
ρ	<i>filled radius</i>
R	<i>matrix built on r/c ratio</i>
A	<i>matrix built by angle 2α</i>
P	<i>coefficient matrix</i>
X	<i>investigated point</i>
Y	<i>general location point</i>
r	<i>distance from notch tip</i>
s	<i>Euclidian distance between X and Y</i>

INTRODUCTION

In real applications, it is usual for an engineer to deal with strength assessment at stress raisers, i.e. notches, defects, welding toes or roots and cracks. In the literature, several authors addressed this problem by means of effective stress definitions at the notch tip (11) (20) (12) (43) (44) (28) (39). Among the most recent outcomes in the literature, a number of contributions define the effective values by means of a non-local investigation of the stress/strain field close to the notch tip; these approaches include the implicit gradient (28) (39) (45) (46) (47), strain energy density (24) (48) and the theory of critical distances (12).

In particular, the authors presented an approach capable of estimating the fatigue life of notched structures and welded joints based on an effective stress value computed numerically by solving the Helmholtz differential equation linked to the implicit gradient method (45) (46) (47).

This method is particularly suitable for a numerical estimation of the component fatigue life and its relation with its geometrical feature and stress raiser. The idea is rather simple and enables an original application of the average stress damage that was first formulated in the 1930s by Neuber (20) and referred to geometry where fatigue crack propagation direction is on the bisector of the notch. This idea succeeds in attaining the fatigue limit of a plane component with notches by simple manual calculation (43) (49) (50). On the other hand, it is difficult and awkward when the notch is under complex loading, in this case the maximum stress or the crack initiation and propagation direction can be outside the bisector; additionally the problem can be even more challenging when the component is three dimensional or geometrically complex.

Note that every effective stress definition, from Neuber (20) to more recent developments, has a heuristic character, since it does not describe the actual failure mechanism, but simply establishes a phenomenological relation between the strength of a component and a stress field quantity.

The implicit gradient method reinforces the idea that the damage should be related to an average value of the stress components occurring on the body; in such average calculations, stress values close to the critical point are more important and active than those close to the far away field (this suggests the possible use of a weight function). The computed effective stress is representative of the overall damage in the process zone. The influence zone dimension is simply regulated by the material properties and it is indicated by the length c .

In a uniaxial fatigue situation, the authors proposed to only average the first principal stress; for multi-axial fatigue strength assessment, it is necessary to use a multi-axial criterion by using, for instance, stress invariants or critical plane approaches (46).

By using the implicit gradient approach, it is possible to directly obtain the maximum value of the effective stress range and the location of the point where the fatigue crack initiates without imposing a priori the location of failure points. However, if the position of the critical point is known, it could sometimes be convenient to evaluate the “non-local” effective stress without taking advantage of specific Partial Differential Equation software for the integration of the Helmholtz differential equation.

This research has two objectives. The first is the quantitative clarification of the relationship between the implicit gradient effective stress and the weighted integral average stress values at the notch tip. The research will focus mainly on the mode I loading.

The second objective is to investigate a numerical method for the evaluation of the non-local field in a fast and simple way, using the local stress field that is available in all commercial FEM software without a request of specific routine for the integration of the Helmholtz partial differential equations.

For this purpose, starting from the analytical and theoretical fundamentals, two commercial software tools were used: Comsol Multiphysics and Ansys.

Comsol Multiphysics has a pre-loaded module for an ordinary differential equation solution (Helmholtz equation) that can be used to calculate effective stress values for non-local strength assessment all-over the investigated domain. Alternatively, different conventional FE software (for instance, Ansys FE software) can compute and export the nodal coordinates and nodal results turned out from a conventional local structural analysis, so that a specific numerical procedure has to be developed for the evaluation of the effective stress in the selected critical points of the two-dimensional or three-dimensional components.

Theoretical framework

In a structural component containing a crack or a sharp V-notch such as in a welded joint, the maximum stress tends towards infinity because the tip radius is null. As indicated by Williams (35), the stress components σ_{ij} is proportional to a power of the distance r from the notch tip of type: $\sigma_{ij}(\mathbf{r}) \propto r^{\lambda-1}$, where λ is the Williams' eigenvalue. A technique to compare a finite value of the stress with a reference strength (fatigue limit, yield stress, etc.) is by moving away from the tip or by some way averaging the stress field and using these averages or, in any case, non-local values, for strength assessment (20) (50). In particular, the implicit gradient approach proposed in (51) (52) (25) is very general, and, from a mathematical point of view, the effective stress is correctly defined for every geometry without imposing a priori the position of critical points. According to ref. (39), a gradient formulation can be derived directly from non-local theory. Traditionally, the first application and definition have been applied to the strain values (44) (28) (39) but the value of the non-local (i.e. the effective value) equivalent stress $\bar{\sigma}_{eq}$ can be given in a similar way. In a point X of a generic mechanical components of volume V , $\bar{\zeta}$ is a weighted average of the local scalar ζ on V through the expression:

$$\bar{\zeta}(X) = \frac{1}{V_r} \int_V g(s) \zeta(Y) dV \quad \text{with} \quad V_r = \int_V g(s) dV$$

Equazione 6-1

(1)

In which $g(s)$ is a weight function and s denotes the Euclidean distance $\|X - Y\|$ between the points X and Y .

The non-local equivalent stress given in Equazione 6-1 is expanded into a Taylor series. Assuming that the generalised derivatives of a certain scalar field ζ exist, the stress scalar at point $\mathbf{y}=\mathbf{x}+\mathbf{s}$ can be developed in a Taylor series in a neighbourhood of point \mathbf{x} of radius $\|\mathbf{s}\|$, with $\mathbf{s}=(s_1,s_2,s_3)$ (e.g. Ciarlet (40)):

$$\zeta(\mathbf{y}) = \sum_{|m|=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \zeta^{(m)}(\mathbf{x}) s^{(m)}$$

Equazione 6-2

In Equazione 6-2 according to the multi-index notation for the R_n case, $m=(m_1, m_2, \dots, m_n)$ is a sequence of n natural numbers of which the factorial is $m! = m_1! m_2! \dots m_n!$ and such that $|m| = m_1 + m_2 + \dots + m_n$; the symbol $\zeta^{(m)}$ represents the sets formed by all partial derivatives of a given order m , namely

$$\zeta^{(m)} = \frac{\partial^{|m|} \zeta}{\partial x_1^{m_1} \partial x_2^{m_2} \dots \partial x_n^{m_n}}, \quad \text{and, finally,} \quad s^{(m)} = s_1^{m_1} s_2^{m_2} \dots s_n^{m_n} \text{ (Ciarlet (40)).}$$

Subsequently, the product of $\zeta(\mathbf{y})$, expressed by Taylor's expansion Equazione 6-4, times the weight function is integrated over a symmetric domain V

6-RISOLUZIONE DEL GRADIENTE IMPLICITO

$$\bar{\zeta}(\mathbf{x}) = \frac{1}{V_r(\mathbf{x})} \int_V \alpha(\|\mathbf{s}\|) \sum_{|m|=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \zeta^{(m)}(\mathbf{x}) s^{(m)} ds \quad \text{where } ds = ds_1 ds_2 ds_3.$$

Equazione 6-3

By solving Equazione 6-3 with a symmetric weight function g the odd terms vanish, and neglecting higher than a third-order derivative in the Taylor's expansion, Equazione 6-6 becomes the definition Equazione 6-1 of the non-local equivalent stress and can be replaced by

$$\bar{\zeta} = \zeta + c \nabla^2 \zeta$$

Equazione 6-4

The coefficient c plays the role of a diffusive length and ∇^2 indicates the Laplacian operator, such that

$$\nabla^2 \zeta = \text{div grad } \zeta = \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x_n^2}$$

Equazione 6-5

According to Peerlings et al. (39), the implicit gradient approximation of Equazione 6-4 can be derived by applying the Laplacian operator to both sides of Equazione 6-4:

$$\nabla^2 \bar{\zeta}(\mathbf{x}) \cong \nabla^2 \zeta(\mathbf{x}) + c^2 \nabla^4 \zeta(\mathbf{x})$$

Equazione 6-6

Consistently with the approximation performed to obtain Equazione 6-4, the fourth-order term of the non-local variable $\nabla^4 \bar{\zeta}$ can be neglected in Equazione 6-6. Subsequently, the Laplacian of the local term can be replaced with the Laplacian of the non-local variable within the explicit gradient expansion Equazione 6-4. Finally, we obtain the differential approximation

$$\bar{\zeta}(\mathbf{x}) \cong \zeta(\mathbf{x}) + c^2 \nabla^2 \bar{\zeta}(\mathbf{x})$$

Equazione 6-7

Note that, by construction, the implicit gradient formulation Equazione 6-7 and the explicit gradient formulation Equazione 6-4 imply the same degree of approximation, as they have both been obtained by neglecting fourth order derivatives in the Taylor expansion Equazione 6-5 (Peerlings et al. (39)).

In order to solve the Helmholtz partial differential Equazione 6-7, the boundary conditions concerning the scalar field ζ have to be specified. From a mathematical point of view, the Neumann boundary condition was taken into account:

$$\nabla \bar{\zeta} \cdot \mathbf{n} = 0$$

Equazione 6-8

where \mathbf{n} denotes the normal to the surface of V . These types of boundary conditions have been adopted in many other papers such as Lasry and Belytschko (41) and Miihlhaus and Aifantis (53).

In the following, the previously summarised theoretical framework will be applied to a specific weight function, without any lack of applicability of previous equations.

It is possible to define a non-local effective stress in a generic point X as an integral average of an equivalent local tension σ_{eq} , weighted by a Gaussian function $\psi(X, Y)$ depending on the distance s between points X and Y of the body:

$$\sigma_{eff,int}(X) = \frac{1}{V_r(X)} \int_V \psi(X, Y) \sigma_{eq}(Y) dV = \frac{\int_V \psi(X, Y) \sigma_{eq}(Y) dV}{\int_V \psi(X, Y) dV} \quad \text{with} \quad V_r(X) = \int_V \psi(X, Y) dV$$

Equazione 6-9

This effective value will be indicated as $\sigma_{eff,int}$; in Equazione 6-9 it is possible to use two different weight functions depending on the space dimension of the investigated structural problem (two dimensional plane investigations or three dimensional problems):

$$\psi = \frac{e^{-\frac{s^2}{2L^2}}}{2\pi L^2} \quad L=c\sqrt{2} \quad \text{2D problem}$$

Equazione 6-10

$$\psi = \frac{e^{-\frac{s^2}{2L^2}}}{(L\sqrt{2\pi})^3} \quad L=c\sqrt{2} \quad \text{3D problem}$$

Equazione 6-11

with s equal to the Euclidian distance between X and Y .

By approximating Equazione 6-9, similarly to Equazione 6-1 and Equazione 6-2, it is possible to define an effective stress by means of the Helmholtz equation (45) (50) (25) using Neuman boundary conditions ($\nabla \sigma_{eff} \cdot n = 0$). This effective value will be indicated as $\sigma_{eff,IG}$:

$$\sigma_{eff,IG} - c^2 \nabla^2 \sigma_{eff,IG} = \sigma_{eq} \quad \text{in } V$$

Equazione 6-12

where σ_{eq} will be the first principal stress and c a material coefficient (for instance, it is 0.2 mm for weldable construction steel). Now, for the sake of simplicity, c^2 in Equazione 6-12 agrees with c of the previous Equazione 6-7. The Gaussian weight function ψ is not the only applicable function, for instance it could be replaced, for example, by Green's weight function (39) (42):

$$G_f(X, Y) = \frac{e^{-\frac{s}{\sqrt{c}}}}{4\pi c \rho}$$

Equazione 6-13

Green's function is defined as the solution of the partial differential Equazione 6-7 with the source term being replaced by a Dirac function $\delta(X-Y)$:

$$G(X, Y) - c \nabla^2 G(X, Y) = \delta(X - Y)$$

Equazione 6-14

To obtain G in a 3D problem, G_f has to be added to the homogeneous partial differential equation because G_f does not satisfy the boundary condition (42).

By integrating G , a value equal to the implicit gradient can be found, by the theoretical framework for every weight function, unlike G , an integral that is different from the implicit gradient is obtained. Fig. 1 shows a comparison between the Gauss weight function ψ and the Green function Equazione 6-13 that is not a continuous function in the origin.

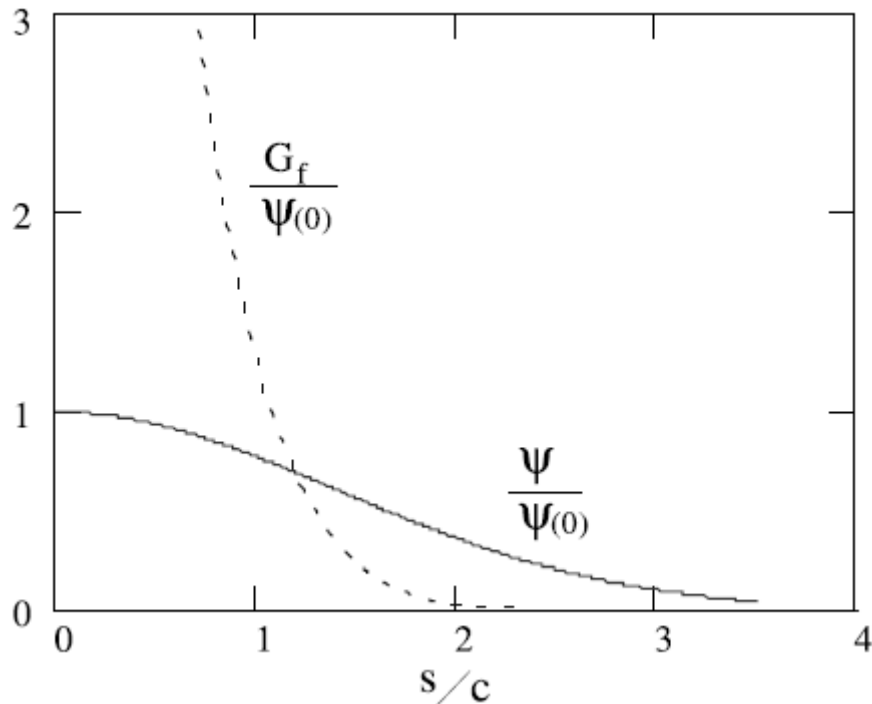


Figura 6-1: comparison between gaussian and Green's function

The use of the Green function Equazione 6-13 in Equazione 6-9 would be the most correct choice by establishing a clear and plane equality between the Weighted Integral and Implicit Gradient effective stress. Unfortunately, due to its singularity, its use is even more complex, from a numerical point of view, than the PDE solution. Hence, in the following, only Gaussian-like functions Equazione 6-10 and Equazione 6-11 will be used, and the relation between the Weighted Average and Implicit Gradient requires detailed investigation.

COMPARISON OF STRESS AVERAGE VALUES WITH IMPLICIT GRADIENT EFFECTIVE STRESS

The relationship between an integral value and the solution of a partial differential equation can be generally very complex. In the following, we will take advantage of some properties of the stress field at notches.

It has been analytically demonstrated (54) that, with good approximation, the stress field surrounding the tip of a notch is only dependent on the notch tip radius, the opening angle and the overall intensity. The overall stress intensity, under mode I loading, is uniquely quantified by one stress field parameter, usually called the Notch Stress Intensity Factor (NSIF) (54) and, for instance, these parameters are even related to the fatigue strength of different welded joints (54) (55).

When the whole geometry of the notch is sufficiently larger than the constant “c” and “L” or the integration field “V”, in any notch with a given notch opening angle and tip radius, the effective stress values are exclusively related to the NSIF value (see, for example, the analytical solution in reference (45) in the case of sharp V-notches).

Hence, the ratio between two possible definitions of the effective value, at a loaded notch, does not depend on the NSIF, but is a constant value, which depends simply on the main geometrical parameters, i.e. the notch opening angle and the tip radius. This constant ratio can be computed in a specific geometry, but, under the above-mentioned assumption, it is the same for any other geometry and can be applied generally.

According to such properties, a first plane geometry is considered. The initially investigated geometry is a simple 2D geometry (see Figura 6-2: 2D geometry with a variable angle (size in mm)), under a linear elastic plane stress condition and remote tensile gross stress σ_{nom} . The geometry has a notch-opening angle ranging from 0° to 180° and a notch tip radius varying from 0 to 1 mm, the initially investigated parameter being the null radius.

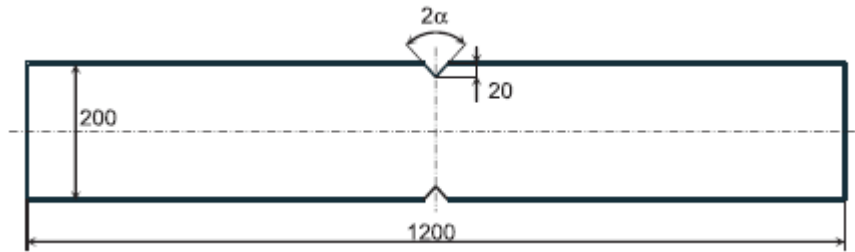


Figura 6-2: 2D geometry with a variable angle (size in mm)

By means of a PDE solver that includes the Helmholtz equation solver, the $(\sigma_{eff,IG})$ can be directly solved in all points of the model. The linear elastic stress solution provides the local stress field. The level curves of $\sigma_{eff,IG}$ is given in Figura 6-3.

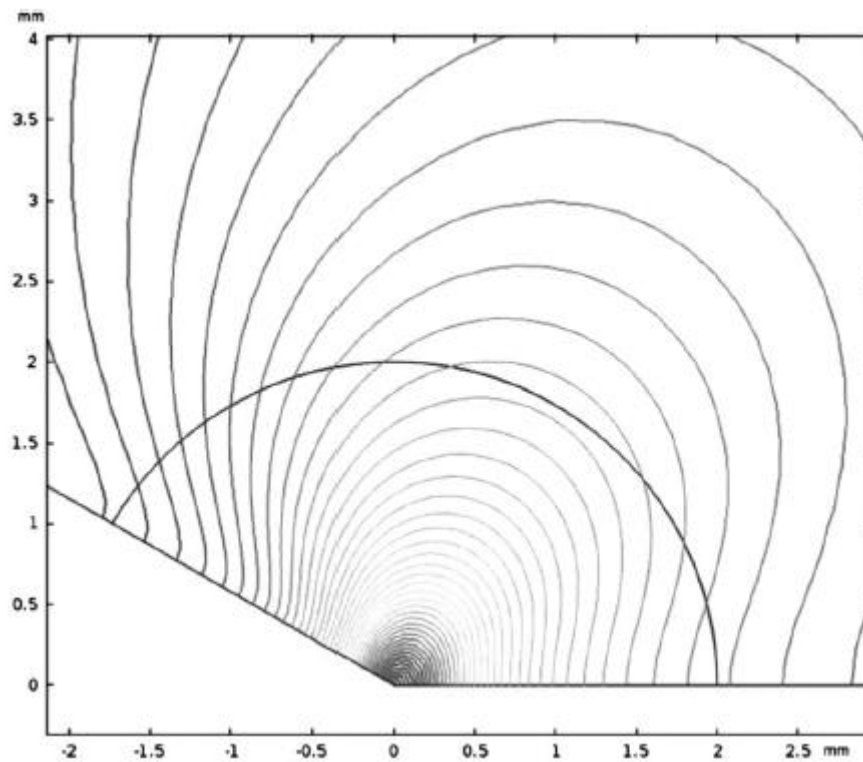


Figura 6-3: Example of level curves of the $\sigma_{eff,IG}$ obtained by solving Equazione 6-12

By changing the angle of the notch and plotting the results, it is possible to compare the differences at the tip (Figura 6-4). Except for smaller angles, $\sigma_{eff,IG}$ decreases as the opening angle of the notch is increased.

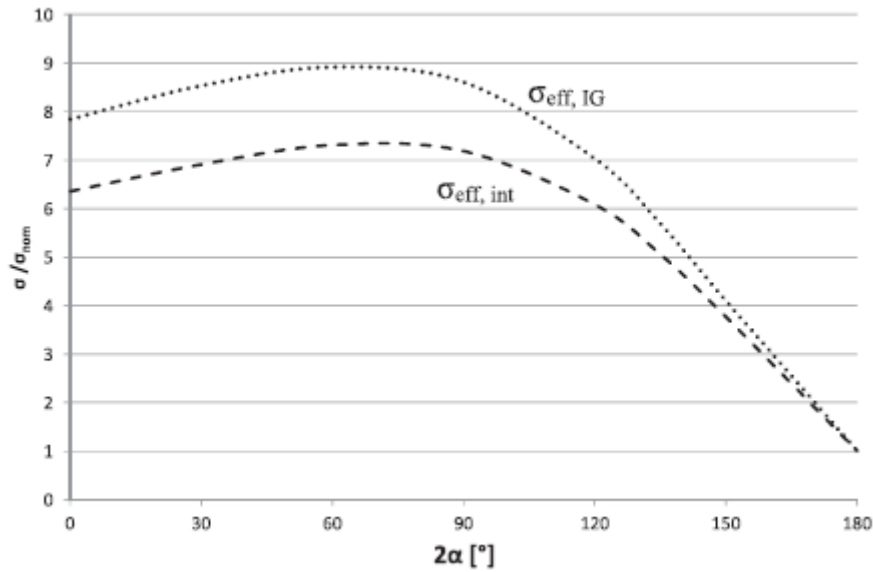


Figura 6-4: Trend of $\sigma_{eff,IG}$ and $\sigma_{eff,int}$ function of opening angle 2α

Alternatively, by considering the integral value, even Equazione 6-9 can be evaluated by numerical integration; Figura 6-4 also shows this type of result ($\sigma_{eff,int}$). In this specific case, the integral Equazione 6-9 was performed by means of the integration tools present in the Comsol software. The obtained results are given in Tabella 6-1.

2α [°]	$\sigma_{eff,IG}$ [MPa]	$\sigma_{eff,int}$ [MPa]	$\sigma_{eff,sum}$ [MPa]	$(\sigma_{eff,int} - \sigma_{eff,IG}) / \sigma_{eff,IG}$ [%]	$(\sigma_{eff,sum} - \sigma_{eff,int}) / \sigma_{eff,int}$ [%]
0	7.85	6.36	6.36	-19.0	0.0
30	8.54	6.91	6.91	-19.0	0.0
60	8.92	7.31	7.32	-18.0	0.1
90	8.61	7.19	7.20	-16.5	0.1
120	7.03	6.08	6.08	-13.5	0.0
135	5.69	5.05	5.06	-11.1	0.2
150	4.09	3.76	3.76	-8.2	0.0
180	1.00	1.00	1.00	0.0	0.0

Tabella 6-1: Value of $\sigma_{eff,IG}$, $\sigma_{eff,int}$ and $\sigma_{eff,sum}$ at any tested angle of Fig. 2 ($\sigma_{nom} = 1$ MPa)

The ratio between the implicit gradient results and its integral values ranges from 1 to 1.25, depending on the opening angle. It is possible to fit a correlation function β that describes the ratio between $\sigma_{eff,IG}$ and $\sigma_{eff,int}$ at the notch tip as a function of 2α (Figura 6-5). Equazione 6-15 fits the points of Figura 6-5 and its maximum error at computed points is less than 0.2%.

$$\beta(2\alpha) = \frac{\sigma_{eff,IG}}{\sigma_{eff,int}} = 1.235 + 8.22e-05 \cdot (2\alpha) - 3.31e-06 \cdot (2\alpha)^2 - 2.44e-08 \cdot (2\alpha)^3 \quad [a \text{ in deg.}]$$

Equazione 6-15

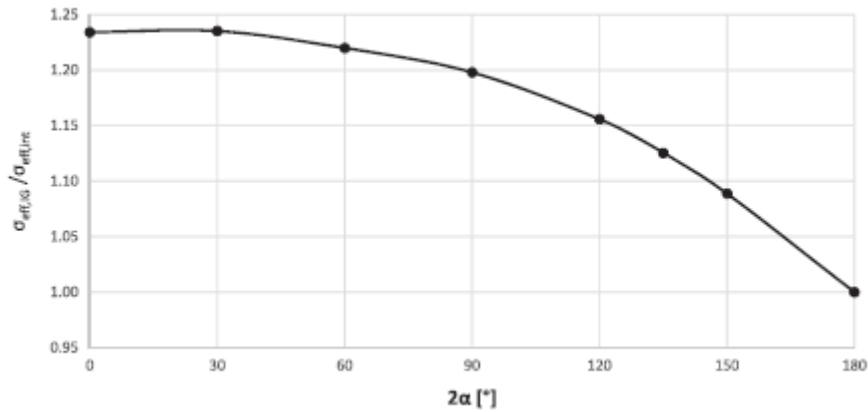


Figura 6-5: Ratio $\sigma_{eff,IG} / \sigma_{eff,int}$ function of opening angle 2α

Since the effective values are computed at the notch tip, only local stress values close to the tip are actually meaningful for effective stress computation. To achieve a sufficient approximation, it is not necessary to compute the integral across the whole domain, but it is faster to only make the integration in a subdomain (a circular subdomain with a radius equal to $6.5 c$ has been verified as suitable to void the weight function).

Differences between these two estimations can be assumed to be the intrinsic scatter between the two methods so that if the “integral” value is available, the “IG effective” value can be computed by this correction.

Note that in Equazione 6-15 when $2\alpha=0$, $\sigma_{eff,IG} / \sigma_{eff,int} = 1.235$, this value is very close to that estimated in ref. (39) for the non-local equivalent strain.

ROUNDED NOTCHES

By modifying the ratio of the tip radius ρ over c , it is possible to compute effective stress in rounded geometries as well. The reference geometry is reported in Figura 6-6.

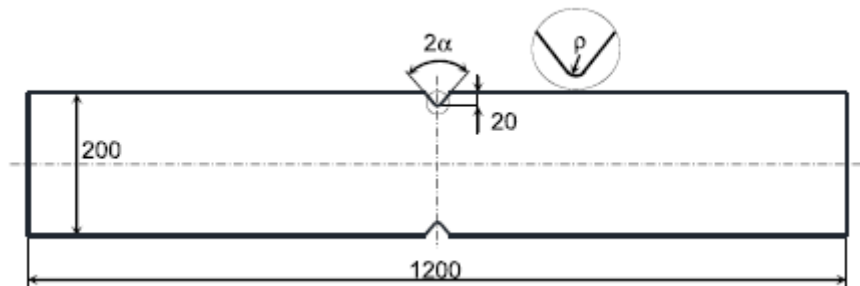


Figura 6-6: 2D geometry with rounded notch, size in millimeter

The results related to the opening-angle equal to 90° are given in Figura 6-7.

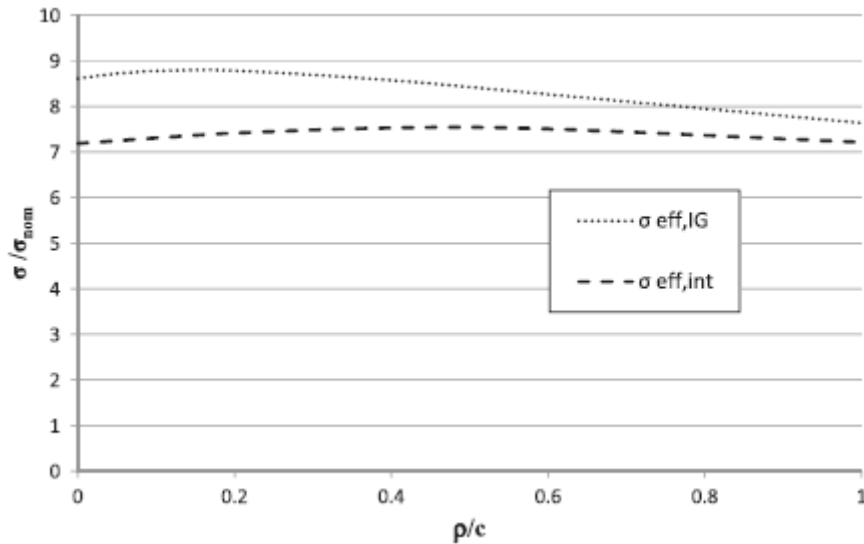


Figura 6-7: Trend of $\sigma_{eff,IG}$ and $\sigma_{eff,int}$ on the filled radius ($2\alpha = 90^\circ$).

The scatter between the implicit gradient effective stress and the integral value decreases as the notch tip radius is increased. In any case, the error between the integral value and its numerical approximation is very low.

Hence, we can argue that the integral value of Equazione 6-9 can be evaluated by means of generic FE software also in the case of rounded notches. Equazione 6-15 can be modified in order to take into account the general relationship between the implicit gradient $\sigma_{eff,IG}$ and integral value $\sigma_{eff,int}$ by combining different values of the opening angle and notch tip radius. The ratio between $\sigma_{eff,IG}$ and $\sigma_{eff,int}$ is given in Figura 6-8.

It is possible to create a correlation function β_ρ that describes the graph on Figura 6-8 depending on the angle and filled radius ρ giving the ratio $\sigma_{eff,IG}/\sigma_{eff,int}$:

$$\beta_\rho = \frac{\sigma_{eff,IG}}{\sigma_{eff,int}} = (R \cdot P) \cdot A$$

Equazione 6-16

$$R = [(\rho/c)^4 \quad (\rho/c)^3 \quad (\rho/c)^2 \quad (\rho/c) \quad 1]$$

$$P = \begin{bmatrix} -5.35E-12 & 2.06E-10 & -3.13E-7 & 1.48E-4 & -0.013 \\ 4.70E-11 & 2.28E-10 & 2.74E-6 & -1.45E-3 & 0.127 \\ -1.07E-10 & -1.27E-10 & -6.67E-6 & 4.29E-3 & -0.385 \\ -1.6E-10 & 9.76E-8 & -2.20E-6 & -3.45E-3 & 0.307 \\ 1.89E-10 & -1.28E-7 & 1.55E-5 & -1.22E-3 & 1.26 \end{bmatrix}$$

(2α in degree)

With Equazione 6-16 the maximum fitting error is 0.7% on $2\alpha=0$ and $\rho/c=0$

A NEW PROCEDURE FOR NUMERICAL EVALUATION OF INTEGRAL VALUES

In order to obtain the value of the effective stress $\sigma_{eff,IG}$ in selected critical points, a numerical procedure substituting the solution of the Helmholtz Equazione 6-12 with a local integration Equazione 6-9 will be presented in this section. This integration can be performed with a specific software or by means of a procedure develop herein and based on the use of the FE code used for the standard stress analysis.

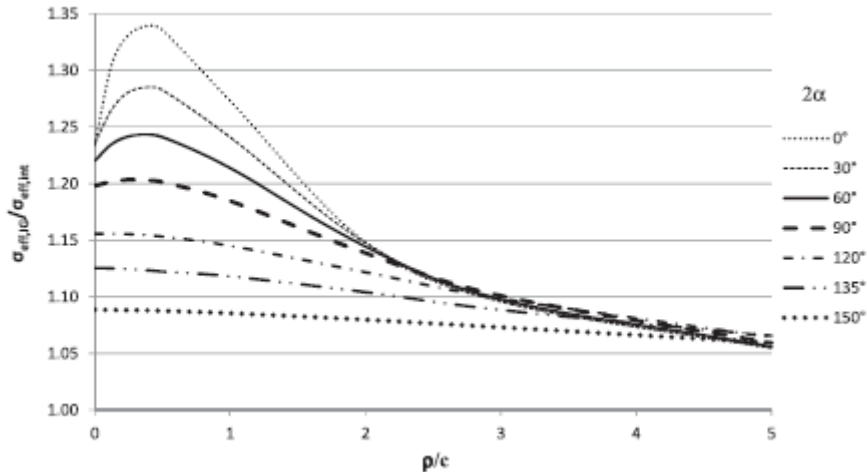


Figura 6-8: $\sigma_{eff,IG}/\sigma_{eff,int}$ function of filled radius and notch opening angle 2α

As analysed in the previous section, the knowledge of the integral $\sigma_{eff,int}$ at the notch tip allows us to obtain the value of the implicit gradient by means of β parameter defined in Equazione 6-15 and Equazione 6-16. However, most FE software does not have the ability to make an integral over a domain, so that a new method is presented in order to solve Equazione 6-9.

By introducing the assumed weight coefficient N , we transform the integral into a proper weighted sum, with a quadrature rule approximation such as:

$$\sigma_{eff,int}(X) = \frac{\int_V \psi(X, Y) \sigma_{eq}(Y) dv}{\int_V \psi(X, Y) dv} \cong \sigma_{eff,sum} = \frac{\sum N_i \psi(X, Y_i) \sigma_{eq}(Y_i)}{\sum N_i \psi(X, Y_i)}$$

Equazione 6-17

For this calculation, it is necessary to define the weight coefficient N which is built on the distance between the nodes that depend only on the mesh size.

In a uniform mesh, i.e. with elements of the same size and with a constant distance between the nodes, N should be constant. In any other case, N will be computed depending on the dimension of the element and the actual distances among the nodes: the larger the size of the elements, the higher the weight of the related nodal values.

This approach suggests using, as an approximation of N , the nodal reaction (at each node constrained), when the whole body is loaded by a uniform distributed load, such as the gravity load. That is to say, in the same model used for stress analysis, each node is fully constrained, a uniform volume load is applied (for instance gravity load) and the reaction forces at the nodes are computed. Consequently, the larger the element, the larger the reaction and the suitable coefficient N is the nodal reaction at each constraint.

As a numerical example, a simple 50×100 rectangle is considered (see Figura 6-9). If a unitary uniform load is applied, the sum of the load constrained, i.e. the sum of coefficient N , is equal to the area of the rectangle.

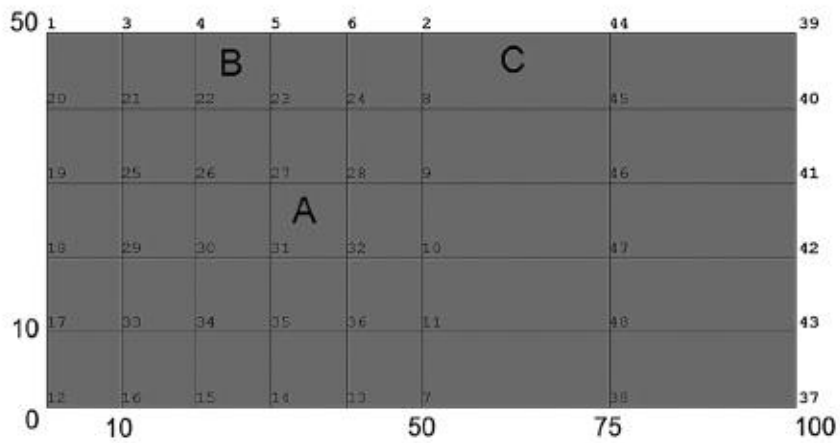


Figura 6-9: Mesh test on the node component

In the definition of the proposed elements, the area of element C is 2.5 times larger than the area of elements A and B. The weight of each node N , depends on the size of the contiguous area. For instance, in this example:

$$N_1 = 25; N_3 = 50; N_2 = 87,5; N_{21} = 100; N_8 = 175; N_{44} = 125; N_{45} = 250.$$

From an operative point of view, we can make a mesh as in figure 10 with a regular subdivision in the neighbourhood of the notch tip zone. This zone is defined as an auxiliary mesh and represents the zone where the integral will be calculated. Now, we consider a new model defined only with the auxiliary mesh (all the others nodes will be erased). All nodes will be fixed and a unitary uniform load per unit volume is applied. For any kind of FE software, it is simply necessary to export the coordinates of the nodes inside the auxiliary mesh and the reaction load at the same nodes: the reaction represents the N unknown coefficient. Then, any mathematical tool can compute $\sigma_{eff,sum}$ from Equazione 6-16. Obviously, the equivalent stress σ_{eq} is evaluated in the actual FE model inside the auxiliary mesh.

The proposed $\sigma_{eff,sum}$, in the considered example of Figura 6-2, numerically analysed by Ansys structural analysis is actually equal to the Comsol integration for each opening angle taken into consideration (numerical result are given in Figura 6-11 and Tabella 6-1). The accuracy in the calculation of the integral by means of Equazione 6-16 is very clear.

MESH SIZE EFFECT

A further problem regarding the numerical assessment of non-local effective stress is the sensitivity of the results to the dimension of the elements. Taking the 120° geometry and through mesh analysis, it is possible to look at the relationship between the maximum element size d and the errors that occur. Tabella 6-3 shows the dimension of the element at the notch tip. In this investigation “Solid 183” elements in Ansys and “quadrangular” elements in Comsol, were used.

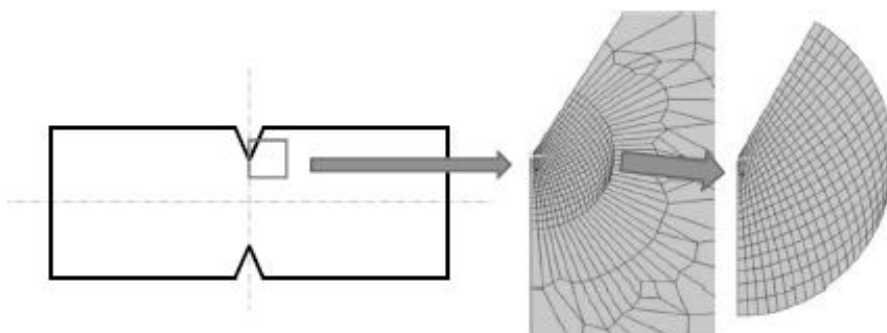


Figura 6-10: Geometry, finite element (FE) model and sub-model of FE (auxiliary model).

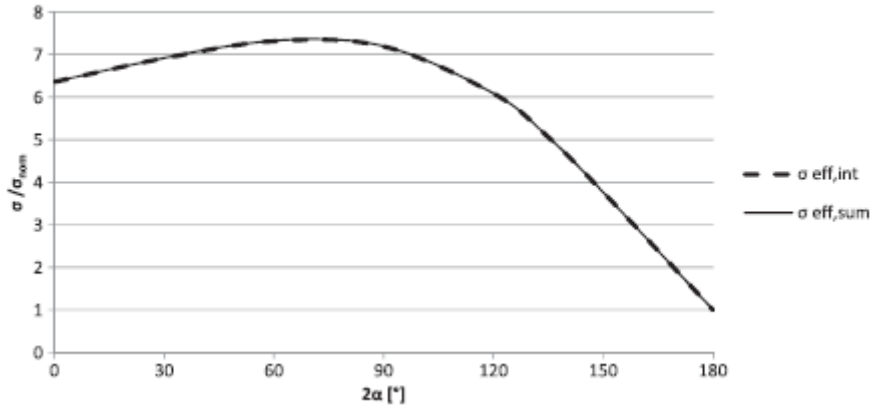


Figura 6-11: Trend of $\sigma_{eff,int}$ and $\sigma_{eff,sum}$ function of opening angle 2α .

As can be seen with a mesh of an element size equal to $c/5$ in the subdomain (of size $\sim 6.3c$), it is sufficient to have the same result of the integral solution.

CHECKING TEST

In order to check the procedure previously defined and the synthesis relationship, four different geometries in a two-dimensional or three-dimensional space have been created.

Two-dimensional problem

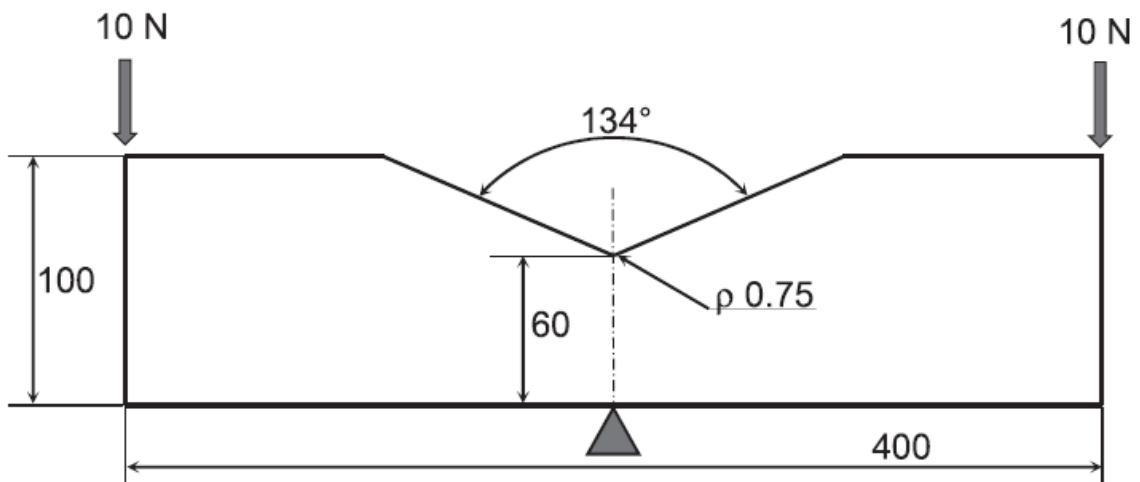


Figura 6-12: 2D generic geometry (Thickness 1mm)

Figura 6-12 shows a 2D specimen with an opening angle of 134° and a notch tip radius of 0.75 mm under a couple of forces. The result at the notch tip confirms the fitting equation, even under a different type of load:

$\sigma_{eff,int} = 8.92 \text{ MPa}$ [from Equazione 6-17]

$\beta_\rho = 1.08$ $[(R_\rho/c=3.75 \cdot P) \cdot A_{2\alpha=134^\circ} = 1.08$ from Equazione 6-16]

$\sigma_{eff} = \beta_\rho \sigma_{eff,int} = 9.63 \text{ MPa}$

6-RISOLUZIONE DEL GRADIENTE IMPLICITO

Alternatively: $\sigma_{eff,IG} = 9.64 \text{ MPa}$ [from Equazione 6-12 with FE results]

The ratio between $\sigma_{eff,IG} / \sigma_{eff,int}$ given by Equazione 6-16 is in good agreement with FE results.

r/c	$\sigma_{eff,IG}$ [MPa]	$\sigma_{eff,int}$ [MPa]	$(\sigma_{eff,int} - \sigma_{eff,IG}) / \sigma_{eff,IG}$ [%]
0	8.61	7.19	-16.53
0.125	8.67	7.21	-16.78
0.25	8.72	7.25	-16.90
0.4	8.76	7.28	-16.86
0.5	8.78	7.31	-16.75
1	8.78	7.42	-15.58
2	8.57	7.53	-12.17
3	8.26	7.51	-9.16
5	7.64	7.21	-5.59

Tabella 6-2: Value of $\sigma_{eff,IG}$, $\sigma_{eff,int}$ and $\sigma_{eff,sum}$ at any tested ratio ($2\alpha=90^\circ$, $\sigma_{nom} = 1 \text{ MPa}$)

Mesh	Comsol	Ansys	Error	
d/c	$\sigma_{eff,IG}$ [MPa]	$\sigma_{eff,int}$ [MPa]	$\sigma_{eff,sum}$ [MPa]	$(\sigma_{eff,sum} - \sigma_{eff,int}) / \sigma_{eff,int}$ [%]
1	7.03	6.09	6.04	-0.7%
0.5	7.03	6.09	6.06	-0.4%
0.2	7.03	6.08	6.08	0.0%

Tabella 6-3: Error in the mesh analysis of the specimen reported in Fig. 2 ($2\alpha=120^\circ$; d : maximum element size, $\sigma_{nom} = 1 \text{ MPa}$)

Three-dimensional problem

Three 3D geometries were also analysed, the point of interest X was always in the middle of the width at the tip of the crack/welding.

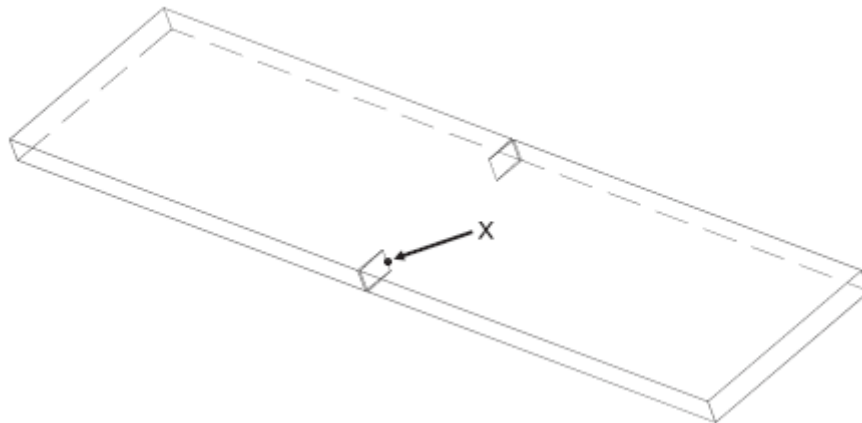


Figura 6-13: 3D plate with $2\alpha = 0^\circ$ (thickness 10 mm; others dimension as in Fig. 2; X in the midplane).

First of all, the author tried to replace the 2D analysis with 3D analysis, choosing the worst case: $2\alpha=0$ and $\rho/c=0$.

Using the right weight function for 3D geometry (Equazione 6-11) the results are very similar to the 2D case. As shown in Table 4, the error in the 3D case is very low and comparable to the 2D geometry, even the difference seems to be in the same range.

	$\sigma_{eff,IG}$ [MPa]	$\sigma_{eff,int}$ [MPa]	$\sigma_{eff,sum}$ [MPa]	$\sigma_{eff,IG}/\sigma_{eff,int}$	$(\sigma_{eff,sum}-\sigma_{eff,int})/\sigma_{eff,int}$ [%]
2D	7.85	6.36	6.36	1.23	0.0
3D	8.42	6.84	6.83	1.23	-0.15

Tabella 6-4: Comparison between 2D (Fig. 2) and 3D (Fig. 13) in the crack case for $\sigma_{nom} = 1$ MPa.

More complicated geometries have been analysed:

- case A – welded joint with longitudinal attachment
- case B – non-load-carrying cruciform welded joint

(see Figura 6-14 Figura 6-15).

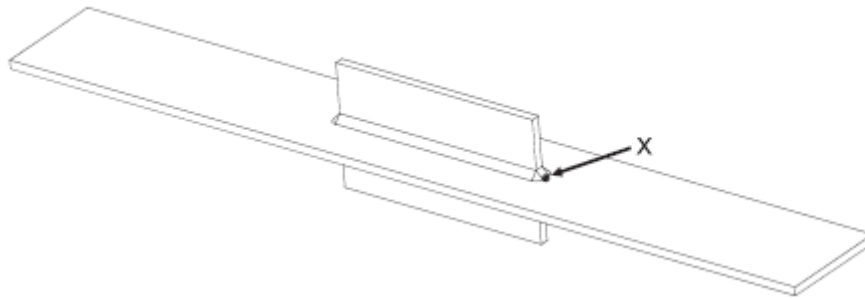


Figura 6-14 case A – welded joint with longitudinal attachment (X in the longitudinal midplane).

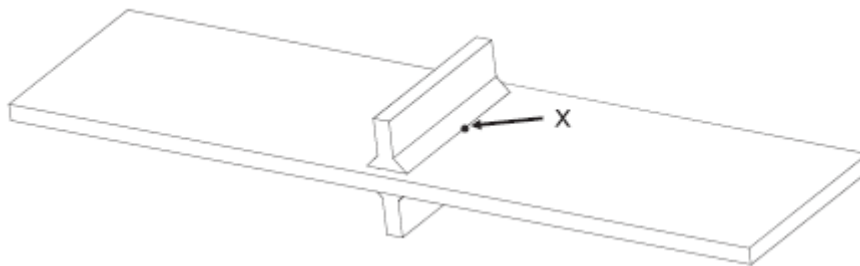


Figura 6-15: case B – non-load-carrying cruciform welded joint (X in the longitudinal midplane).

Tabella 6-5 summarises the effective stresses for 3D cases A and B. The error of the proposed quadrature Equazione 6-16 is less than 0.5 %.

	$\sigma_{eff,IG}$ [MPa]	$\sigma_{eff,int}$ [MPa]	$\sigma_{eff,sum}$ [MPa]	$\sigma_{eff,IG}/\sigma_{eff,int}$	$(\sigma_{eff,sum}-\sigma_{eff,int})/\sigma_{eff,int}$ [%]
A	2.57	2.29	2.30	1.12	0.4
B	1.98	1.76	1.76	1.12	0.1

Tabella 6-5: Effective stresses for 3D cases A and B ($\sigma_{nom} = 1$ MPa)

GENERAL PROCEDURE

According to the previous theoretical framework, it is possible to sketch a procedure for effective non-local stress assessment by means of a common FE code able to solve the classical stress analysis under linear elastic hypothesis. First of all, it is suitable to make a subdomain ($\geq 7c$) around the interested zone: this makes it easier to create a good quality mesh (element size close to $c/5$) and to only export the required results. After that, it is only necessary to make an appropriate model and to export the nodal data: the first principal stress of the classical stress analysis (or any other equivalent stress value or stress invariant, σ_{eq}) and the nodal coordinates (x_i, y_i) for the evaluation of the weight functions ψ . Then, it is necessary to create a new model, called an auxiliary model, made with the nodes of the subdomain. All nodes of the auxiliary model will be fixed and a uniform load will be applied. Finally, the reaction solutions of the auxiliary model (N) are exported.

Equazione 6-10 and Equazione 6-11 define ψ for a two-dimensional or three-dimensional model and the data are combined into Equazione 6-15 Equazione 6-17.

CONCLUSIONS:

The implicit gradient method has already been demonstrated to be effective particularly in fatigue strength assessments of sharp V-notches such as welded joints. With the procedure proposed in this paper, through the definition of two new correlation functions, it is possible to determinate the effective stress in selected critical points. In this way, the designer avoids the use of a PDE tool for the complete solution of the differential equation that is on the basis of the implicit gradient approach. The paper provided information regarding how to create the mesh and the subdomain, which data to export and how to use them in the proper method in either two-dimensional or three-dimensional geometries under mode I loadings.

Come si è visto, l'utilizzo di altri software diversi da Comsol e che quindi non hanno implementata l'equazione di Helmholtz è possibile, e l'errore nel passaggio da integrale e sommatoria è praticamente nullo. Resta da valutare l'errore dato dal passaggio tra equazione differenziale ed equazione integrale.

Uno degli aspetti emersi da questo lavoro è che nel caso di cricca, quindi con apertura dell'intaglio pari a zero gradi, il punto di massima tensione efficace non sia localizzato nell'apice dell'intaglio ma all'interno del materiale. Non vi era stata data particolare attenzione in quanto andava contro a tutto ciò che la teoria ha sempre detto a riguardo, e quindi si è pensato fosse un difetto del metodo o un errore portato dal modello FEM.

L'anno successivo, per entrare più nel dettaglio della questione si è deciso di procedere creando altri set di geometrie, con intagli quadrati perpendicolari al carico e obliqui, con il solo scopo di valutare la posizione del punto di massima tensione efficace.

7 ANALISI DELLA SOLUZIONE

7.1 INTRODUZIONE

In questo capitolo si presentano una serie di peculiarità legate alle soluzioni ottenute, si propone un'interpretazione e successivi commenti prendendo spunto anche da lavori presentati in precedenza. Ci si concentra sulla posizione del punto di massima tensione efficace, con particolare riferimento alle cricche, in cui il punto più sollecitato dalla tensione efficace risulta essere all'interno del materiale anziché all'apice della cricca.

Viene poi riportato un mio paper in cui si analizza nel dettaglio questo aspetto, facendo considerazioni del punto di massima tensione in un modello in cui l'intaglio a spigolo vivo è rettangolare dritto ed inclinato.

7.2 POSIZIONE DEL PUNTO DI MASSIMA TENSIONE

Dal primo lavoro svolto è emerso che la tensione efficace ottenuta era più bassa della tensione principale che la generava, come ci si aspettava, e la quantità di questo rimpicciolimento è data dalla costante di taratura c (Equazione 5-26), che risulta essere inversamente proporzionale rispetto alla grandezza della tensione efficace ottenuta.

Uno degli aspetti emersi dal lavoro visto nel capitolo precedente è che nel caso di cricca, quindi con apertura dell'intaglio pari a zero gradi, il punto di massima tensione efficace non sia localizzato nell'apice dell'intaglio ma all'interno del materiale.

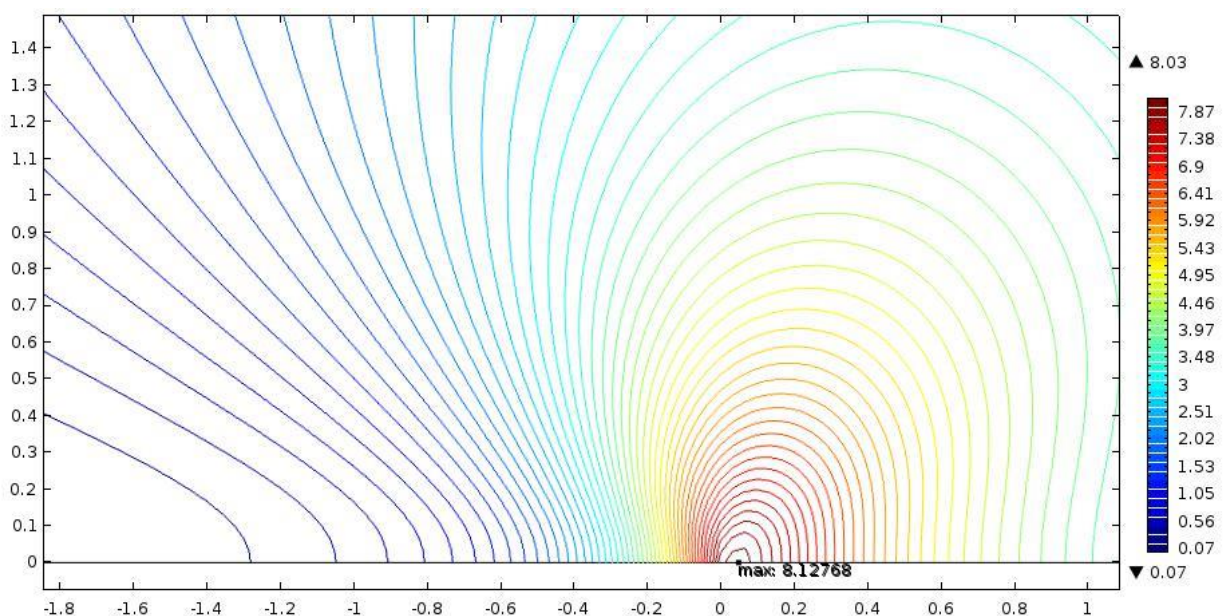


Figura 7-1: Posizione del massimo nel caso di cricca

Come si vede la posizione del massimo non è nel punto di coordinata 0, cioè sull'apice della cricca, ma è leggermente spostato all'interno (0.05mm).

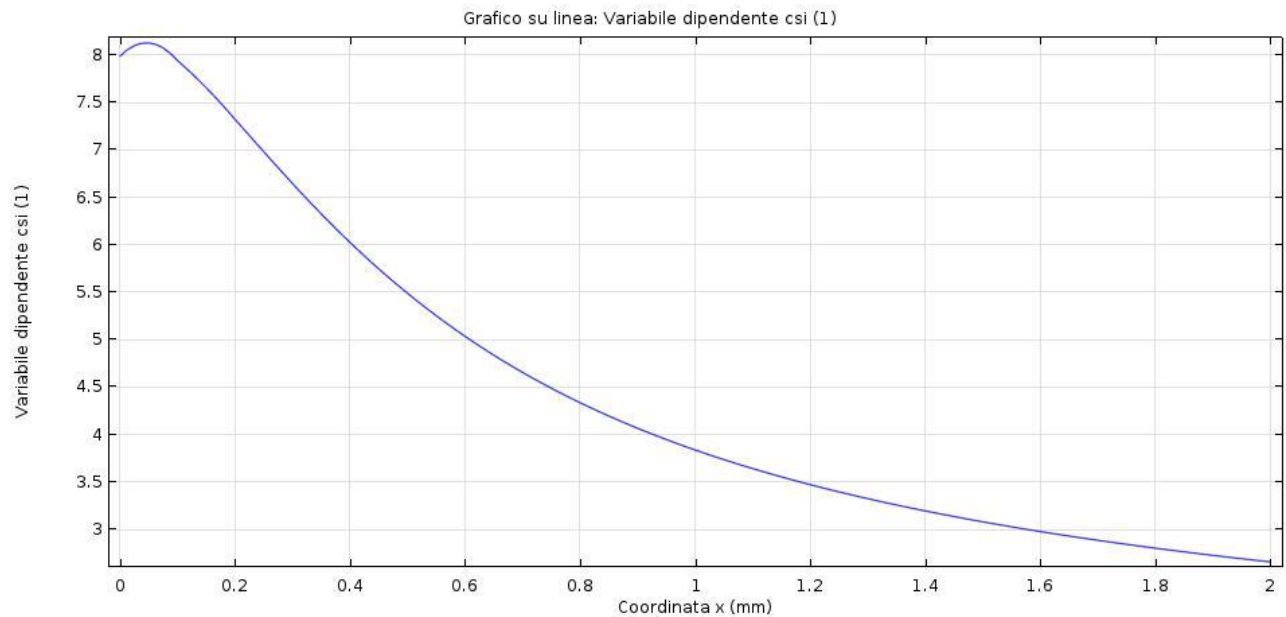


Figura 7-2: Plot della tensione efficace lungo la bisettrice della cricca

Da questo grafico è ancora più chiaro, plottando l'andamento della tensione efficace in base alla distanza dall'apice della cricca lungo la sua bisettrice si vede come la posizione del massimo non combaci con l'apice.

Essendo già un fenomeno noto in quanto negli anni precedenti Tovo e Livieri (56) lo avevano sperimentato in questa particolare applicazione, prima ancora Simone (57) lo aveva riscontrato in un applicazione simile se non per il fatto che effettuava uno studio sulle deformazioni e non sulle tensioni.

Anche altri metodi, quali le trattazioni di Gòmez (58), Peterson (11) e Taylor (23) prevedono che il punto più sollecitato sia all'interno del materiale e non sul bordo libero. Ciò nonostante, non vi era stata data particolare attenzione in quanto andava contro a tutto ciò che la teoria ha sempre detto a riguardo, e quindi si è pensato fosse un difetto del metodo o un errore portato dal modello FEM.

L'anno successivo, per entrare più nel dettaglio della questione si è deciso di procedere creando altri set di geometrie, con intagli quadrati perpendicolari al carico e obliqui, con il solo scopo di valutare la posizione del punto di massima tensione efficace.

7.3 PAPER: EFFECTIVE STRESS ASSESSMENT AT RECTANGULAR ROUNDED LATERAL NOTCHES

*Maggiolini Enrico, Tovo Roberto, Livieri Paolo
Frattura ed Integrità Strutturale
Volume 9, Issue 33, 1 June 2015, Pages 183-190*

ABSTRACT Rectangular lateral notches are not common engineering components; thus little research attention has been directed towards the investigation of their stress field properties. Indeed, no in-depth investigations have been conducted to date to assess their effective stress distributions according to the effective stress definitions provided by more recent non-local approaches (i.e. critical distance, average values, implicit gradient values, etc.). In fact, the potential applications of this kind of investigation are not even particularly relevant. However, rectangular notches could provide an interesting theoretical and experimental benchmark or reference case in order to validate the effective stress definitions.

The aim of this paper is to investigate the linear elastic stress field at edges, corners and in the surrounding material of rectangular, sharp or rounded lateral notches. The consequent effective values of these notches are evaluated in relation to brittle fracture or their predicted fatigue strength values.

The main goal of this paper is to investigate the relationship between geometrical proportions and the location of critical failure points according to the definitions of effective stress proposed in the literature.

KEYWORDS. Fillet radius; Shoulder fillet; Notches; Equivalent stress; Local field; Implicit gradient.

INTRODUCTION

In practice, shoulder fillets (a shaft is a typical example) and U-notches (for example in relation to keyways) are commonly used and much research is being performed worldwide to understand the mechanisms underlying the geometry irregularity and the material behaviour in their near fields. Shoulder fillets are more frequently used than U-notches for reducing the weight and the volume of material; especially in high performance structures, where designers tend to introduce sudden reductions in section and thickness. A well-known problem associated with the use of notches regards their stress concentration factors. In the worst case scenario, notches can even result in a stress singularity with all its associated problems.

Neuber (59) and Peterson (60) are highly renowned in the field, because, more than 50 years ago, they provided the first solutions (in relation to just a few simple cases) for U-notches of different shapes. Since then, a great deal of research has been directed towards these kinds of notches, characterising them according to the depth and radius of the notch (61) (62), because for how they are made it is mostly impossible to have a sharp edge instead of a notch radius.

Over the years, the precision of mechanical tools has increased dramatically, resulting in very small notch radii that often result in geometry singularities (considering the very high stress concentration factors that can increase the local stress to a negligible value for the application of a local study). For this reason, energy based criteria (strain energy densities (63)) and average stress field approaches (implicit gradient (64)) are becoming more important. U-notches of various shapes and under different load directions have been studied over recent years (65) (66), nevertheless the Brazilian disk has become one of the most useful tools for studying this kind of problem in a simple way. Ever since the 1970's, the Brazilian disk has been commonly used for mixed-mode fracture testing of a cracked component (67) (68); 30 years later, Torabi started to use a modified version of the original Brazilian disk, the U-notched Brazilian disc specimen, to understand the triaxial stress state around U-notches under mixed-mode loading (69).

In the present article, the Authors investigate the geometries of different shaped U-notches, maintaining the same depth and only changing the angle of the notch axis (perpendicular to the applied force and at 45° to the applied force) and the height of the U-notch (from 0 to a height where the middle point of the notch tip is not affected by the proximity of the notch edge). In a subsequent step, another set of geometries were created by adding a fillet radius. U-notches characterised by these differing geometries were subjected to pure tensile load, and the notch tip was studied according to implicit gradient (IG) theory. Focusing on the position of the point of maximum first principal stress, and later IG, we investigated how its location changed with changing

notch height. It is clear that the location of the point of maximum first principal stress is always in the notch tip due to the presence of a stress singularity; the situation is different for rounded notches, where it moves from the beginning of the fillet to the inside of the rounded part of the fillet.

THEORETICAL FRAMEWORK

The Authors present an approach capable of estimating the fatigue life of notched structures and welded joints based on an effective stress value computed numerically by solving the Helmholtz differential equation linked to the implicit gradient method (26). Implicit gradient (IG) was originally formulated by Neuber in the 1930's (10). The concept is that when it is not possible to use the local value of stress (due to the infinite value of the stress given by FEM in the crack tip, for example), the better way to calculate an effective local stress is to use the near stress field with a proper averaging function. The implicit gradient method supports the idea that the damage should be related to an average value of the stress components exerted on the body; when calculating this average, the stress values near to the critical point have a greater impact than the distant field (this suggests the possible use of a weight function). In other words, with a non-local approach we can determine the local effective stress and then compare it with the reference resistance. This theory is based on a differential equation resulting from the Helmholtz equation that includes a constant representing the characteristic length "c" for a weldable structure equal to 0.2 mm.

$$\sigma_{\text{eff,IG}} - c^2 \nabla^2 \sigma_{\text{eff,IG}} = \sigma_{\text{eq}}$$

Equazione 7-1

$$\nabla \sigma_{\text{eff,IG}} \cdot n = 0$$

Equazione 7-2

The gradient parameter "c" is a squared length; an internal length scale is therefore present in the gradient formulation (the set-up of this parameter is explained in (26)).

As shown in Equazione 7-1, the only variable of this equation is the equivalent stress σ_{eq} , which in our case is the first principal stress. As a result, we obtained the IG effective stress $\sigma_{\text{eff,IG}}$. Equazione 7-2 is the natural boundary condition (41) (53).

It is important to consider that if the first principal stress is taken as σ_{eq} , the entire study field is around the point of maximum tension, but that does not mean that the result (maximum value of $\sigma_{\text{eff,IG}}$) is necessarily in the same location. However, as will be shown below, the maximum $\sigma_{\text{eff,IG}}$ does not always match the location of maximum first principal stress, but it remains in the very near field.

The FE software COMSOL MULTIPHYSICS admits the implementation of this kind of equation.

GEOMETRIES AND MODEL PROPERTIES

Two macrosets of notch geometry were created with variable notch height. The first set is based on a horizontal notch with a fixed depth, and the second set is based on a notch of the same depth, but with the orientation of the notch set at 45 degrees. The origin is taken in the notch upper tip.

7-ANALISI DELLA SOLUZIONE

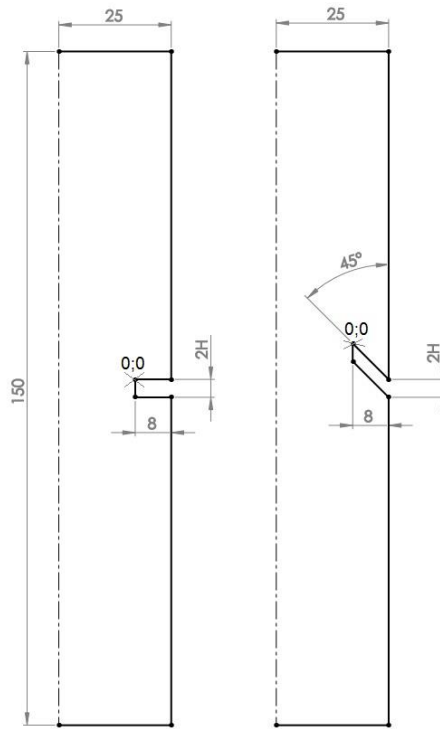


Figura 7-3: First two sets of notch geometries. The spotted line is a symmetry axis. Size in mm.

The half notch height H varies between 0 and 4.

A vertical tensile unitary load is applied to the top 25mm side, while the bottom 25mm side is fixed.

To make a proper model, we created a mesh with triangular elements and a mapped mesh zone over the notch tip. For the horizontal notch, the model was created with symmetry constraints in the mid-section of the notch.

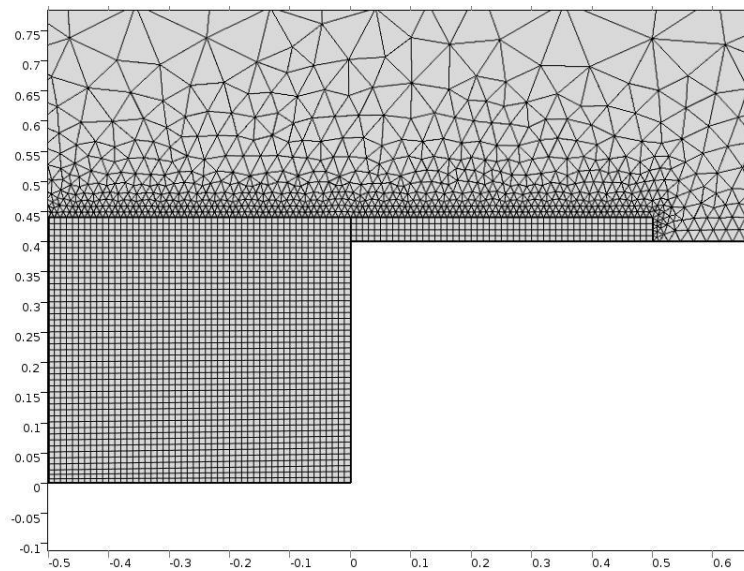


Figura 7-4: Mesh detail: element size=0.01 mm, $H=0.4$ mm

RESULTS

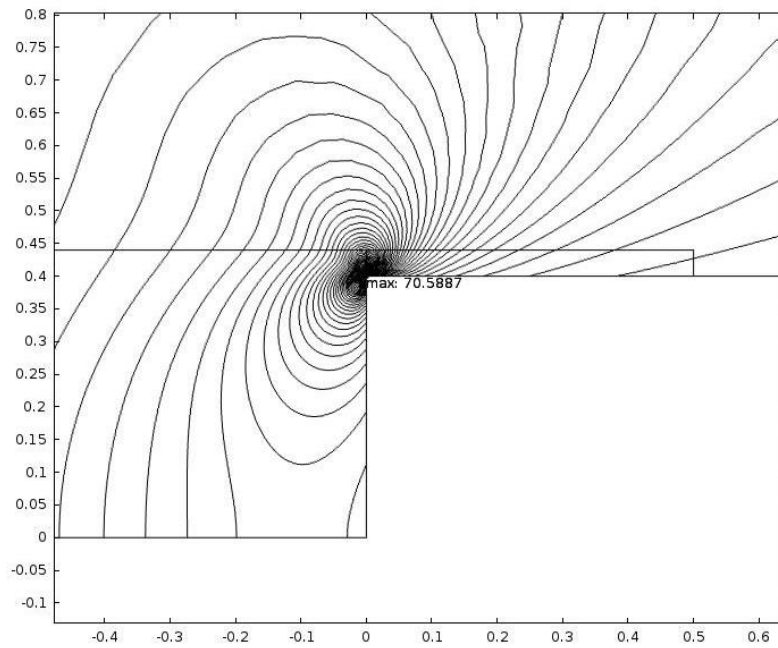


Figura 7-5: An isoline graph depicting first principal stress (100 lines)

The first principal stress (σ_1) in notched geometries is maximum in the tip of the notch.

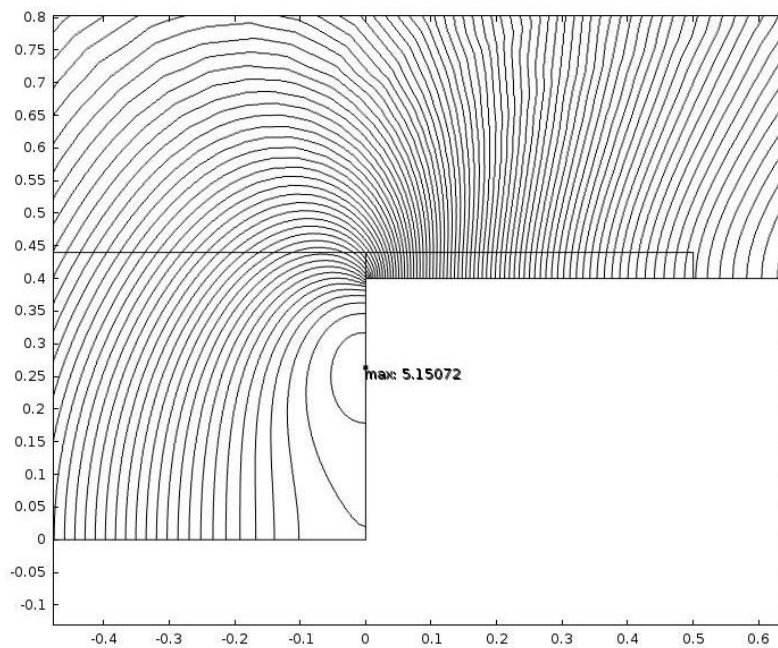


Figura 7-6: Example of $\sigma_{eff,IG}$ plot with isolines graph (100 lines)

As can be seen in this example, the maximum value of $\sigma_{eff,IG}$ is located in an unexpected position, and its location moves as H changes.

<i>H/c</i>	<i>Max $\sigma_{eff,IG}$</i>			
	<i>Horizontal</i>		<i>Inclined</i>	
	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>x</i>	<i>y</i>
0	-0.05	0.00	-0.01	-0.06
0.1	-0.02	-0.02	0.01	-0.05
0.25	0.00	-0.05	0.00	-0.09
0.5	0.00	-0.10	0.00	-0.15
1	0.00	-0.20	0.00	-0.27
2	0.00	-0.14	0.00	-0.72
4	0.00	-0.08	0.00	-1.56
6	0.00	-0.06	0.00	-0.11
10	0.00	-0.06	0.00	-0.10
20	0.00	-0.05	0.00	-0.20

Tabella 7-1: Position of the max $\sigma_{eff,IG}$ related to H/c

As concerns the horizontal notch, the maximum value of $\sigma_{eff,IG}$ is clearly located in the mid-section of the notch until $H/c=1.5$.

In the inclined notch, the location of maximum tension is always near the upper tip.

We can easily create a coordinate system to locate the point of maximum stress and graph its position (curvilinear coordinate dimension d)

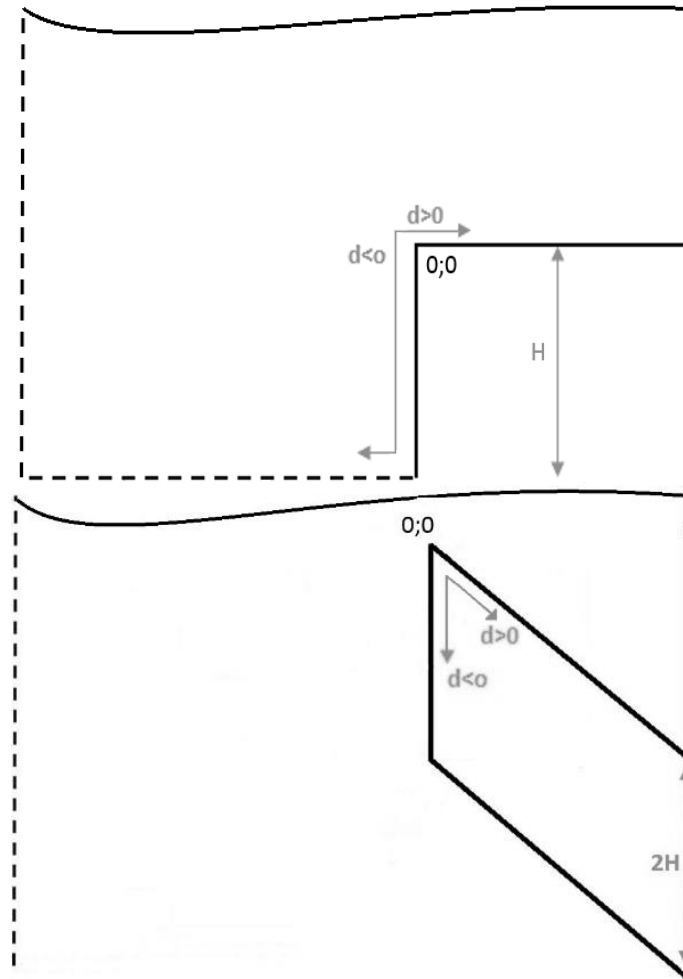


Figura 7-7: coordinate systems for the max tension point location

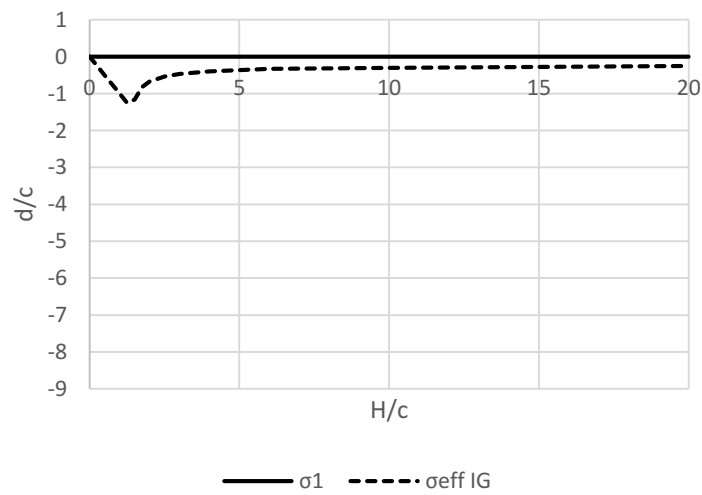


Grafico 7-1: Tendency of the position in the horizontal notch

7-ANALISI DELLA SOLUZIONE

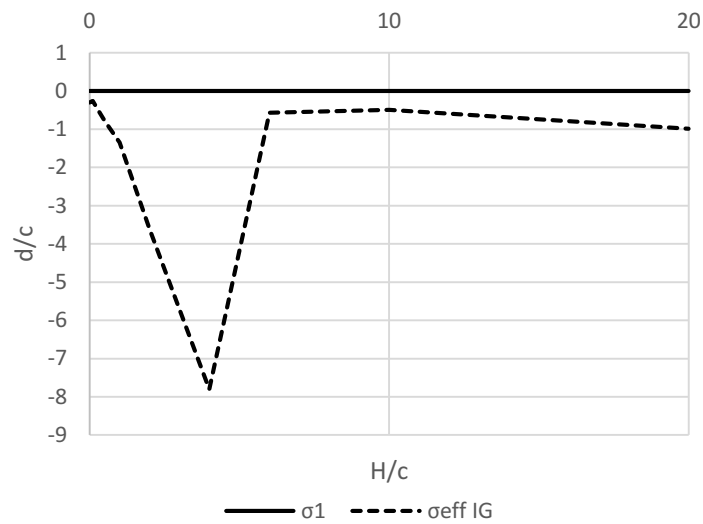


Grafico 7-2: Tendency of the position in the inclined notch

With regards to the trend of the maximum value of $\sigma_{eff,IG}$ as a function of H/c , a trend very similar to that reported in (70) is seen, whereby it does not depend on the notch height, but on the lateral V-notch opening angle.

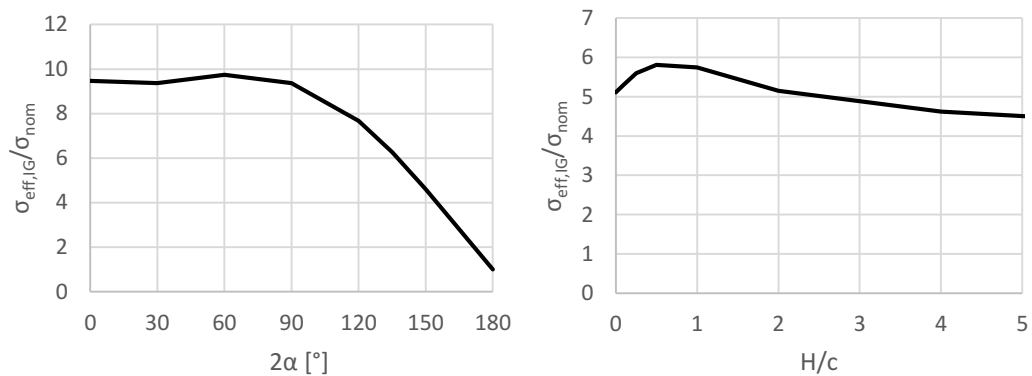


Grafico 7-3: Trend of $\sigma_{eff,IG}$ depending on the opening angle in (70) (left) and on H/c (right)

In both cases, $\sigma_{eff,IG}$ rises until it reaches its maximum level (located at $2\alpha=60^\circ$ and $H/c=0.05$), before falling back down to the minimum.

Second set of geometries

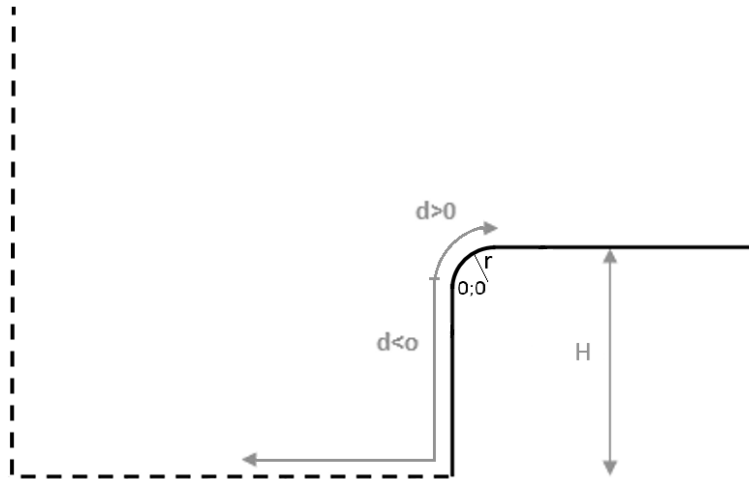


Figura 7-8: coordinate system for the max tension point location

As concerns the notched geometries with radius, σ_1 does not reach its maximum in the point where the fillet starts, but it moves in the curvilinear part of the notch as shown in Figura 7-9.

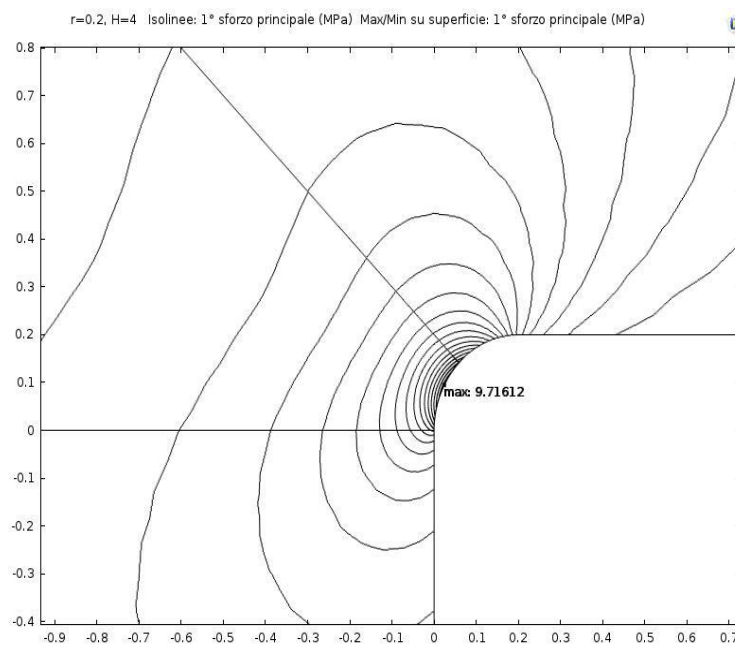


Figura 7-9: Example of first principal stress plot in rounded notch

Even $\sigma_{eff,1G}$ moves around the curvilinear part of the notch, always remaining in the first half of the rounded part.

7-ANALISI DELLA SOLUZIONE

$(H-r)/c$	$Max. \sigma_1$		$Max. \sigma_{eff,IG}$	
	x	y	x	y
0	0.0000	0.0000	-0.0416	0.0000
0.05	0.0009	0.0040	-0.0157	-0.0100
0.45	0.0015	0.0053	0.0000	-0.0900
0.95	0.0018	0.0057	0.0000	-0.1900
1.45	0.0019	0.0058	0.0000	-0.2225
1.95	0.0019	0.0058	0.0000	-0.1263
3.95	0.0021	0.0061	0.0000	-0.0710
5.95	0.0021	0.0061	0.0000	-0.0595
9.95	0.0022	0.0062	0.0000	-0.0442
19.95	0.0022	0.0062	0.0000	-0.0443

Tabella 7-2: Position of the max. $\sigma_{eff,IG}$ and σ_1 related to $(H-r)/c$ for $r=c/20$

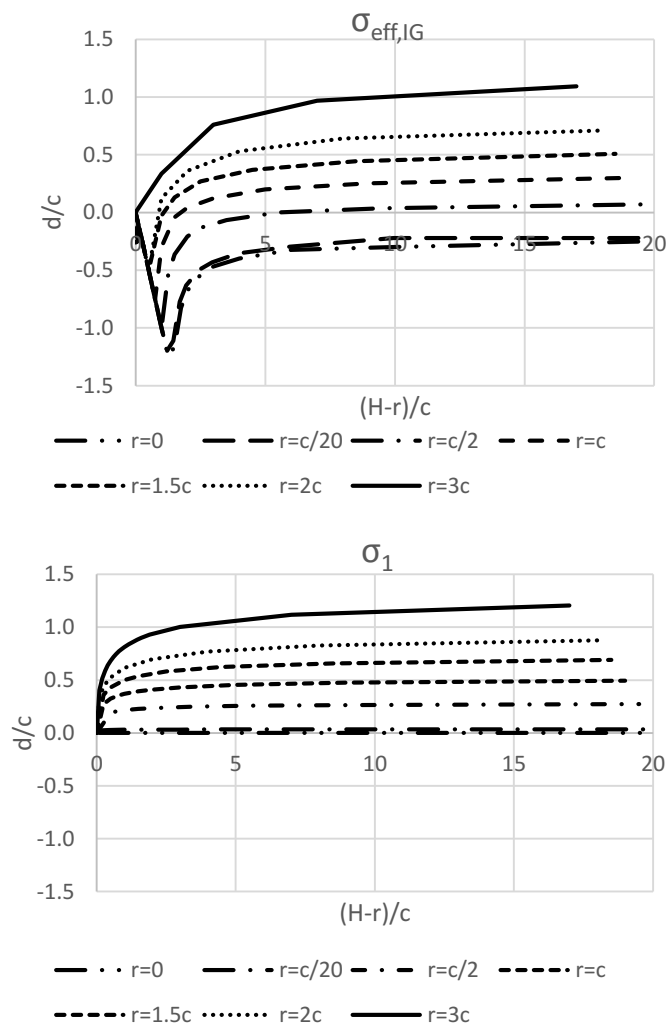


Grafico 7-4: Tendency of the position as a function of r/c and $(H-r)/c$

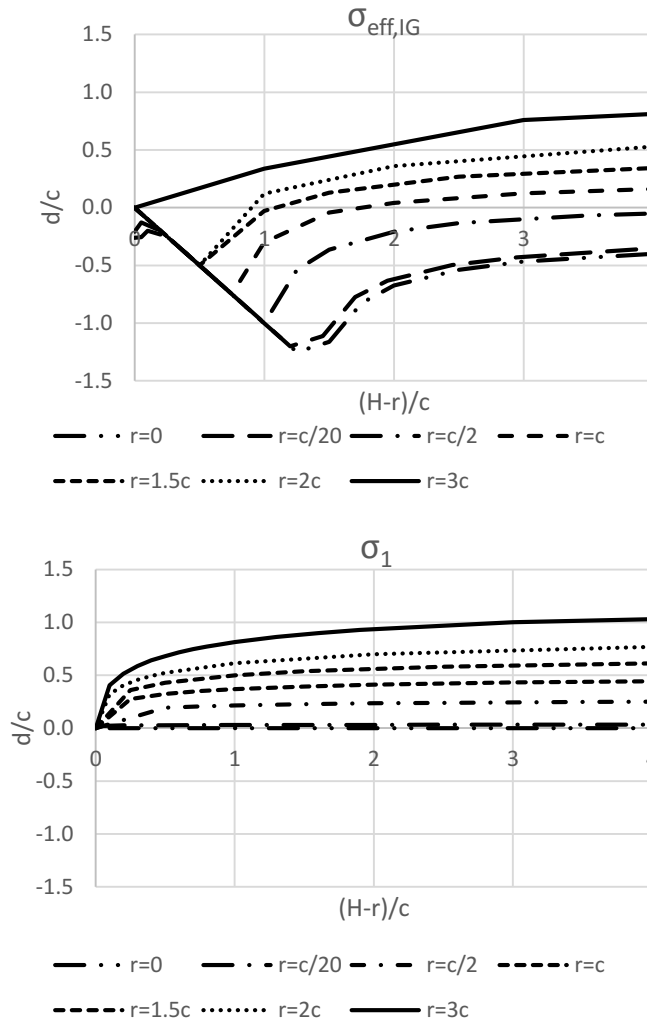


Grafico 7-5: zooms of the Graph 4

It is extremely difficult to consider the fillet radius in inclined notches due to the different opening angles of the two notch tips: the lower tip has an opening angle of 135° and can support almost any radius, whereas the upper tip has a very sharp angle of 45° and cannot support large radii for the lower values of H .

CONCLUSIONS

The aim of this work was to investigate how the location of maximal $\sigma_{\text{eff,IG}}$ changes with varying notch geometries as estimated using implicit gradient theory. To confirm the findings, specimens should be made and tensile tests performed to verify whether fracture initiation occurs in the same points as highlighted by this paper.

With regard to the inclined notch: as H increases, the location of maximum $\sigma_{\text{eff,IG}}$ moves up towards the sharper notch angle; for large values of H , the locations of maximal $\sigma_{\text{eff,IG}}$ concentrate in the notch tip. For the horizontal notch, on the other hand, both notch tips have the same opening angle. Grafico 7-5 shows how the location of maximum $\sigma_{\text{eff,IG}}$ moves from the middle of the notch towards the notch tip: i.e. the rising parts after the first 45° straight line. It increases until $d/c=0$; this means that, in the fillet notch, the maximum tension point moves to the curvilinear parts of the notch.

In a future study, a material should be chosen, the constant “ c ” calculated, and a fillet radius selected; using these data and Grafico 7-5, it will be clear how big H should be in order to have the fracture initiation point in the notch wall or in the notch tip. However, since notch size and radius are very small, it may not be clear or easy to locate the starting point of the cracks. If identification of the fracture initiation points proves to be possible, we will be able to ascertain whether the initiation point follows the implicit gradient rules, the first principal rules or neither of the two.

7-ANALISI DELLA SOLUZIONE

Come nell'articolo precedente, in cui il punto di massima tensione efficace poteva non essere nell'apice dell'intaglio, anche in questo set di geometrie si è vista verificarsi la medesima condizione, avvalorata stavolta da altri lavori presenti in letteratura.

Durante la presentazione di questo lavoro alla conferenza internazionale Crack Tip Fields Urbino 2015, Lorenzino (71) espone un lavoro di analisi della frattura di un provino che presenta il medesimo tipo di intaglio, e si manifestano anche le cricche nelle medesime posizioni indicate dal mio lavoro. Diviene quindi lecito pensare che non sempre il punto favorito all'innescio della cricca si trovi nell'apice dell'intaglio, ma possa, per un certo tipo di intagli, spostarsi lungo il bordo interno dello stesso intaglio. Questa considerazione è appena stata presa in atto, l'argomento verrà ampliato in seguito con successivi lavori e ricerca in letteratura di materiale affine, inoltre un ampliamento del mio paper presentato ad Urbino è attualmente in fase di stampa su rivista internazionale.

8 APPLICAZIONE SU INTAGLI TRADIZIONALI

8.1 INTRODUZIONE

Lo scopo di questo capitolo è riportare i lavori di analisi del gradiente implicito eseguiti su campioni testati in laboratorio, in modo da ottenere un primo riscontro con la resistenza reale del provino.

Vengono quindi utilizzati un lavoro eseguito in collaborazione con l'università di Padova e una raccolta di articoli trovati in letteratura che riportano test a fatica eseguiti su campioni di differente materiale e con diversi tipi di intagli e soggetti a molteplici sollecitazioni.

Parallelamente con le simulazioni di casi teorici è capitato di trovare in letteratura lavori riguardanti test a fatica effettuati su provini che ben si prestavano all'applicazione del gradiente implicito.

Il primo preso in esame, e riportato di qui di seguito attraverso un mio paper, è un lavoro eseguito su dei provini intagliati in ghisa sottoposti a tensione multi assiale, dopo i test a fatica in laboratorio si sono applicate una serie di tecniche di previsione della vita a fatica (le cui basi teoriche sono state spiegate nel capitolo 5), e si è infine fatto un confronto sui risultati ottenuti. Lo scopo di questo lavoro è stato quello di valutare l'applicabilità del metodo e confrontarlo con altre tecniche note.

8.2 *PAPER: ON THE NOTCH SENSITIVITY OF CAST IRON UNDER MULTIAXIAL FATIGUE LOADING*

*Livieri Paolo, Maggiolini Enrico, Tovo Roberto
Frattura ed Integrità Strutturale
Volume 30, 1 October 2014, Pages 558-568*

ABSTRACT. *This work deals with the notch sensitivity of sharp notches under multi-axial fatigue loading. The main discussion concerns the differences in notch sensitivity at high cycle fatigue regime, between tensile, torsional and combined loading. For this comparison, this paper considers a large set of fatigue experimental tests and several computing simulations analyzed with several notch theories for predicting fatigue life of a component. The considered experimental data, taken from literature, deal with the fatigue behavior of cast iron circumferentially V-notched specimens under tension, torsion, and combined loading mode. This paper tries to apply several techniques for theoretical strength assessment and to compare different procedures. The examined procedures need the computation of many parameters, focusing on the importance of using the tensile resistance to set these parameters or using both tensile and torsion resistances. However, the improvements obtained by means of the more complex procedures are not noteworthy, compared to the overall scatter. In author's opinion, the differences in notch sensitivity under tensile and torsional loading remain questionable.*

KEYWORDS. *Notch; Fatigue; Tensile; Torsion; Combined load.*

INTRODUCTION

The well-known problem of estimating the fatigue life of severely notched components, in the literature, is comprehensively studied, regardless of the material: for example carbon steel (72), titanium alloy (73) or polycrystals (74).

Since Neuber (20), the fatigue strength of notched components has been related not strictly to the peak stress at the notch tip, but to an effective stress defined as an average value over a small volume of material of depth “q”, depending on material. The difference between the increment of the peak stress and the actual reduction of strength at notches is usually called “notch sensitivity”.

Successively, for the “notch sensitivity” modelling, Peterson (11) largely confirmed the need of introducing at least one length, material dependent, to be compared with the notch tip radius.

Another way, to predict fatigue life of notched components, is obviously to perform several tests to build, for example, the SN diagram, but this strategy needs a lot of time and money.

Multi-axial fatigue tests on notched specimen has been performed and reported in different papers and conferences: in the presence of blunt circumferential notch (75), near holes (76), considering the crack behavior (77), under proportional/non-proportional loading (78). It is possible to note the difference in the fatigue resistance by changing the loading mode, in the presence of geometrical irregularities. It was demonstrated by the Modified Wohler Curve Method the important role of the shear stress in the stage I fatigue cracks (8) and of the normal stress that open and close the micro cracks influencing the propagation of themselves (79).

Anyway, even if the multi-axial notch sensitivity is a well-known global problem, its actual relationship with the load case is not definitely clear.

By taking advantage from the numerical tools, a simple strategy would be to investigate how the stress field is setup around the notch tip and to compute, by a FEM software or formulas, the fatigue strength according to the overall stress field at the notch tip and in the surrounding zone. Many procedures in the last years came up to provide for this problem (implicit gradient (45), critical distance (80), strain energy density (24) for instance) and many researchers are studying the way to predict the resistance of a notched component without specific experimental tests. One or more characteristic lengths lead all these theories.

These lengths are calibrated on reference cases: for instance, the pure tensile and torsion tests; but, is it necessary to study all the different cases? What about the load ratio? Is the combined in phase/out-of-phase test influenced by the pure torsion sensitivity or tensile strength knowledge is sufficient?

From applicative point of view, every current influencing factor requires a model and usually the introduction of a specific coefficient to be evaluated; at least one further undetermined coefficient should be fitted for every influencing factor introduced.

The paper investigates whether the loading mode is an actual influencing factor for the notch sensitivity of metals, i.e. if and how much it is necessary to change or modify the notch sensitivity assessment when uniaxial, or biaxial stress are applied to a notch.

In this paper, the investigation focuses on cast iron. Cast iron are expected to be more used in the next years, the production mechanism is improving the quality and cast iron has, by now, a good mechanical and technological properties. Many studies made on wind turbine (81) (82) (83) (84) demonstrate the importance of casting thickness and microstructure in the fatigue mechanism. Metallurgical defects are inevitable and defects are very common especially on this kind of materials: cavities, porosity, graphite degenerated and so on; all of these imperfections influence the resistance of cast iron because this kind of defect could be compared to cracks (85). Tests on sharp notches are particularly suitable because notches give to the designer the same problems of cracks, so tests on notches provide information concerning both notch sensitivity and defect tolerance of a material.

The aim of this paper is to understand the difference between setting the characteristic length only on the pure tensile test and setting on the pure tensile and on torsion resistance. For this purpose, the paper takes the fatigue strength of cast iron specimens under tensile, torsion and mixed in-phase and out-of-phase combined load from (86) and it compares the possible expectations computed by means of different theories.

8-APPLICAZIONE SU INTAGLI TRADIZIONALI

THEORETICAL OVERVIEW OF NOTCH STRENGTH THEORIES

In the literature, it is simple to find out that, traditionally, almost all the theories usually are set up in pure tensile load case because tensile loading is the most common applied load, tensile is the most representative resistance and it is the most simple load to apply by testing devices. One of these approaches, for instance, is the Implicit Gradient.

Implicit gradient (IG)

This method, as proposed in (70), is particularly suitable for a numerical estimation of the component fatigue life dependent on its geometry; the idea is very simple and it enables the application of the average damage originally formulated in the 1930s by Neuber (20).

IG method is based on the assumption that the damage should be related to the average of the stress components occurring on the body, where the values near to the critical point are more important than the far away field. The influence zone dimension is regulated simply by the material properties and is indicated by the length c .

In a body of volume V , it is possible to define a non-local effective tension σ_{eff} in a generic point x as an integral average of an equivalent local tension σ_{eq} , weighted by a Gaussian function $\psi(x,y)$ depending on the distance between points x and y of the body:

$$\sigma_{eff,int}(x) = \frac{1}{V_{R(x)}} \int_V \psi(x,y) \sigma_{eq}(y) dy = \frac{\int_V \psi(x,y) \sigma_{eq}(y) dV}{\int_V \psi(x,y) dV} \quad \text{in } V$$

Equazione 8-1

where

$$\psi = \frac{e^{-\frac{\|x-y\|^2}{2L^2}}}{2\pi L^2} \quad [mm^{-2}] \quad L = c\sqrt{2} \quad [mm]$$

Equazione 8-2

By approximating Equazione 8-1, it is possible to define an effective stress σ_{eff} by the Helmholtz equation (39) using Neumann boundary conditions ($\nabla \sigma_{eff} \cdot n = 0$) (20).

$$\sigma_{eff,IG} - c^2 \nabla^2 \sigma_{eff,IG} = \sigma_{eq} \quad \text{in } V$$

Equazione 8-3

where σ_{eq} is the first principal stress (for example) and c is a material coefficient (for instance, it is 0.2 mm for weldable construction steel).

Theory of critical distance (TCD):

Another simple approach is the Critical Distance approach. In its original formulation the Critical Length is simply defined as a material characteristic length L , computed according to tensile properties of material:

$$L = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{I,th}}{\Delta \sigma_A} \right)$$

Equazione 8-4

The effective value of the stress is obtained by considering the elastic field around the notch tip. In particular the remarkable elastic stress field around the notch is obtained plotting the stress (i.e. the maximum principal stress) depending by the distance from the notch tip in a defined direction:

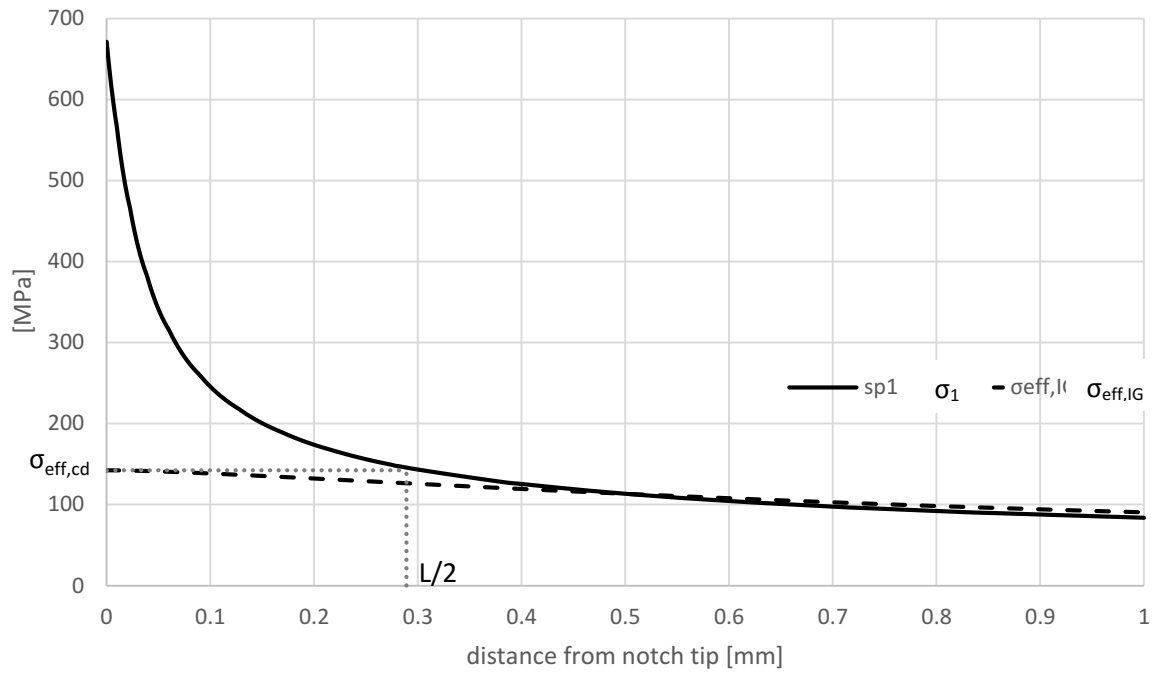


Figura 8-1: Stress distribution from a notch tip and effective values of CD and IG approaches

Specifically, the point method states that the effective stress is the stress evaluated at one half of the critical length:

$$\sigma_{eff,cd} = \sigma_{eq}(L/2)$$

Equazione 8-5

Having L given by material, the σ_{eff} can be easily found by the formulas or graphs similar to Figura 8-1. Differently from the original formulation, in the case of combined loading, in the multi-axial fatigue (87) (88) a more general approach is proposed by suggesting a critical length linearly dependent from the biaxiality ratio ρ . The biaxiality ratio is defined by:

$$\rho = -\frac{\sigma_3}{\sigma_1}$$

Equazione 8-6

and consequently the critical length L depends from the biaxiality ratio according to:

$$L = a \rho + b$$

Equazione 8-7

In the above linear relationship, a and b are material constants to be determined by the critical distance value generated under two different ρ ratios: for instance, Equazione 8-7 could be easily calibrated by considering the material characteristic length generated both under plane stress mode I loading ($\rho = 0$) and under mode III loading ($\rho = 1$).

We will call this linear variability of the critical length: “bi-parametric approach”, since its definition requires the calibration of the two values under separated loading conditions

Bi-parametric extension of the Implicit gradient (IG)

It is quite easy to provide a bi-parametric version of the Implicit Gradient approach too and such extension is here proposed.

8-APPLICAZIONE SU INTAGLI TRADIZIONALI

By using the same linear dependence of Equazione 8-7, even the constant c of Equazione 8-3 can change according to the biaxiality ratio. Hence, in a bi-parametric version of the Implicit Gradient approach, c will be computed according to:

$$c = a' \rho + b'$$

Equazione 8-8

where, similarly to the Critical distance approach, a' and b' will be calibrated by means of two experimental values obtained under different biaxiality ratios.

Strain energy density (SED):

The energy stored in a body due to the deformation is called strain energy. The strain energy per volume unit is the SED, that is the area underneath the stress-strain curve up to the point of deformation. It is obvious that any strain energy density approach strictly speaking cannot be used at the tip of a sharp V-shaped notch since not only do stresses tend toward infinite (both in the case in which they obey the linear elasticity, and when they obey a power-hardening law), but so does the strain energy density. On the contrary, in a small but finite volume of material close to the notch, whichever its characteristics (blunt notch, severe notch, re-entrant corner, crack), the energy always has a finite value and the main question is rather that of estimating the size of this volume.

To calculate the SED in a finite volume around the focus point it needs:

- mode x eigenvalues, according to the Williams' solution λ_x
- non dimensional shape factors in the NSIF expressions $k_{1,3}$
- V-notch depth $d'=(D/2)-d$
- parameters for the energy density evaluation $e_{1,3}$
- poisson ratio ν
- young module E
- weight function C_w

The reference (86) demonstrates how to calculate the SED, at sharp notches, in a multi-axial case and for the specific experimental data considered in the following. The first point is the evaluation of the Notch SIF:

$$\Delta K_1 = k_1 d'^{(1-\lambda_1)} \Delta \sigma_{nom}$$

Equazione 8-9

$$\Delta K_3 = k_3 d'^{(1-\lambda_3)} \Delta \tau_{nom}$$

Equazione 8-10

Then, the radius of integration shall be evaluated, by obtaining two different values for tensile and torsional loading, i.e. mode I and III respectively.

$$R_1 = \left(\sqrt{2e_1} \frac{\Delta K_{1A}}{\Delta \sigma_{1A}} \right)^{\frac{1}{1-\lambda_1}}$$

Equazione 8-11

$$R_3 = \left(\frac{e_3 \Delta K_{3A}}{\sqrt{1+\nu} \Delta \sigma_{3A}} \right)^{\frac{1}{1-\lambda_3}}$$

Equazione 8-12

Finally, the effective Strain Energy Density shall be evaluated, by computing the average energy and by introducing an appropriate correction c_w due to the load ratio.

$$\overline{\Delta W} = \frac{1}{E} \left[e_1 \frac{\Delta K_1^2}{R_1^{2(1-\lambda_1)}} + e_3 \frac{\Delta K_3^2}{R_3^{2(1-\lambda_3)}} \right]$$

Equazione 8-13

$$c_w = \begin{cases} \frac{1+R^2}{(1-R)^2} & \text{for } -1 \leq R < 0 \\ 1 & \text{for } R = 0 \\ \frac{1-R^2}{(1-R)^2} & \text{for } 0 < R \leq 1 \end{cases}$$

Equazione 8-14

$$SED = c_w \overline{\Delta W}$$

Equazione 8-15

Note that, since the integration field are different under tensile and torsional loading and the two strengths shall be known for the SED evaluation, the proposed approach is actually a bi-parametric one.

A mono-parametric version of such theory can be easily obtained by using only the parameters evaluated under tensile loading; i.e. using only R_1 and assuming, for a sake of simplicity, R_3 equal to R_1 . This choice is not suggested in (86), but it is here introduced just for this specific investigation.

EXPERIMENTAL DATA FROM THE LITERATURE

For a discussion on real data, experimental tests taken from literature are here considered. Data are taken from the recent paper (86) previously cited and such experimental data concern the fatigue tests on sharp notches, made of ductile cast iron, under multi-axial loading. Cylindrical specimens are made of EN-GJS400 cast iron with a circumferential V-notch

According to (86), the mechanical properties of the parent material are: $YS = 267$ MPa, $UTS = 378$ MPa and the Elongation to fracture equal to 11.5%. The reference fatigue strength of the parent material, under fully reversed, tensile and under torsional loading, are $\sigma_A = 150.4$ MPa, $\tau_A = 145.6$ MPa.

The notched specimens were tested under tensile, torsion, mixed in phase and out-of-phase fatigue loading. The main results are in Tabella 8-2. Tabella 8-2 shows the following parameters: R = Stress ratio; λ = nominal biaxiality ratio; φ = phase shift angle under combined loading. The Tabella 8-2 provides, as an index of the obtained results, the values σ_A and τ_A , i.e. the average strength at 2 millions of cycles to failure for the considered case.

8-APPLICAZIONE SU INTAGLI TRADIZIONALI

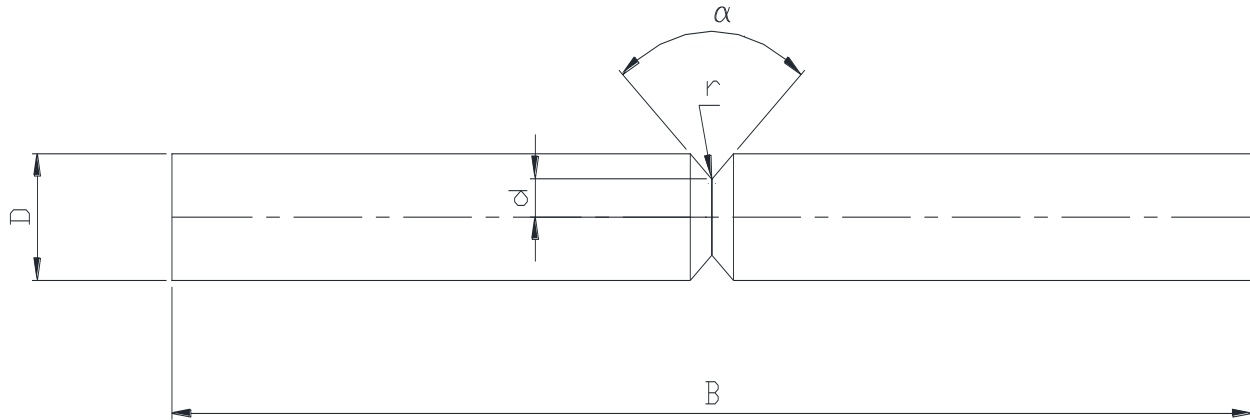


Figura 8-2: Geometry of experimental specimens (86)

B [mm]	D [mm]	d [mm]	α [°]	r [mm]
200	20	6	90	0.1

Tabella 8-1: Specimens size

<i>Data Set</i>	<i>R</i>	<i>Load case</i>	<i>phase shift angle φ</i>	<i>biaxiality ratio λ</i>	σ_A [MPa]	τ_A [MPa]
<i>A</i>	-1	<i>tension</i>			89.9	
<i>B</i>	-1	<i>torsion</i>				151.9
<i>C</i>	-1	<i>combined</i>	0	1	74.0	74.0
<i>D</i>	-1	<i>combined</i>	90	1	82.6	82.6
<i>E</i>	-1	<i>combined</i>	90	0.6	85.9	51.5
<i>F</i>	-1	<i>combined</i>	0	0.6	99.7	59.8
<i>G</i>	0	<i>tension</i>			57.5	
<i>H</i>	0	<i>torsion</i>				109.5
<i>I</i>	0	<i>combined</i>	0	1	56.4	56.4
<i>J</i>	0	<i>combined</i>	90	1	53.3	53.3

Tabella 8-2: Results taken from (86)

NUMERICAL SIMULATIONS

The proposed approaches are based on the linear elastic stress field. Several FE tools can easily compute the linear elastic stress field. In the following, Comsol multiphysics FE software has been used because it is the easiest way to solve the Helmholtz equation Equazione 8-3, necessary for IG, due to the built-in PD equation solver. Authors developed another way to solve the IG with others FE software (64), but it turns out approximate and a direct solution is more accurate. TCD and SED do not need any specific software to be solved. A free mesh was applied on the most part of the geometry; a mapped mesh was used in the proximity of the notch tip.

The investigated geometry has a tensile stress concentration factor $K_{t,\sigma}$ and the torsional stress concentration factor $K_{t,\tau}$ respectively equal to $K_{t,\sigma} = 7.467$ and $K_{t,\tau} = 3.178$

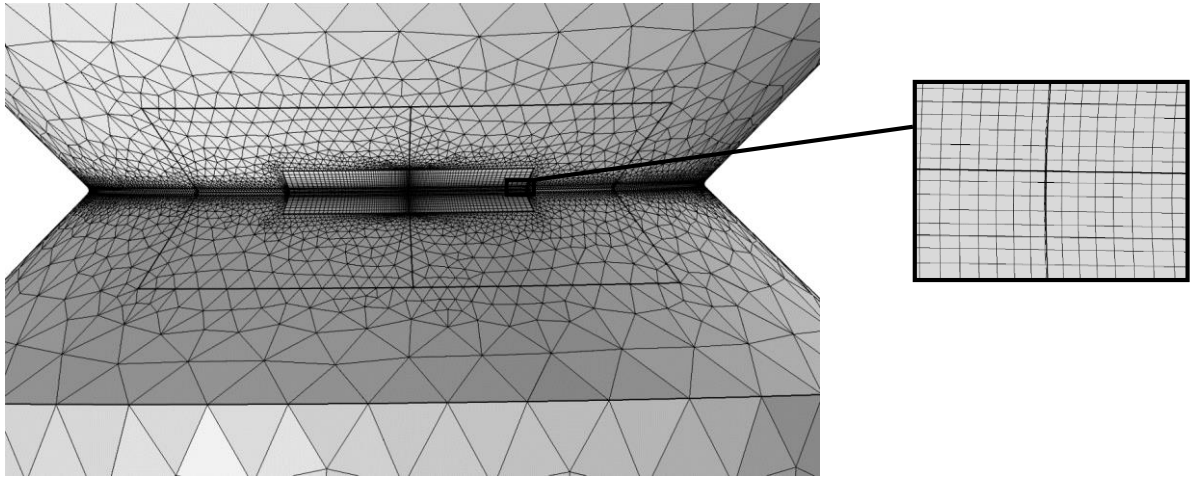


Figura 8-3: mapped mesh on the notch tip (element size= $r/6.25$)

APPLICATION OF EFFECTIVE STRESS THEORIES

For the actual computation of the effective values, according to presented theories, some further descriptions are necessary.

First, an equivalent stress value shall be chosen for IG and CD approaches, see Equazione 8-3 and Equazione 8-5. In (89), a large investigation has been carried out on a similar ductile cast iron. The main principal stress amplitude $\sigma_{1,a}$ turned out to be a proper choice for the equivalent stress under multi-axial fatigue loading. This choice will be adopted in the following.

Moreover, (89) demonstrated a large sensitivity to the mean principal stress value. In that case, a proper correction for the loading conditions with mean value different from zero, was the following:

$$\sigma_{eq,a} = \sigma_{1,a} + 0.5 \sigma_{1,m}$$

Equazione 8-16

Where $\sigma_{1,m}$ is the mean value of the main principal stress.

To characterize the length useful to calculate the effective stress, by using both tensile and torsion, we use the Equazione 8-7 for all the proposed techniques. The biaxility index ρ is calculated with the nominal principal stresses values.

IG

According to previous equations and the given experimental data, the parameter “c” for the IG approach have been fitted on the pure tensile and torsional reverse loading: data set A and B of Tabella 8-2. They turn out to be $c_{\sigma} = 0.3985$ and $c_{\tau} = 0.5684$.

In a simple mono-parametric investigation “c” of Equazione 8-3 will be constant and equal to c_{σ} . In the case of a bi-parametric study, the characteristic length is a combination of tensile and torsion; according to the linear assumption of Equazione 8-7, it turns out to be:

$$c = (c_{\tau} - c_{\sigma}) \cdot \rho + c_{\sigma}$$

Equazione 8-17

8-APPLICAZIONE SU INTAGLI TRADIZIONALI

Obtained results are shown in *Tabella 8-3*. Note that, a perfect agreement of the proposed approach is obtained when the effective stress of the considered case is equal to the reference strength of the parent material under tensile loading, $\sigma_A = 150.4 \text{ MPa}$

R	Load case	σ_{nom}	τ_{nom}	$\sigma_{eff,GI}$ mono-par.	$\sigma_{eff,GI}$ bi-par.
-1	tensile	89.9	0.0	149.5	149.5
-1	torsion	0.0	151.9	169.2	144.5
-1	$\varphi=0^\circ \lambda=1$	74.0	74.0	174.9	163.2
-1	$\varphi=0^\circ \lambda=0.6$	99.7	59.8	198.0	190.0
-1	$\varphi=90^\circ \lambda=1$	82.6	82.6	125.8	128.0
-1	$\varphi=90^\circ \lambda=0.6$	85.8	51.5	130.8	125.2
0	tensile	57.6	0.0	143.7	143.7
0	torsion	0.0	109.6	183.1	156.4
0	$\varphi=0^\circ \lambda=1$	56.4	56.4	200.0	186.6
0	$\varphi=90^\circ \lambda=1$	53.3	53.3	152.1	141.9

Tabella 8-3: Effective stress values provided by the IG approach.

TCD

Similarly, to the IG approach, in the TCD methods, the critical length value have been fitted on tensile and torsional loading cases. The obtained values are: $L(\sigma) = 0.540 \text{ mm}$ and $L(\tau) = 0.968 \text{ mm}$. For the dependence of L by combined tensile and torsion the *Equazione 8-7* is used with $a=0.428$ and $b=0.540$. Results are shown in *Tabella 8-4*

R	Load case	σ_{nom}	τ_{nom}	$\sigma_{eff,CD}$ mono-par.	$\sigma_{eff,CD}$ bi-par.
-1	tensile	89.9	0.0	149.9	149.9
-1	torsion	0.0	151.9	190.9	150.2
-1	$\varphi=0^\circ \lambda=1$	73.99	73.99	192.5	171.8
-1	$\varphi=0^\circ \lambda=0.6$	99.70	59.82	212.8	198.4
-1	$\varphi=90^\circ \lambda=1$	82.57	82.57	137.7	122.0
-1	$\varphi=90^\circ \lambda=0.6$	85.83	51.50	143.1	133.4
0	tensile	57.60	0.00	144.0	144.1
0	torsion	0.00	109.60	206.7	162.5
0	$\varphi=0^\circ \lambda=1$	56.40	56.40	220.2	196.4
0	$\varphi=90^\circ \lambda=1$	53.30	53.30	176.7	143.5

Tabella 8-4: Effective stress values provided by the CD approach.

SED

In order to apply the SED approach and to calculate the reference strength ΔK_A necessary for Equazione 8-11 Equazione 8-12, a possibility is to use the same reference tensile and torsional strength previously reported and used for the other approaches. From Equazione 8-11 Equazione 8-12 the integration field dimensions resulted respectively $R_1 = 0.48$ mm and $R_3 = 1.18$ mm. These results were one of the possibilities given by (86); anyway, it is necessary to remark that the authors in (86) suggested even a slightly different choice by obtaining a lower R_1 radius equal to 0.33 mm.

In the following, we will use the final value suggested by the authors of (86).

However, this choice affects the absolute value of the results; but, in the following, the absolute comparison between different approaches could be questionable in any case and the main target of the following discussion will not be the absolute comparison of the proposed methods, but only the relative effect of the introduction of the bi-parametric sensitivity. So, at this stage, the actual R_1 used is not critical, if the choice is among the values proposed by the authors of (86).

In order to consider the characteristic length only depending by the tensile loading, i.e. the mono-parametric approach instead of the bi-parametric one, it is sufficient to set $R_3 = R_1 = 0.33$ mm.

Having these data, it is simple to calculate SED and results are given in Tabella 8-5.

R	Load case	$\Delta\sigma_{nom 1}$	$\Delta\sigma_{nom 3}$	SED mono-par.	SED bi-par.
-1	tensile	179.8	0.0	0.152	0.152
-1	torsion	0.0	303.8	0.669	0.370
-1	$\varphi=0^\circ \lambda=1$	148.0	148.0	0.262	0.191
-1	$\varphi=0^\circ \lambda=0.6$	199.4	119.6	0.291	0.244
-1	$\varphi=90^\circ \lambda=1$	165.1	165.1	0.326	0.237
-1	$\varphi=90^\circ \lambda=0.6$	171.7	103.0	0.215	0.181
0	tensile	115.2	0.0	0.125	0.125
0	torsion	0.0	219.2	0.697	0.385
0	$\varphi=0^\circ \lambda=1$	112.8	112.8	0.304	0.221
0	$\varphi=90^\circ \lambda=1$	106.6	106.6	0.272	0.198

Tabella 8-5: SED values for the considered tests.

DISCUSSION

A first check of the obtained results could be a general overview of the overall accuracy.

As previously stated, a good assessment is obtained when the effective stress values (or the SED), calculated at the reference strength (i.e. the values given in the previous tables) are the same for all the considered experimental test data. In this case, considered approaches have been fitted mainly on the tensile fully reversed loading test, hence the referring case is the set A of Tabella 8-2: tensile loading at $R = -1$.

For the considered approaches, this optimal condition is not completely satisfied. The scatter of the effective values is much lower than the nominal or peak values, but it is important. The combined loading conditions seem the most critical; there is an under estimation of the fatigue strength for the in-phase loading (because the effective values at the experimental strength value are higher than expected) and an over estimation of the fatigue strength for the out-of-phase loading, independently from the load ratio R .

For a quantitative comparison, the relative errors are defined as the effective value minus the referring tensile case (i.e. 150.4 MPa for stress) divided by the same strength. For the SED approach, errors have been computed on the squared roots of the obtained values, because SED is an energy and not a stress; elsewhere errors of the SED approach should be incorrectly too high compared to errors defined on stress values. A diagram of the obtained values is given in Figura 8-4.

8-APPLICAZIONE SU INTAGLI TRADIZIONALI

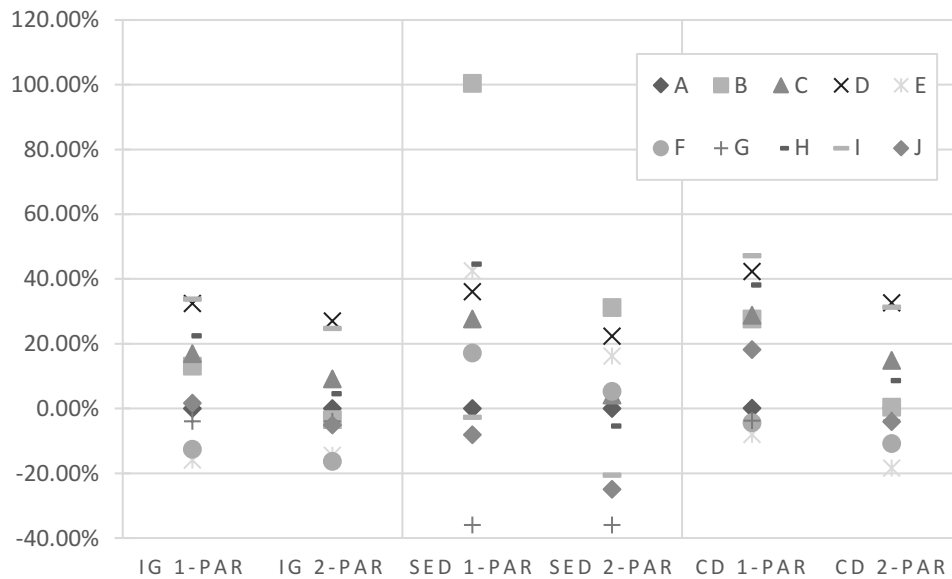


Figura 8-4: relative errors of obtained results

A “box and whisker plot” can give a more appropriate representation of the scatter of the obtained results. Figura 8-5 shows the results. As usual, in this “boxplot” the bottom and the top of the boxes are the first and third quartiles, and the band inside the boxes is the second quartile (the median); the ends of the whiskers are the minimum and maximum of all of the data.

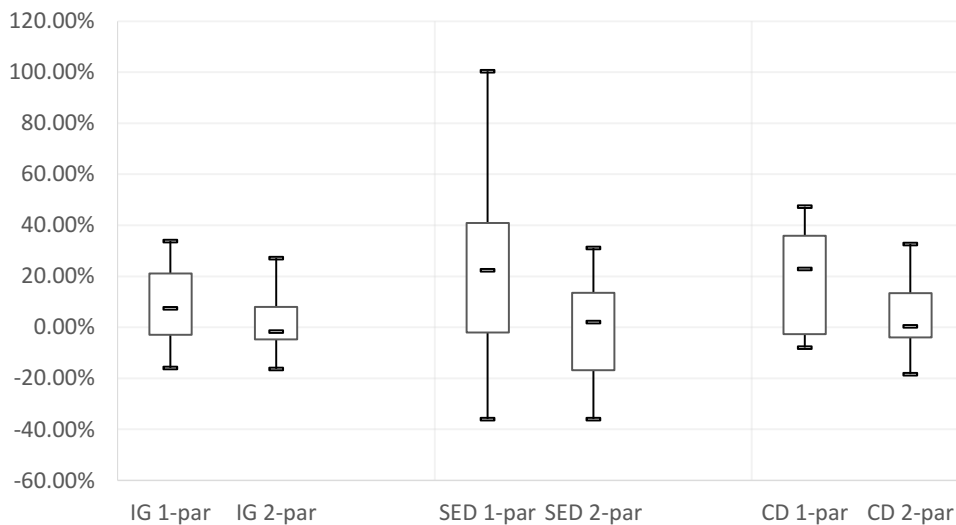


Figura 8-5: box-plot of relative errors

Apparently, mono-parametrical SED has a higher scatter; but it is not here proposed as an actual prediction procedure, it is simply here computed for the specific target of this paper. In this discussion, the main question does not deal with a comparison among the different approaches, but we want to comment the differences between the mono-parametric and the bi-parametric version of each approach.

It is clear that the median and the mean value of the bi-parametric approaches are better. In addition, the overall scatters are smaller; hence, we can say that the bi-parametric approaches are somehow better than the mono-parametric ones.

On the other hand, we can also say that this evidence is trivial, because bi-parametric approaches are fitted on two set of data, hence they shall necessary have a better outcome than the approaches fitted on just one set of data.

In our opinion, the problem turns out to be: is the obtained improvement actually significant compared to the overall scatter of the results?

The Analysis of Variance (ANOVA) can address this problem. The hypothesis to be verified is the equality of the mean response of the bi-parametric and the mono-parametric estimations, for each approach separately. The “null hypothesis” is the equality of the means; hence, the null hypothesis is that mono and bi-parametric estimations have equal mean values. Conversely, if we prove the inconsistency of the null hypothesis, we can say that the two estimations have actually different mean values and so they are substantially different.

By using the ANOVA, we make some questionable assumption; for instance, we accept that each estimation can be assumed as a random independent observation.

Tabella 8-6 gives the obtained values of the inconsistency of probability of the null hypothesis.

IG	SED	CD
62.3%	88.9%	86.8%

Tabella 8-6: Probability of inconsistency of the means equality obtained by the ANOVA

Such probabilities of inconsistency of the null hypothesis are usually compared with an assumed confidence probability level, conventionally 95%, sometimes 90%. Each obtained value is lower than any usual confidence level; we have to conclude that, in the considered experimental data, the null hypothesis cannot be rejected. From a statistical point of view, it is not possible to state that means are actually different.

From an engineering point of view, we argue that the improvement of the bi-parametric approaches compared to the mono-parametric ones is not so substantial compared to the intrinsic scatter of the problem.

CONCLUSIONS

Three separate approaches for fatigue strength assessment of notches have been considered.

For each approach, two versions have been proposed: a first one, called mono-parametric, is defined by assuming the same notch sensitivity under tensile and torsion loading. In a second version, called bi-parametric, the notch sensitivity is different by changing the loading mode and the sensitivities under tensile and torsional loading are consequently different.

The obtained approaches have been tested on experimental data taken from the literature and dealing with the fatigue strength of sharp notches on a ductile cast iron.

The results have been statistically investigated by means of ANOVA too.

The main evidence is that the advantage of using bi-parametric approaches is not so convenient compared to the scatter of the problem, hence the different notch sensitivity under torsional loading is not clear and it is dependent on the chosen effective stress definition.

In questo articolo sono stati analizzati dei provini in ghisa sottoposti a carichi a fatica multi assiale. Si sono poi comparati i risultati ottenuti in laboratorio con i relativi ricavati dall'applicazione di tre tecniche differenti di analisi dello stato tensionale, concentrandosi sulla questione riguardanti il numero dei parametri effettivamente utili per rendere il metodo preciso.

Da questo primo confronto possiamo stabilire che il gradiente implicito si porta dietro un'incertezza paragonabile ad altri metodi presenti in letteratura ed ampiamente utilizzati a livello accademico internazionale. È stata la prima volta che mi trovavo ad applicare il metodo del gradiente implicito ad un caso multi assiale, fare le giuste ipotesi per affrontare il problema non è stato comunque facile, perciò, sfruttando altri articoli trovati in letteratura sono tornato sull'argomento cercando di chiarire alcuni dubbi. Mi sono concentrato su di un set di provini realizzati in grafite in cui un intaglio veniva fatto ruotare per cambiare la modalità di carico, così da sviluppare modo I, II o misto. Il vantaggio di questo lavoro è che gli articoli scritti a riguardo erano svariati e i dati forniti sul materiale sembravano completi.

8.3 GRAFITE E BRAZILIAN DISK

Dal 2010 al 2013 una serie di articoli sono stati scritti facendo lavori differenti sui medesimi provini in grafite, con geometrie diverse e sottoposti a carichi differenti ma sempre per valutarne le resistenze statiche. Testando il gradiente implicito non si è raggiunto un buon valore dei risultati, ma sono anche emersi una serie di dubbi che pongono il sospetto sulla buona qualità delle proprietà del materiale riportate negli articoli.

Le geometrie analizzate e i relativi carichi di rottura sono:

- **Piastre a foro centrale (90) (91) (92)**

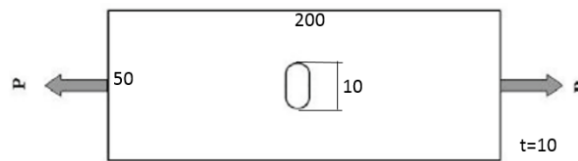


Figura 8-6: Geometrie a foro centrale (90)

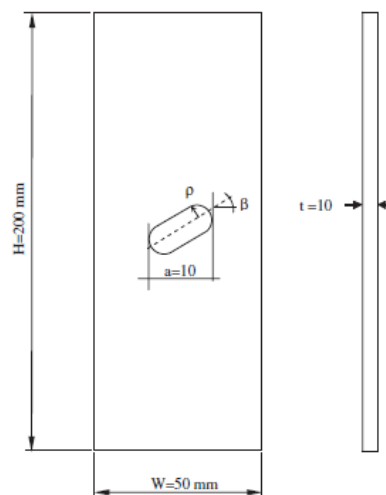


Fig. 1. Geometry and main dimensions of the tested specimens.

Figura 8-7: Geometrie a foro centrale (91) (92)

Table 1. Properties of the tested graphite material (Berto et al. (2012b)).

Material property	Value
Elastic modulus, E (GPa)	8.05
Shear modulus, G (GPa)	3.35
Poisson's ratio, ν	0.2
Ultimate tensile strength (MPa)	46
Plane-strain fracture toughness (MPa m ^{0.5})	1.06
Density (kg/dm ³)	1.85
Porosity (%)	7

Table 2. The experimentally obtained fracture loads for U-notched graphite specimens (Berto et al. (2012b)).

ρ (mm)	P_1 (N)	P_2 (N)	P_3 (N)	P_{mean} (N)
0.25	4115	4708	4455	4426
0.5	4592	4495	4429	4505
1	4461	5152	4830	4814
2	5182	5824	5541	5516
4	7083	6406	6879	6789

Figura 8-8: Dati del materiale e carichi per il primo set di geometrie (90)

Table 2
Experimental critical loads and initial crack angles.

β (°)	ρ (mm)	F_1 (N)	F_2 (N)	F_3 (N)	(F) (N)	φ_1	φ_2 (°)	φ_3	(φ) (°)
		Exp.					Exp.		
0	0.25	4115	4708	4455	4426	0	0	0	0
	0.5	4592	4495	4429	4505	0	0	0	0
	1	4461	5152	4830	4814	0	0	0	0
	2	5182	5824	5541	5516	0	0	0	0
	4	7083	6406	6879	6789	0	0	0	0
30	0.25	3979	4009	4114	4034	35.82	28.78	27.87	30.82
	0.5	4254	4422	4370	4349	28.60	43.10	34.79	35.50
	1	4756	4829	4888	4824	32.95	29.26	28.13	30.11
	2	5906	5965	5876	5916	26.05	29.53	29.31	28.30
	4	6685	7098	6875	6886	27.68	33.06	30.74	30.49
45	0.25	3848	3954	3979	3927	53.99	33.26	40.10	42.45
	0.5	4302	4164	4318	4261	46.55	48.00	44.62	46.39
	1	4756	4846	4729	4777	44.81	52.52	50.54	49.29
	2	5448	5666	5696	5603	47.94	42.61	41.91	44.15
	4	7041	6799	6747	6862	43.67	49.79	50.06	47.84
60	0.25	4034	3847	3944	3942	65.01	51.54	58.15	58.23
	0.5	4536	4491	4626	4551	64.97	48.84	53.70	55.84
	1	4697	4829	4810	4779	64.21	58.06	59.95	60.74
	2	5511	5363	5491	5455	59.79	54.21	55.72	56.57
	4	6941	6602	6704	6749	59.49	55.94	58.94	58.12

Figura 8-9: Resistenze (91)

Table 5
Comparison between experimental and theoretical critical loads.

β (°)	ρ (mm)	(F_{Exp}) (N)	(F_{Th}) (N)	F_{Exp}/F_{Th}
		Exp.	Theor.	
0	0.25	4426	4128	1.072
	0.5	4505	4313	1.045
	1	4815	4919	0.979
	2	5516	5914	0.933
	4	6789	7223	0.940
30	0.25	4034	3927	1.027
	0.5	4349	4154	1.047
	1	4824	4755	1.015
	2	5916	5707	1.037
	4	6886	6874	1.002
45	0.25	3927	3882	1.012
	0.5	4261	4103	1.038
	1	4777	4628	1.032
	2	5603	5474	1.024
	4	6862	6469	1.061
60	0.25	3942	4056	0.972
	0.5	4551	4227	1.077
	1	4779	4646	1.028
	2	5455	5288	1.032
	4	6749	6004	1.124

Figura 8-10: Resistenze (91)

- **Provini cilindrici sottoposti a torsione (93)**

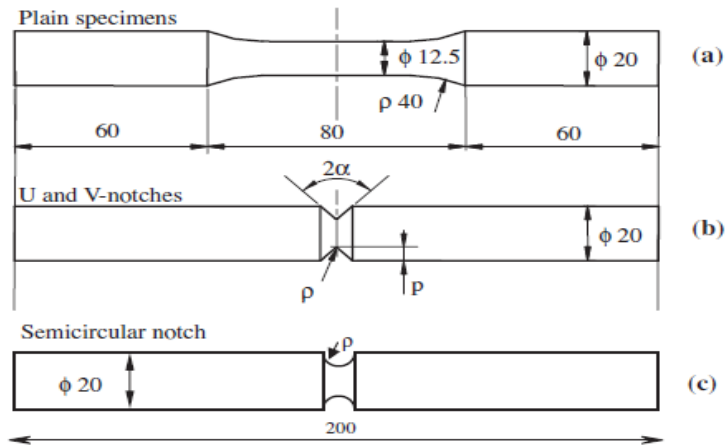


Figura 8-11: Geometrie sottoposte a torsione

Material property	Value
Elastic modulus E (MPa)	8050
Shear modulus G (MPa)	3354
Poisson's ratio ν	0.2
Ultimate tensile strength (MPa)	28.5
Ultimate torsion strength (MPa)	30
Ultimate compression strength (MPa)	110
Ultimate bending strength (MPa)	49
Hardness (Shore)	58
Density (Kg/dm^3)	1.85
Porosity (%)	7
Resistivity ($\mu\text{ohm m}$)	11
Thermal Conductivity (W/(m K))	110

Figura 8-12: Dati del materiale per i provini cilindrici

ρ (mm)	M_t (N mm)
0.5	45,956
	45,012
	43,504
1	33,590
	36,923
	37,533
2	25,073
	25,087
	28,231
4	13,317
	12,029
	12,511

p (mm)	ρ (mm)	M_t (N mm)
5	1	6148
		6599
		6801
5	2	6812
		6995
		6674
2	1	24,578
		22,994
		23,200

p (mm)	ρ (mm)	$2\alpha = 30^\circ$	
		M_t (N mm)	M_t (N mm)
5	0.1	6692	6592
		6778	6808
		6629	6936
5	0.3	6612	6230
		6860	6995
		6426	6643
5	0.5	6895	6474
		6495	6719
		6709	6605
5	1	6829	
		7064	
		6771	
5	2	7198	
		7401	
		7408	
2	0.1	25,221	24,688
		25,628	23,469
		26,027	24,054
2	0.3	25,535	23,076
		24,509	22,408
		25,053	23,293
2	0.5	25,135	22,749
		23,930	23,145
		24,764	24,860
2	1	24,746	
		23,445	
		26,399	

Figura 8-13. Resistenze (93)

- Brazilian disk (94) (95)

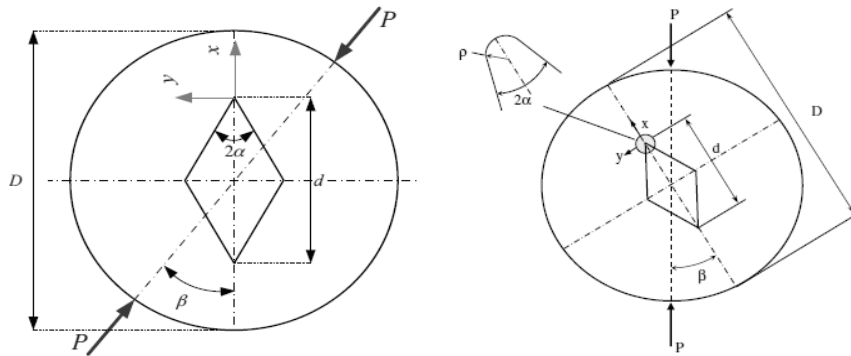


Figura 8-14: Brazilian disk

Property	
Bulk density (kg/m^3)	1710
Mean tensile strength (σ_t) (MPa)	27.5
Young's modulus (E) (GPa)	8.05
Plane-strain fracture toughness (K_{Ic}) ($\text{MPa m}^{0.5}$)	1.0
Mean grain size (μm)	320

Figura 8-15: Dati del materiale per i brazilian disk e la flessione a tre punti

Table 2
The mean values of the experimental fracture loads for the V-BD graphite specimens.

Notch angle ($^\circ$)	Notch tip radius (mm)	Loading angle ($^\circ$)	P_f (N)
30	0	0	1380
30	0	10	1390
30	0	20	1500
30	0	25	1560
30	1	0	2023
30	1	10	2085
30	1	20	2110
30	1	25	2190
30	2	0	2095
30	2	10	2153
30	2	20	2193
30	2	25	2212
60	0	0	1372
60	0	15	1575
60	0	25	1717
60	0	30	1740
60	1	0	1439
60	1	15	1654
60	1	25	1810
60	1	30	2040
60	2	0	1646
60	2	15	1719
60	2	25	2033
60	2	30	2114
90	0	0	848
90	0	15	930
90	0	25	1343
90	0	35	2118
90	1	0	909
90	1	15	1153
90	1	25	1529
90	1	35	2396
90	2	0	993
90	2	15	1261
90	2	25	1571
90	2	35	2427

Figura 8-16: Resistenze (94)

Table 4 – Strain energy as obtained from numerical analyses of graphite VBD specimens in the case of blunt notches and assessment of critical loads.

2α (°)	ρ (mm)	β (°)	$\langle P_{th} \rangle$ (N)	$\langle P_{exp} \rangle$ (N)	Δ (%)	$P = \langle P_{exp} \rangle$	
						σ_{max} (MPa)	W_{FE} (MJ/m ³) FE
30	1	10	1746	1611	-8.4	45.7	0.040
	1	20	1606	1716	6.4	51.3	0.054
	1	25	1627	1700	4.3	51.2	0.051
	2	10	1750	1873	6.6	43.7	0.055
	2	20	1640	1908	14.1	46.7	0.065
	2	25	1643	1694	3.0	41.9	0.051
60	1	15	1344	1439	6.6	49.9	0.055
	1	25	1558	1574	1.0	46.9	0.049
	1	30	1854	1775	-4.4	40.9	0.044
	2	15	1437	1496	3.9	42.3	0.052
	2	25	1652	1768	6.6	43.3	0.055
	2	30	1653	1839	10.1	44.1	0.059
90	1	15	1003	1003	0.0	45.5	0.048
	1	25	1324	1417	6.6	48.9	0.055
	1	35	2375	2171	-9.4	40.8	0.040
	2	15	973	1097	11.3	43.2	0.061
	2	25	1244	1367	9.0	42.1	0.058
	2	35	2002	2115	5.3	40.7	0.054

Figura 8-17: Resistenze (95)

- Flessione a tre punti (96)

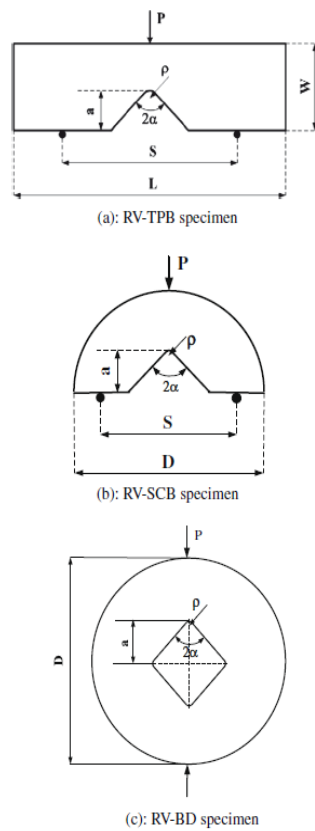


Figura 8-18: Geometrie sottoposte a flessione a tre punti

Table 4 – Fracture loads obtained from experiments (all loads are in N).

	$2\alpha = 30$ (deg.)			$2\alpha = 60$ (deg.)			$2\alpha = 90$ (deg.)		
	$\rho = 1$ (mm)	$\rho = 2$ (mm)	$\rho = 4$ (mm)	$\rho = 1$ (mm)	$\rho = 2$ (mm)	$\rho = 4$ (mm)	$\rho = 1$ (mm)	$\rho = 2$ (mm)	$\rho = 4$ (mm)
RV-TPB	153	181	261	162	196	292	162	190	305
	163	195	291	174	209	327	170	200	315
	157	189	317	170	216	345	166	212	326
RV-SCB	512	587	638	471	558	667	469	549	591
	542	633	685	490	577	726	532	572	614
	568	620	718	508	602	801	550	630	694
RV-BD	1893	1890	2057	1379	1758	1688	787	960	1110
	1939	2060	2204	1452	1574	1932	1004	1080	1250
	1875	2119	2023	1485	1606	1545	938	940	1060

Figura 8-19: Resistenze (96)

8-APPLICAZIONE SU INTAGLI TRADIZIONALI

La costante c utile nel calcolo del gradiente implicito viene calcolata con la formula

$$c = z \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{IC}}{UTS} \right)^2$$

Equazione 8-18: Formula utilizzata per il calcolo del coefficiente c nel gradiente implicito nel caso statico

K_{IC} e UTS vengono dati dall'articolo e z è un coefficiente preso da letteratura (pari 0.545). Avendo svariate possibilità a disposizione si è deciso di calcolare diversi valori di c

- Piastre foro centrale:

Viene calcolata c_1 con i dati dell'articolo, successivamente si ricalcola una c_2 con un K_{IC} aumentato del 20% in quanto il valore di K_{IC} sembra stranamente basso per quel tipo di materiale.

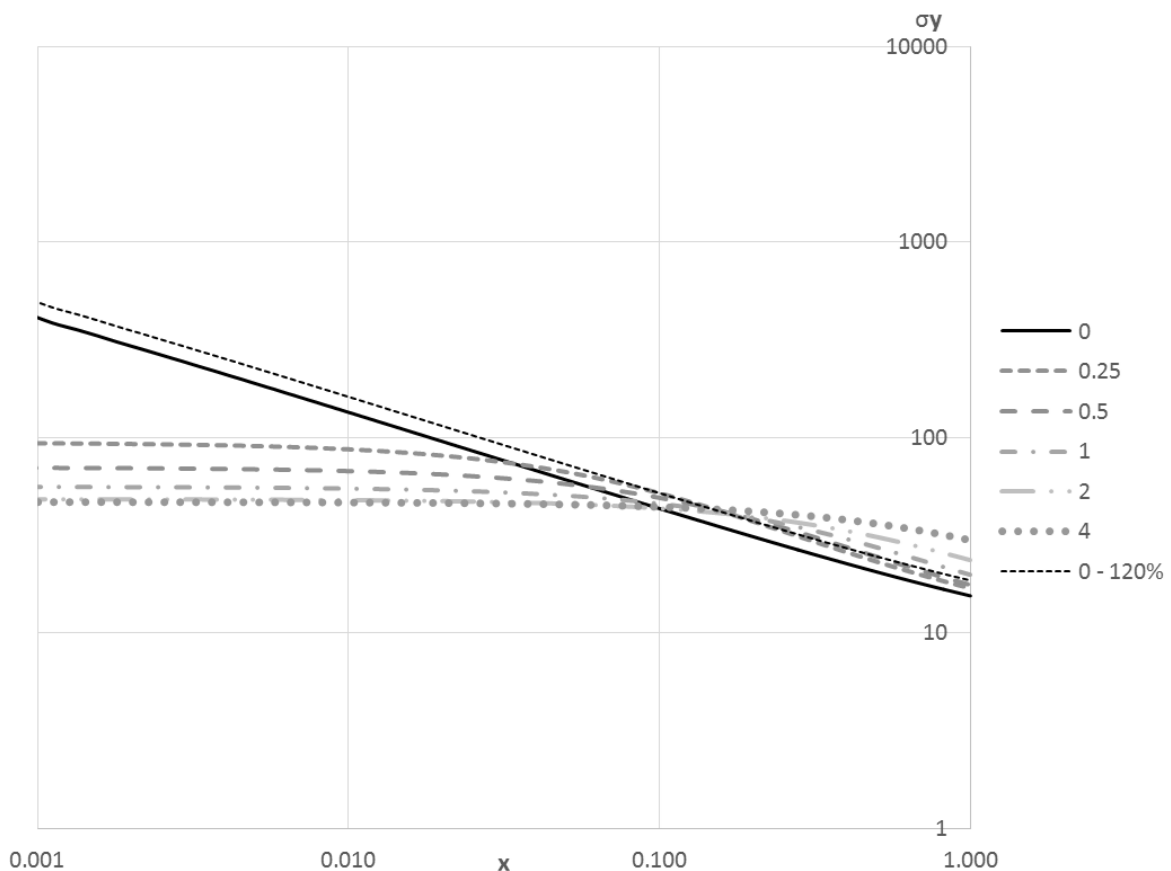


Grafico 8-1: Grafico dei valori presi da articolo, si noti la curva nera più bassa di quanto non ci si aspetti

Nel grafico che rappresenta il variare del campo di tensione al variare del raggio di raccordo, innalzando K_{IC} (indicato con la retta nera) del 20% otteniamo una retta più alta (nera tratteggiata) e passante per il punto di incrocio delle altre rette tratteggiate.

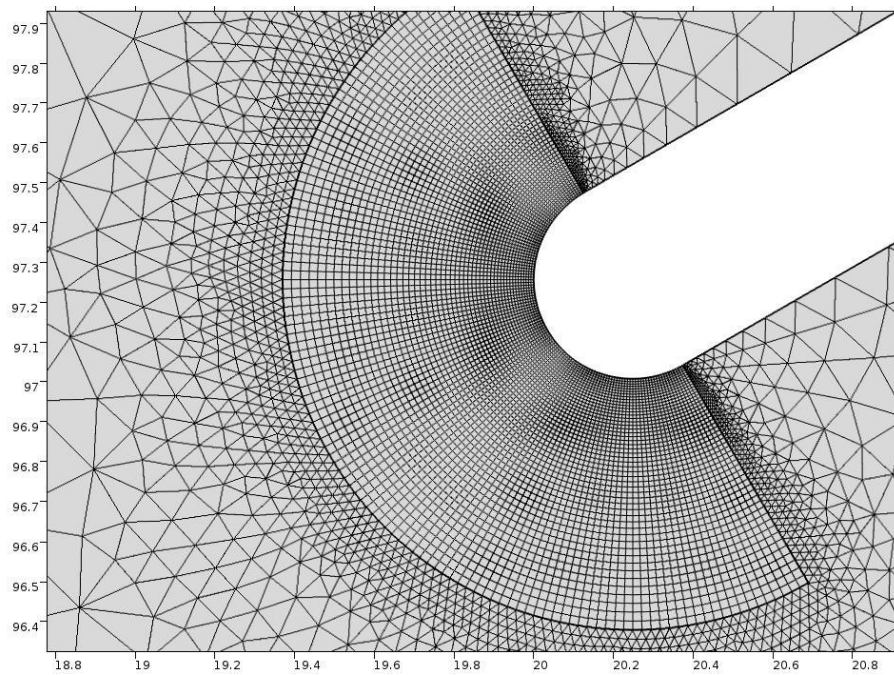


Figura 8-20: Dettaglio di mesh nel caso di $\beta=30^\circ, \rho=0.25$

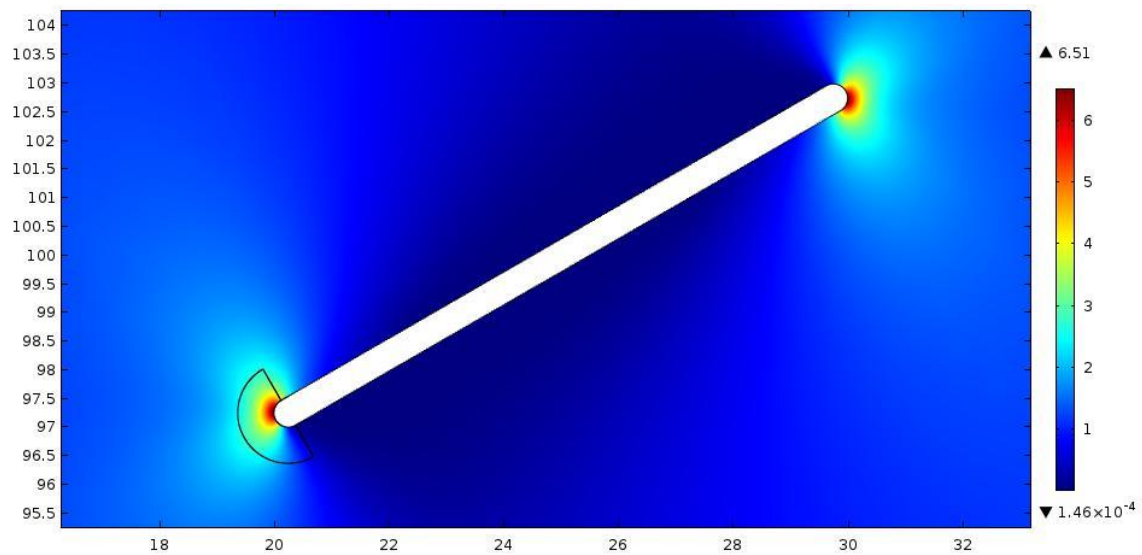


Figura 8-21: Plot della tensione efficace nel caso di intaglio centrale, $\beta=30^\circ$ e $\rho=0,25$

- **Provini cilindrici a torsione:**

Il c_3 viene calcolato usando come UTS il carico a rottura a torsione (30 MPa), sempre fornito da articolo.

Il c_{3b} viene calcolato usando come UTS il carico a rottura a trazione (28.5 MPa), sempre fornito da articolo.

- **Brazilian disk e flessione a tre punti:**

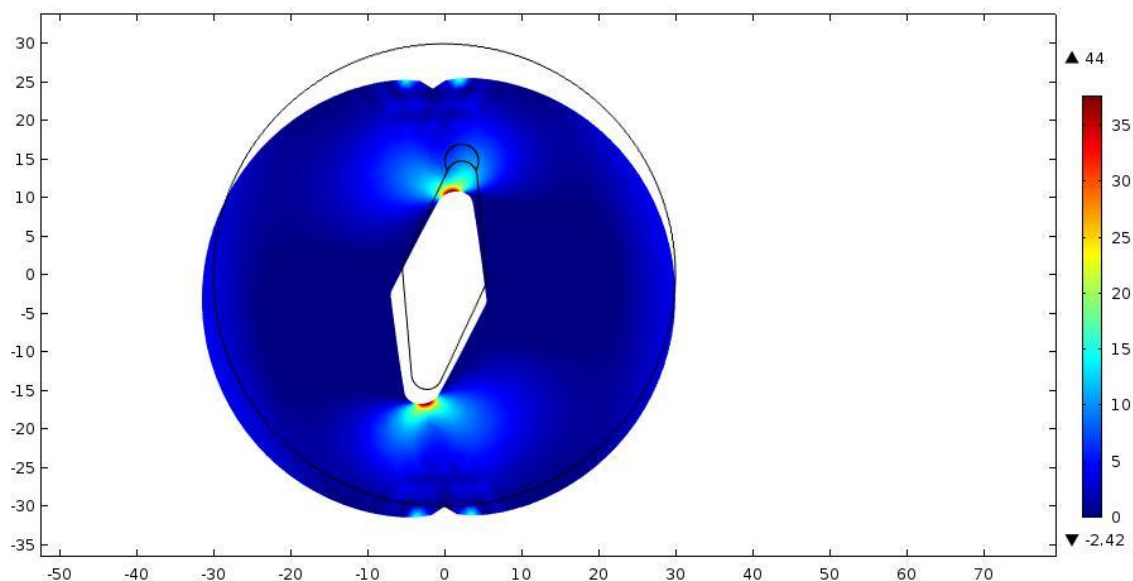


Figura 8-22: Plot della tensione efficace nel brazilian disk 30-2-10

c_4 calcolato con dati da articolo, c_5 usando il caso 30-0-0 come cricca in cui però otteniamo un K_{IC} pari a 0.7, più basso del valore uguale ad 1 dato dall'articolo.

Il materiale e i provini degli articoli sul brazilian disk sono gli stessi dell'articolo sulla flessione a tre punti, però i carichi di rottura dei provini in comune non combaciano, come se nel copiarli si siano traslati i risultati di una riga:

Geometria	Brazilian disk	Flessione a tre punti
30-1-0	2023	1902
30-2-0	2095	2023
30-4-0	XXXX	2095

Tabella 8-7: Resistenze differenti da articolo ad articolo nonostante siano riferite allo stesso materiale

Di seguito un riassunto dei valori calcolati di c :

	c_1	c_2	c_3	c_{3b}	c_4	c_5
c [mm]	0.09	0.13	0.21	0.24	0.23	0.11
UTS [MPa]	46	46	1.05	1.05	1	0.684
K_{IC} [MPa m^{0.5}]	1.06	1.27	30	28.5	27.5	27.5

Tabella 8-8: Riassunto dei coefficienti c calcolati

Calcolando le tensioni efficaci del gradiente implicito e paragonandolo alle resistenze si ottengono errori notevoli, anche del 40%. Questo può essere dovuto alle imprecisioni dei dati forniti dall'articolo ma anche dal fatto che il metodo del gradiente implicito non è ancora abbastanza consistente nei casi di multi assialità e di modo misto.

È stato comunque un interessantissimo lavoro, in cui abbiamo potuto utilizzare il metodo su un materiale totalmente differente rispetto ai materiali metallici visti finora, ed in cui le sfide erano molto: dal verificare i dati raccolti dagli articoli al capire quali potevano essere utilizzati per la taratura dei nostri parametri.

8.4 PMMA

Prendendo spunto da un articolo del 2007 (97) in cui una serie di provini in PMMA venivano testati a livello statico a flessione a tre punti, ho replicato i conti utilizzando il gradiente implicito.

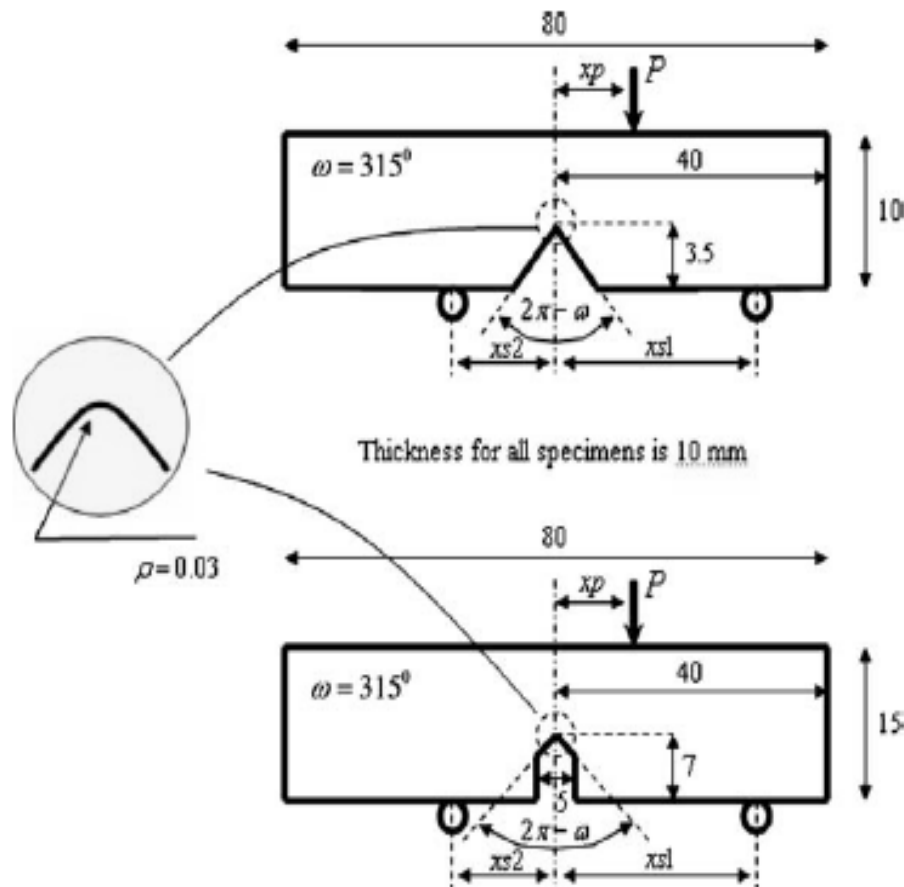


Figura 8-23: Schema e geometria dei test su PMMA

Il provino in questione viene sollecitato a flessione a 3 punti variando la grandezza x_p e la temperatura, e se ne registrano le resistenze statiche.

8-APPLICAZIONE SU INTAGLI TRADIZIONALI

Table 3 Dimensions, material properties and experimental results for PMMA specimens

Specimen #	E [MPa]	Configuration [mm]			L/H/b [mm] b=thickness	T [K]	Failure load [N]	Crack initiation angle [deg]
		xs1	xs2	xs3				
a-1	3,100	0	20	20	55 × 10 × 10	296	278	90
b1-1	3,100	0	20	20	80 × 10 × 10	296	294	90
b1-2	3,100	2	18	22	80 × 10 × 10	296	317	85
b1-3	3,100	6	14	26	80 × 10 × 10	296	327	80
b1-4	3,100	10	10	30	80 × 10 × 10	296	533	68
b1-5	3,100	13.5	6.5	33.5	80 × 10 × 10	296	744	60
b1-6	3,100	16	4	36	80 × 10 × 10	296	1,280	50
b2-1	3,100	0	20	20	80 × 10 × 10	296	173	90
b2-2	3,100	2	18	22	80 × 10 × 10	296	226	85
b2-3	3,100	6	14	26	80 × 10 × 10	296	301	79
b2-4	3,100	10	10	30	80 × 10 × 10	296	408	72
b2-5	3,100	13.5	6.5	33.5	80 × 10 × 10	296	613	68
b2-6	3,100	16	4	36	80 × 10 × 10	296	998	60
c	3,100	0	20	20	80 × 15 × 10	296	270	90
d-1	4,980	0	20	20	80 × 15 × 10	198	470	90
d-2	4,980	3	17	23	80 × 15 × 10	198	510	85
d-3	4,980	6	14	26	80 × 15 × 10	198	570	78
d-4	4,980	10	10	30	80 × 15 × 10	198	760	75
d-5	4,980	14.5	5.5	34.5	80 × 15 × 10	198	1,200	60
d-6	4,980	15.5	4.5	35.5	80 × 15 × 10	198	1,410	54
d-7	4,980	17	3	37	80 × 15 × 10	198	1,660	**

**Crack initiation angle for d-7 specimen could have not been determined due to massive fracture damage in the V-notch vicinity

Figura 8-24: Resistenze statiche

Table 2 PMMA material properties

T [K]	σ_c [MPa]			E [MPa]	ν	K_{IC} MPa \sqrt{m}				
	Test 1	Test 2	Avg			Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Avg
296	105.8	117.8	111.8	3,100	0.36	1.03	1.07	1.15	1.25	1.12
233	158	168	163	4,300	0.36	1.75	1.98	–	–	1.86
200	173	186	179.5	4,980	0.36	2.0881	2.253	–	–	2.17

Figura 8-25: Dati del materiale del PMMA

Replicando i conti dell'Equazione 8-18 e sfruttando la tabella in Figura 8-25 risulta che il parametro c assume i valori pari a 0.017mm riferito alla temperatura di 296K e 0.025mm per i 200K. Si può così creare un modello FEM ed iniziare le simulazioni.

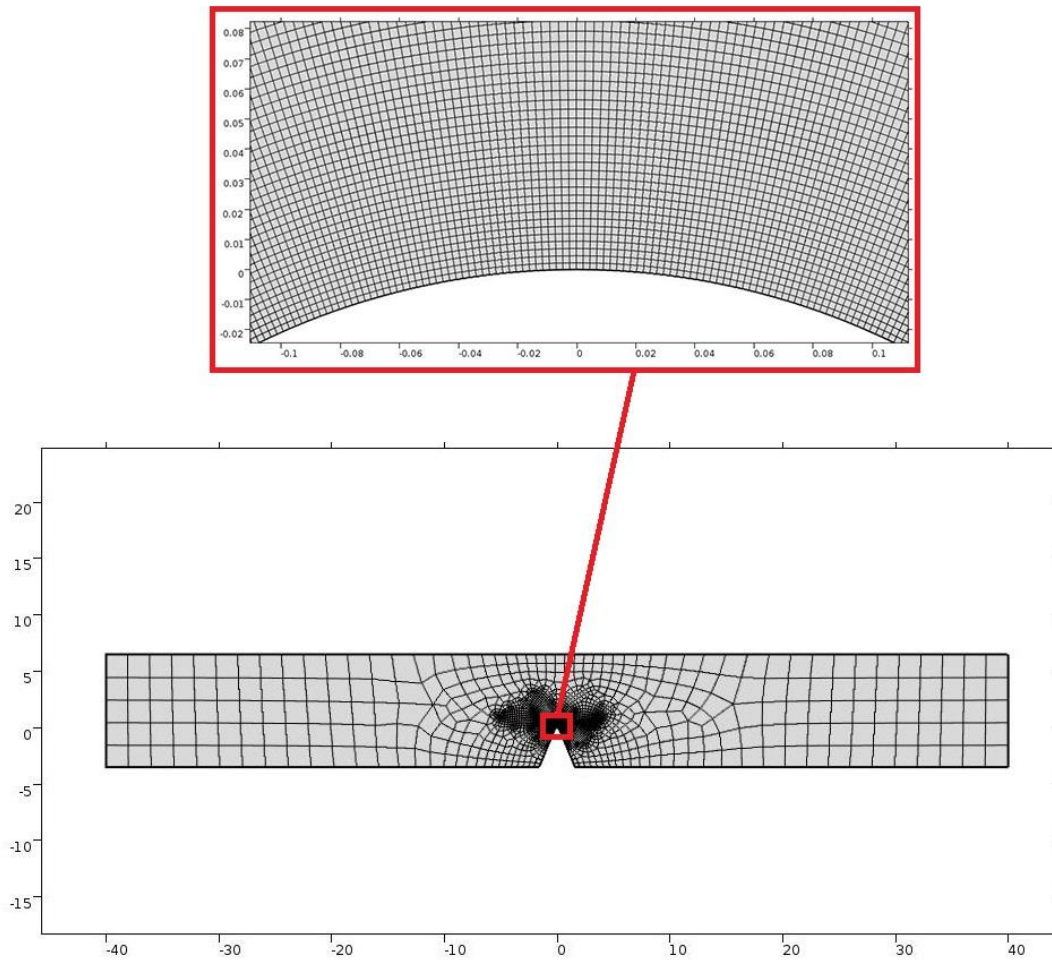


Figura 8-26: dettagli della mesh per un caso di riferimento (b1-3)

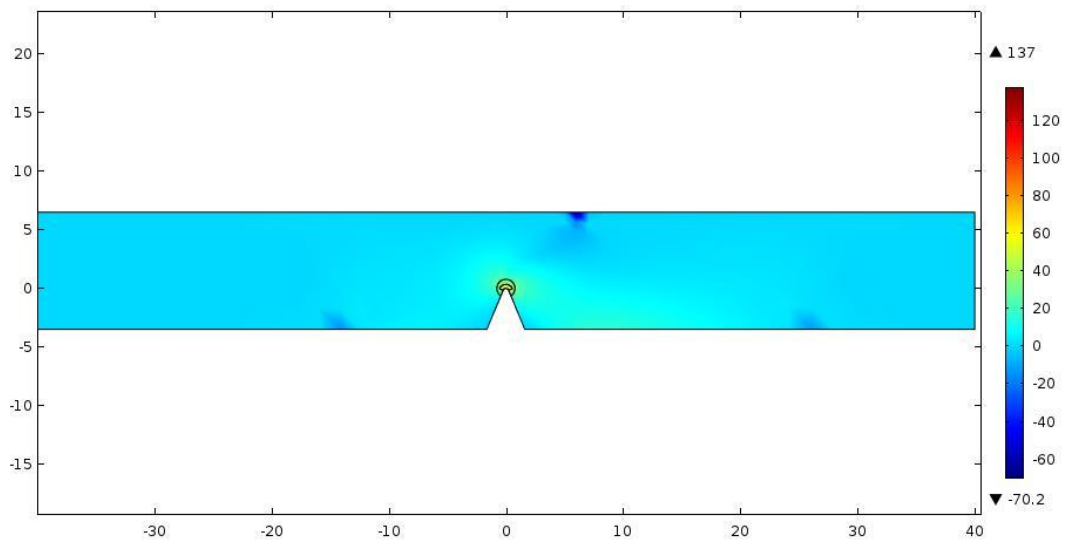


Figura 8-27: Plot della prima tensione principale (b1-3). Si notino i 2 punti di appoggio e il punto di applicazione della forza.

8-APPLICAZIONE SU INTAGLI TRADIZIONALI

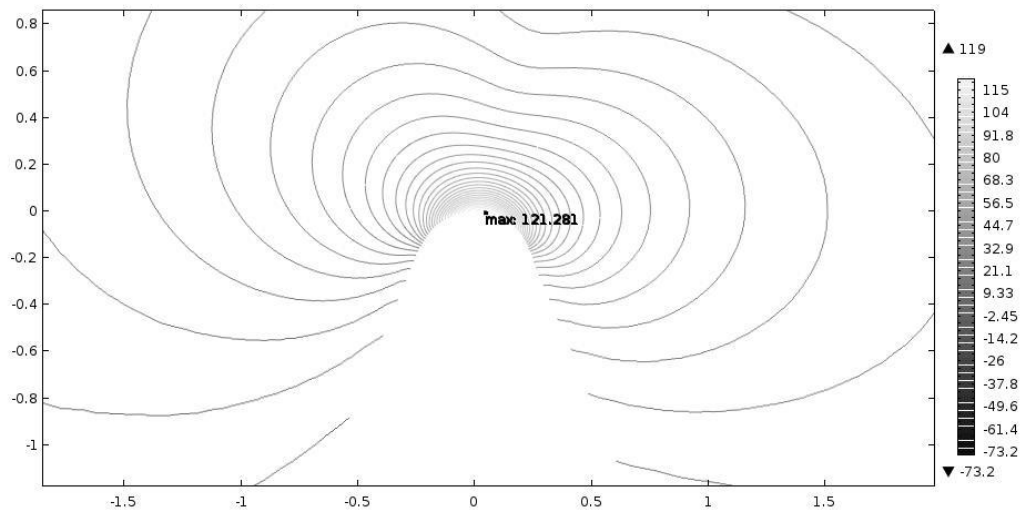


Figura 8-28: Plot della tensione efficace nel raccordo dell'intaglio(b1-3)

	provino	σ_{eff}	UTS	Errore	c
$\rho=0.03$	a	215.9	111.8	93%	0.017
	$\rho=0.25$	b1-1		140.7	
b1-2		146.4		31%	
b1-3		121.3		8%	
b1-4		142.9		28%	
b1-5		135.7		21%	
b1-6		160.4		43%	
$\rho=0.03$	b2-1	134.4		20%	
	b2-2	169.2		51%	
	b2-3	180.0		61%	
	b2-4	174.6		56%	
	b2-5	174.5		56%	
	b2-6	185.9		66%	
	c	152.0	36%		
$\rho=0.03$	d-1	223.5	179.5	24%	0.025
	d-2	227.5		27%	
	d-3	215.9		20%	
	d-4	209.2		17%	
	d-5	194.4		8%	
	d-6	195.3		9%	
	d-7	174.6		-3%	

Tabella 8-9: report degli errori per i conti effettuati su PMMA

In questo caso gli errori sono variabili, nonostante siano stati testati casi a modo I e modo misto non vi è correlazione sulla bontà dei risultati ottenuti. Ancora non si hanno spiegazioni sul mancato funzionamento del metodo in questi casi di carico, diversamente dal caso precedente non emergono dubbi sulla bontà delle caratteristiche del materiale prese dall'articolo.

9 APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

9.1 INTRODUZIONE

In questo capitolo viene riportata l'applicazione del metodo del gradiente implicito su dei provini con intagli particolari, generati non da lavorazioni meccaniche o irregolarità geometriche volute ma da saldature.

Lo scopo di questo capitolo è riportare come il metodo reagisce in presenza di intagli blandi come questo tipo di saldatura, per l'occasione si riportano un paper da me redatto ed una raccolta di report tecnici scritti entrambi su dei lavori che ho svolto all'estero, presso due istituti stranieri con cui il mio dipartimento ha collaborato nel corso degli ultimi quattro anni. In collaborazione con tre istituti esteri, si è voluto andare a diversificare un processo di saldatura noto ed ampiamente utilizzato, mantenendo nel normale range di utilizzo i parametri di processo si sono modificati i parametri geometrici dell'oggetto da saldare e i movimenti relativi tra utensile da saldatura e componente da saldare.

Gli istituti coinvolti oltre al mio sono l'università di Sheffield (con responsabile del progetto il Prof. Luca Susmel), Plymouth (responsabile Prof. Neil James) entrambe in Inghilterra e la Nelson Mandela Metropolitan University in Sud Africa (responsabile Prof. Danie Hattingh), il tutto finanziato dal progetto Leverhulme Trust.

Oltre i classici intagli a spigolo vivo o comunque con un raggio di raccordo dalle dimensioni molto ridotte, per cui il metodo si prefigge essere fruibile, bisogna anche tenere in considerazione casi in cui l'intaglio risulta meno gravoso a livello di coefficiente di concentrazione delle tensioni, un buon esempio è stato il caso di una saldatura testa a testa su alluminio, facente parte di un progetto molto grande che ha coinvolto svariate risorse in termini di tempo e persone a livello internazionale.

Nel Friction Stir Welding la giunzione è generata per attrito da un utensile posto in rotazione fra le superfici da saldare. Solitamente si utilizza per saldare delle lastre piane: i due lembi delle lastre vengono affacciati e un utensile ad una determinata velocità di rotazione viene fatto traslare lungo tutto il bordo da saldare. Nel nostro caso si sono saldati testa a testa due tubi in alluminio 6082-T6 del diametro di circa 40 mm e spessore 3 mm.

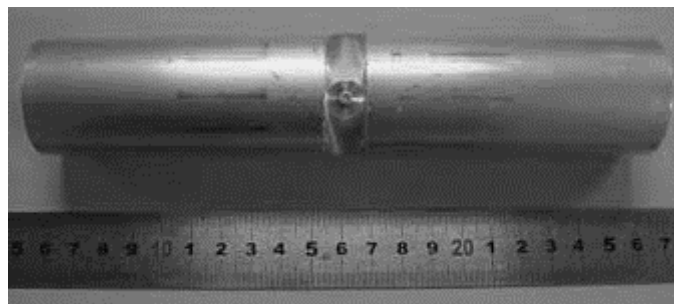


Figura 9-1: Tubo saldato con FSW

La peculiarità sta nel fatto che l'utensile è particolarmente grande rispetto alla curvatura e lo spessore del tubo, inoltre l'utensile è posto in rotazione ma tenuto fisso nella sua posizione, e il tubo posto su di un tornio, ruota in modo che l'utensile percorra tutto il tratto circonferenziale da saldare.

Costruite ad hoc le attrezzature per generare questa saldatura, sono stati prodotti un centinaio di provini da testare a fatica per verificarne le caratteristiche in termini di resistenza. I provini sono stati testati a presso il mio dipartimento e all'università di Sheffield in Inghilterra, sotto carichi mono e multi assiali. Una volta eseguiti i test si sono tratte le conclusioni ed infine presso l'università di Plymouth abbiamo eseguito i test metallurgici per caratterizzare i meccanismi di frattura.

Personalmente ho eseguito i test a fatica a trazione a Ferrara, poi mi sono recato a Sheffield dove i test a torsione e multi assiali erano già conclusi, e ho fatto un'analisi sulle resistenze per paragonarle ad altre presenti in letteratura o fornite dalle norme.

Per descrivere il seguente lavoro viene riportata la raccolta di report redatti nel periodo di 3 mesi trascorso presso l'università di Sheffield in Inghilterra nel 2014.

9.2 REPORT: SHEFFIELD ACTIVITIES



The
University
Of
Sheffield.

Department of civil and structural engineering

LITERATURE INVESTIGATION

Imposing a notch radius for
finite element stress analysis of
Friction Stir Welding

Tutor

Prof. Luca Susmel
University of Sheffield (UK)

PhD Student

Enrico Maggiolini
University of Ferrara (IT)

SUBJECT AND SOURCES OF THE INVESTIGATION

To continue my work on the “Leverhulme Trust” project I decide, with the supervision of Professor Susmel, to inspect all the literature reviews that Professor Tovo has analysed in his presentation during the meeting in Catania (98)

regarding the comparison between the data given by literature reviews and the data given by the tensile fatigue test made in Ferrara on FSW.

Aim of this investigation is to find out if in those works somebody have made a finite element analysis on a welded (FSW) component, focusing on the radius of the “weldment notch”.

RESEARCH PROCESS

More than 25 papers written between 1995 and 2011 have been read (from Tab.2 to Tab. 5 in (98)) but no one has got inside a FEM analysis specification.

The large set of papers mentioned before was created just to find data about fatigue test, for that reason I have started to looking for a specific group of literature reviews based on the FE analysis of FSW.

DISCOVERIES

In literature a lot of authors are interested in FSW, for some different reasons, and more than one researcher has studied this process with FEM but on what I found only about the flow of melted metal (99) and on the thermal analysis (100) (101) (102)

Therefore, it is all about the weldment process itself and nothing about the result of this process (in term of evaluating the resistance of the weldment) and the study of the stress field.

CONCLUSIONS

Until now, in literature, no one has still presented a method on how to impose the notch radius of a FSW for a stress analysis, so we need to decide what radius use to create the geometry representing aluminium tubes subject of the main project.



The
University
Of
Sheffield.

Department of civil and structural engineering

LITERATURE INVESTIGATION

Imposing a weld toe radius for
finite element stress analysis of
Friction Stir Welding

Tutor
Prof. Luca Susmel
University of Sheffield (UK)

PhD Student
Enrico Maggiolini
University of Ferrara (IT)

SUBJECT AND SOURCES OF THE INVESTIGATION

After the previous literature investigation [report 1] where any result has found, we decide to search outside the sources mentioned in (98). Focusing on the use of finite element analysis on FSW with a particular interest in the weld toe radius, real or fictitious.

DISCOVERIES

Less than fifteen papers deal with the notch radius for the FEM analysis, most of these works (103), (104)- (105), as we can see in table 1, use an approach widely proposed by Sonsino C.M. (103). In this approach if the thickness of the welded component is less than 5mm, the fictitious radius is 0.05mm, if the thickness is more 5mm the radius become 1mm.

Just a couple of papers (106) (107) use the Neuber approach (108) where the fictitious radius is function of the real radius, a coefficient depending on the loading mode and the microsupport length. Only one paper (109) use the actual radius.

In reference 10 authors use both radii: the actual (1.7mm) and the fictitious (2.7mm), observing that the biggest gives result closer to the FAT curve given by the International Institute of Welding.

References	Material	Radius
(103)	alu-mg	0.05-1
(104)	steel	0.05-1
(110)	steel-alu	0.05-1
(111)	alu	0.05-1
(107)	alu	0.05-1
(105)	mg	0.05-1
(109)	alu	2-0.85
(112)	steel	$r, r+1$
(106)	alu	neuber
(113)	alu	neuber

Tabella 9-1: Table of results

CONCLUSIONS

Considering this literature review, it seems to be a common practise use the fictitious radius approach of 0.05-1mm depending on thickness. The only authors who choose to use the actual radius has a relative big radius available, so it is not a wrong idea not changing it with a fictitious one.

I still don't know how big is our radius, but considering the thickness of 3mm I suggest to use the actual value if it is not so far from the fictitious of 0.05mm. If it is so much bigger a good suggestion could be study both radii in the same geometry.



The
University
Of
Sheffield.

Department of civil and structural engineering

LITERATURE INVESTIGATION

Images and measures of a weld
toe radius in Friction Stir
Welding

Tutor
Prof. Luca Susmel
University of Sheffield (UK)

PhD Student
Enrico Maggiolini
University of Ferrara (IT)

CONSIDERATION ABOUT LAST REPORTS

In Report 1 and 1.2, I looked for some works where authors measured and studied weld toe radius in FSW but I did not have any good results, except in Report 1.2 where some authors approached the notch radius only dependant on the thickness of the welded component, very often without measure the actual radius.

Some authors print the images of the cross section mesh without any information about the radius [Figura 9-1 Figura 9-2 Figura 9-3]

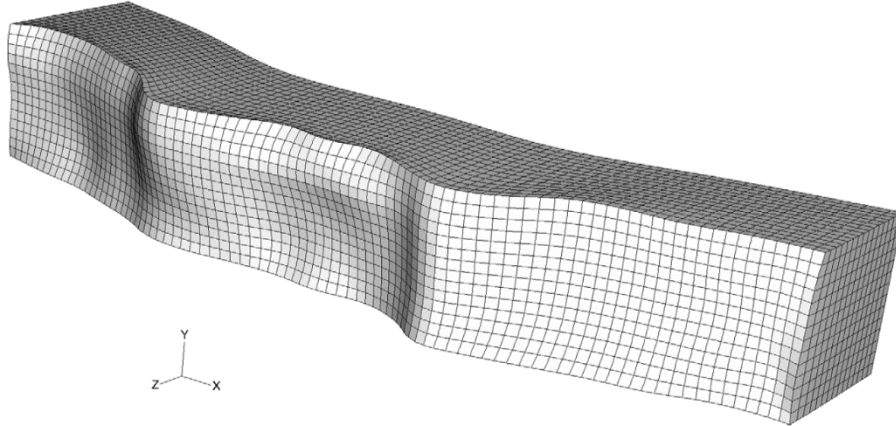


Figura 9-2: mesh without any geometrical indication (114)

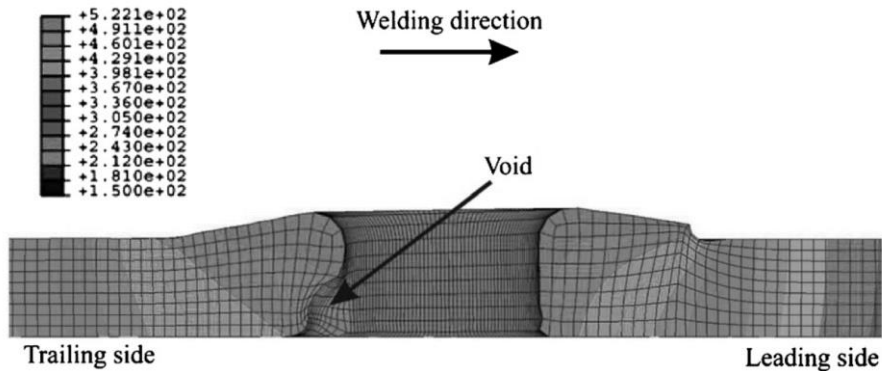


Figura 9-3: mesh without any geometrical indication (115)

SUBJECT OF THIS INVESTIGATION

To figure out how the weld toe radius could be geometrically modelled I decide to search for some picture of FSW cross sections with a reference scale [Figura 9-4] and then draw a CAD sketch on it to understand how big the radius is.

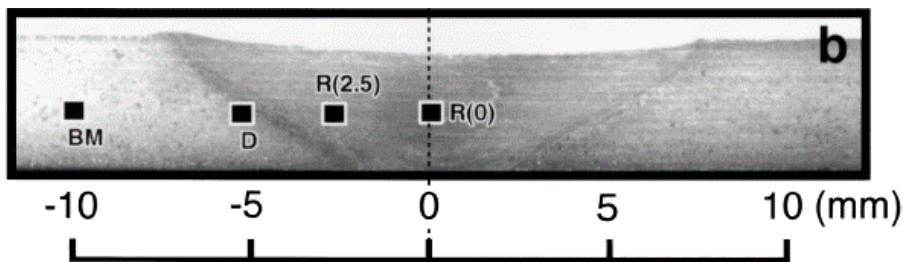


Figura 9-4: example of cross section with reference scale (116)

Doing it, I hope the picture it was not modified in the source paper (for layout reason for example). I found not so many useful pictures because of authors of several papers study the metallurgical characteristics of the weldment, taking care about the microstructure only [Figura 9-5]

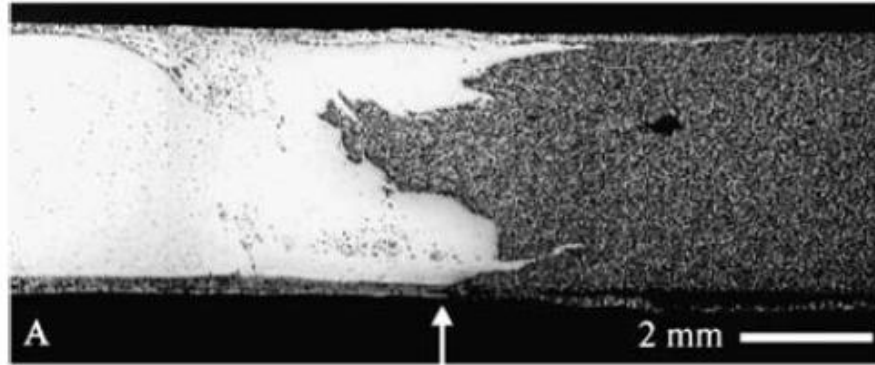


Figura 9-5: macro interface morphology (117)

DISCOVERIES

Looking all the images found it is simple notice that all the weldments have the same shape (the black in Figura 9-6) that is very different from ours (grey in Figura 9-6). Maybe because of the weldment process is different: in the literature cases it is a fixed plane surface with a movable tool, in our case it's a movable round surface with a fixed tool.

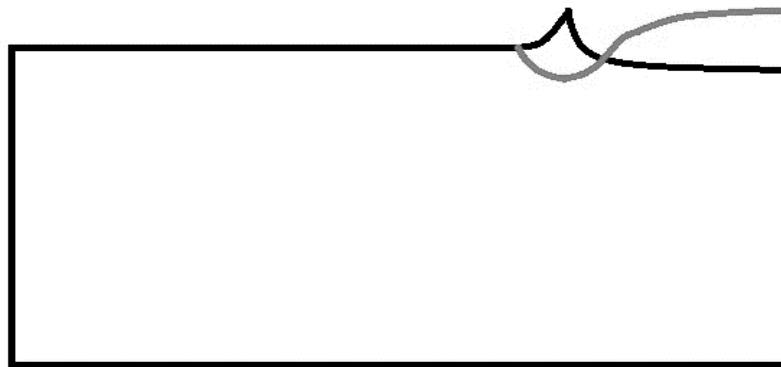


Figura 9-6: Different shape from literature (black) and ours (grey)

There are very few papers with pictures of cross section over a reference scale, without disturbing flash on a weldment side and useful for this study, here below some example (all head-to-head weldments):

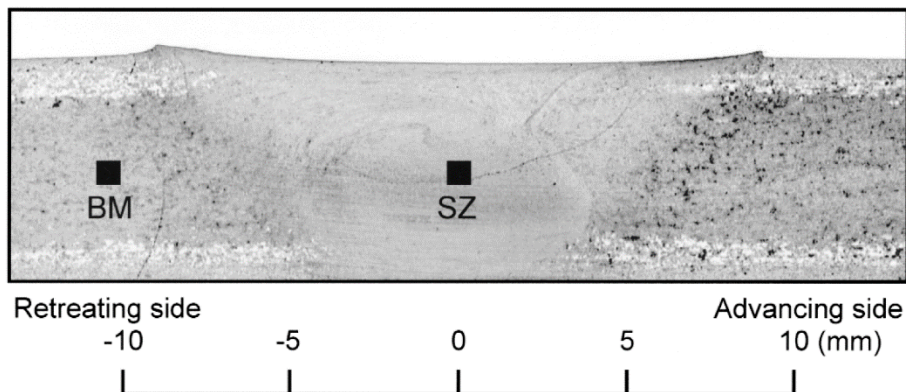


Figura 9-7: example of cross section with reference scale (118)

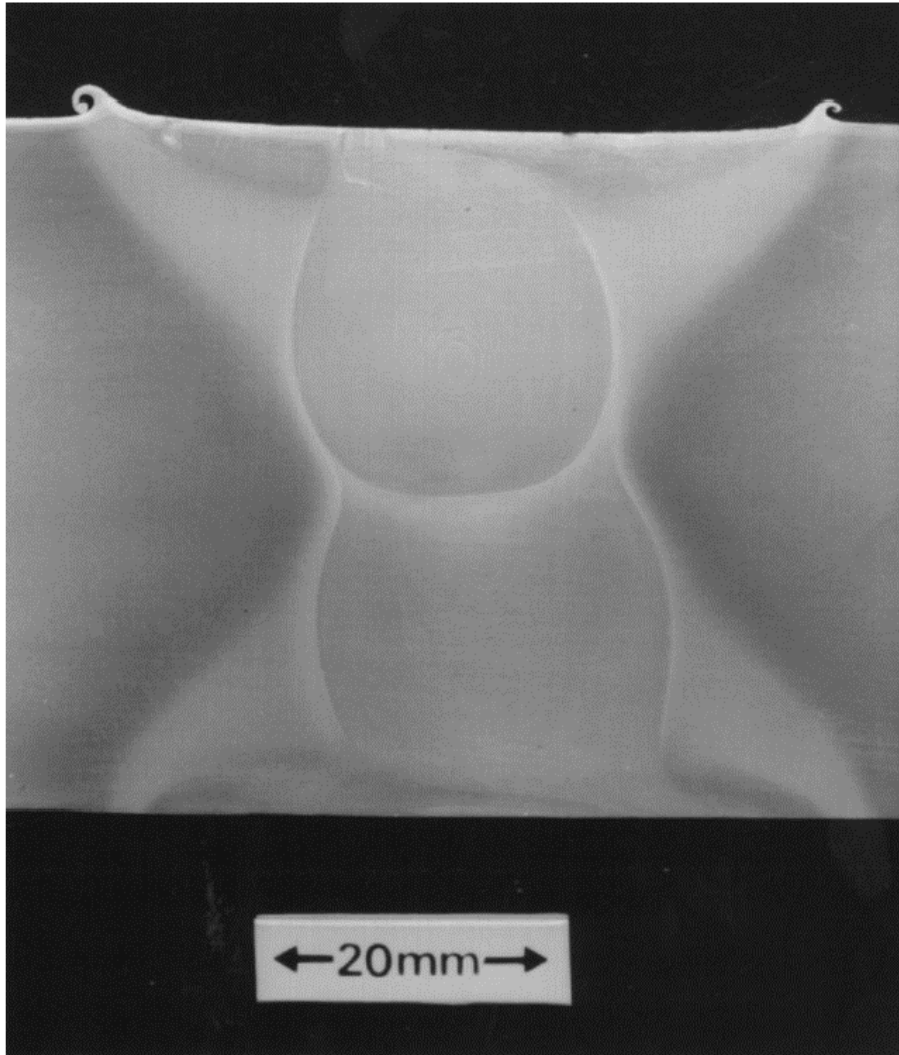


Figura 9-8: example of cross section with reference scale (119)

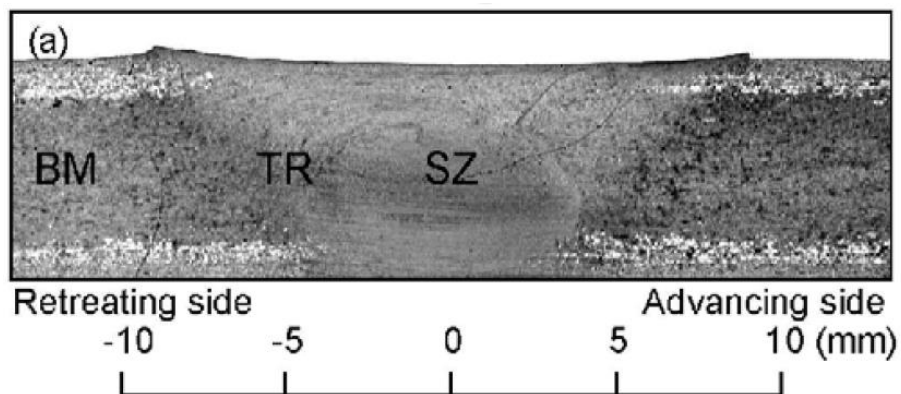


Figura 9-9: example of cross section with reference scale (120)

IMAGES ELABORATIONS AND RESULTS

With the software SOLIDWORKS it is possible to draw over an imported image, with the reference scale I can do it with the correct proportion: it just need to draw a line of specific length (5 mm in this case), import the image and proportionally resize it until the line that was drawn before fit

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

perfectly the reference scale. By this point, a line of 2 mm length will be 2 mm even in the image, so it is possible to create a circumference passing through 3 points of the weld toe. It is not safe at 100%, but it is a good method to have a quantitative size of the radius.

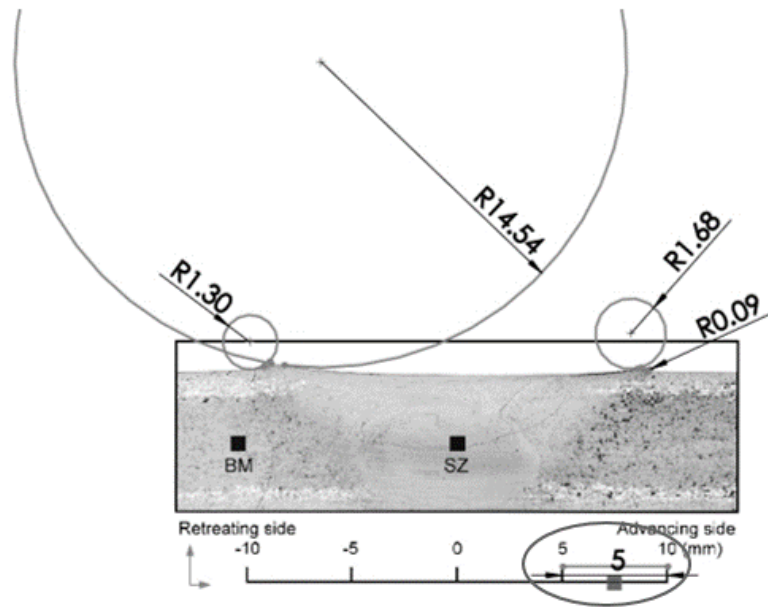


Figura 9-10: example of images elaborations (118)

The quality of these images are not very high; especially in Figura 9-11 it is simple to notice a 90 degree with sharp notch in the advancing side, maybe coming from the weldment process or maybe from the low quality of the image taken from the paper, even zooming it is impossible to define a circumference.

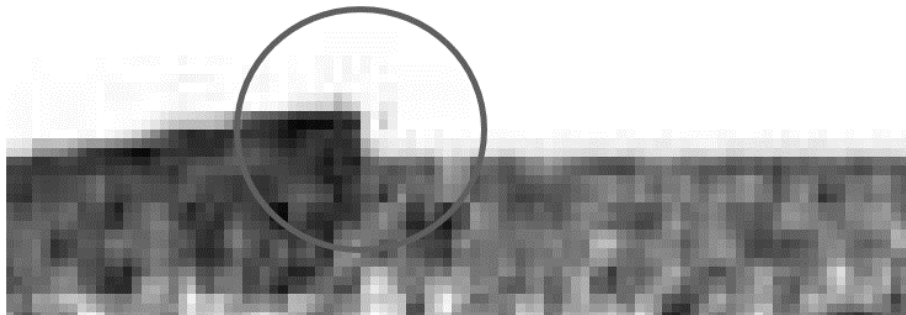


Figura 9-11: zoom of the advancing side in (120)

external radii		internal radii		material	thickness	references
retreating side	advancing side	retreating side	advancing side			
0.42	0.57	0.75	1.16	al	4	(116)
1.30	0.09	14.54	1.68	mg	6.3	(118)
1.22	1.67	5.05	3.90	al	50	(119)
0.89	-	6.96	9.05	mg	2	(120)

Tabella 9-2: recap of fitted radii (dimension in mm)

CONSIDERATION ABOUT THICKNESS REDUCTION

Checking the previous images it is simple to notice a reduction of the cross section in the middle of the weldment [Figura 9-12].

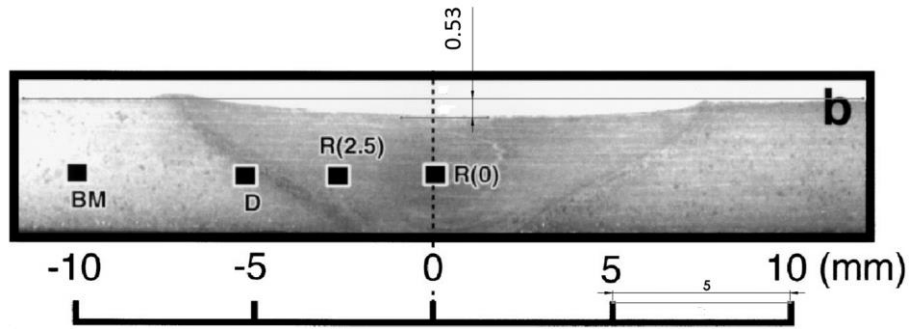


Figura 9-12: distance from the base line and the reduction (116)

After having measured the distance from the base line to the maximum reduction for all geometries I created a table to resume those reductions [Tabella 9-3].

“reduction” is calculated [Equazione 9-1] non considering the reduction of the backside of the weldment because I don’t have any images, I supposed there is no reduction in the lower side.

$$\text{reduction} = -\text{distance}/\text{thickness} * 100$$

Equazione 9-1: reduction formula

<i>thickness</i>	<i>distance</i>	<i>reduction</i>	<i>material</i>	<i>references</i>
4	0.53	-13%	al	(116)
6.3	0.17	-3%	mg	(118)
50	0.78	-2%	al	(119)
2	0.13	-7%	mg	(120)

Tabella 9-3: measured distance (dimension in mm)

CONCLUSIONS

This research reveals that it is not a common practice study the actual radius of the weld toe in FSW. The few collected data shows that for a thickness bigger than 5 mm it is not a bad assumption using the 0.05-1 approach (103) (except for the reference (118) where in the advancing side it is a very small radius, maybe given by a flash, hard to say).

Aluminium seems to give more logical value of radii, especially between the advancing and the retreating side compared to the magnesium alloy.



The
University
Of
Sheffield.

Department of civil and structural engineering

GEOMETRICAL SIMPLIFICATION

First reflections about geometry
and notch effect after the literature
investigations

Tutor

Prof. Luca Susmel
University of Sheffield (UK)

PhD Student

Enrico Maggiolini
University of Ferrara (IT)

INTRODUCTION

After the literature investigations (report 1) we have noticed a different shape from the weldment in the “Leverhulme Trust” and the weldments found in literature [Figura 9-13].

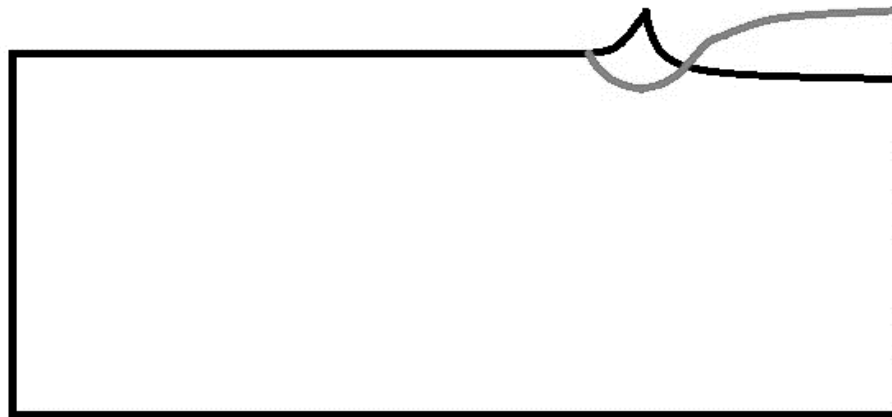


Figura 9-13: Different shape: the grey is the “Leverhulme Trust”

This might be the reason why the resistance of our specimens is lower than the literature reference [Figura 9-14].

2xxx and 6xxx; T5 or T6

R = 0

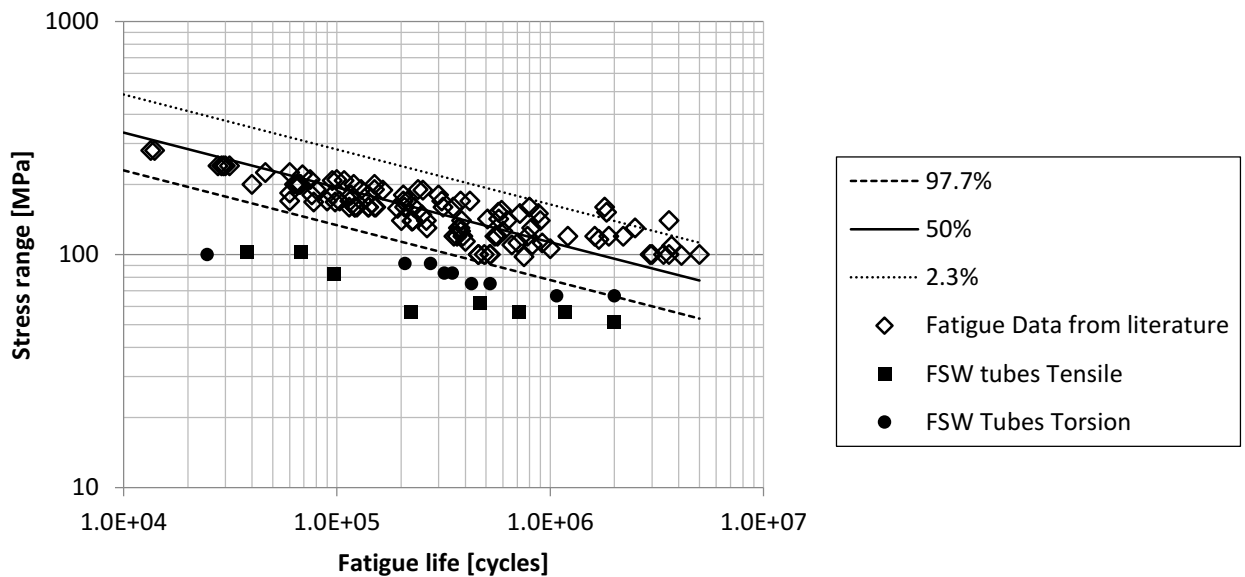


Figura 9-14: Comparison between resistances (121)

STRATEGY

A geometry like the grey in Figure 1 has a bigger stress concentration factor compared to the black in the same figure. To know how big is we need to do a stress analysis and see how and if the resistances in Figura 9-14 will become closer.

For a first quantitative stress analysis I’ve thought to use a simplification about the shape and use the Neuber approach for the notch radius (103): 0.05mm if the thickness is lower or equal than 5mm and use 1mm if the thickness is bigger than 5mm.

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

SHAPE ASSUMPTIONS

To make the first analysis about the different shape we think it is a good assumption replace the real shape with a simple case: shoulder fillets and semicircular notch [Figura 9-15].

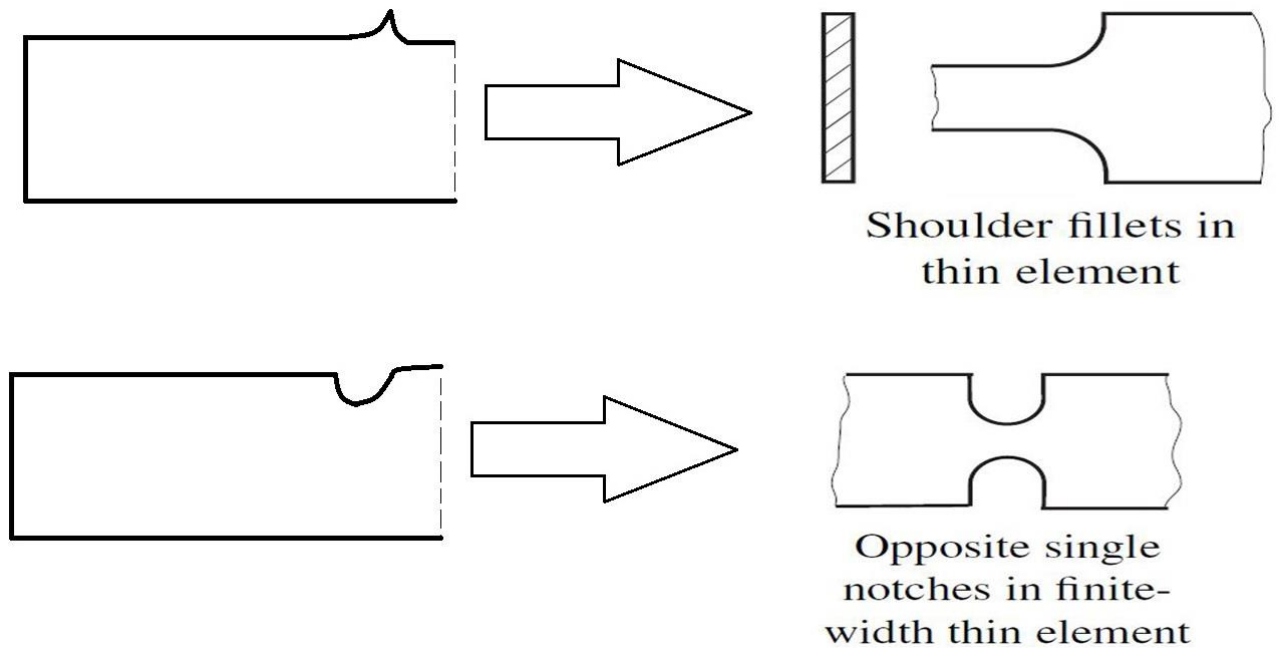


Figura 9-15: Shape simplifications

We do not know what shape the weldment has in the bottom side because in the literature example it was never showed, so we assume it is symmetrical.

All of these simple cases are solved in literature by Peterson's stress concentration factors (60).

STRESS CONCENTRATION FACTORS

Peterson give us some equation and graph to solve these problems [Figura 9-17 Figura 9-16],

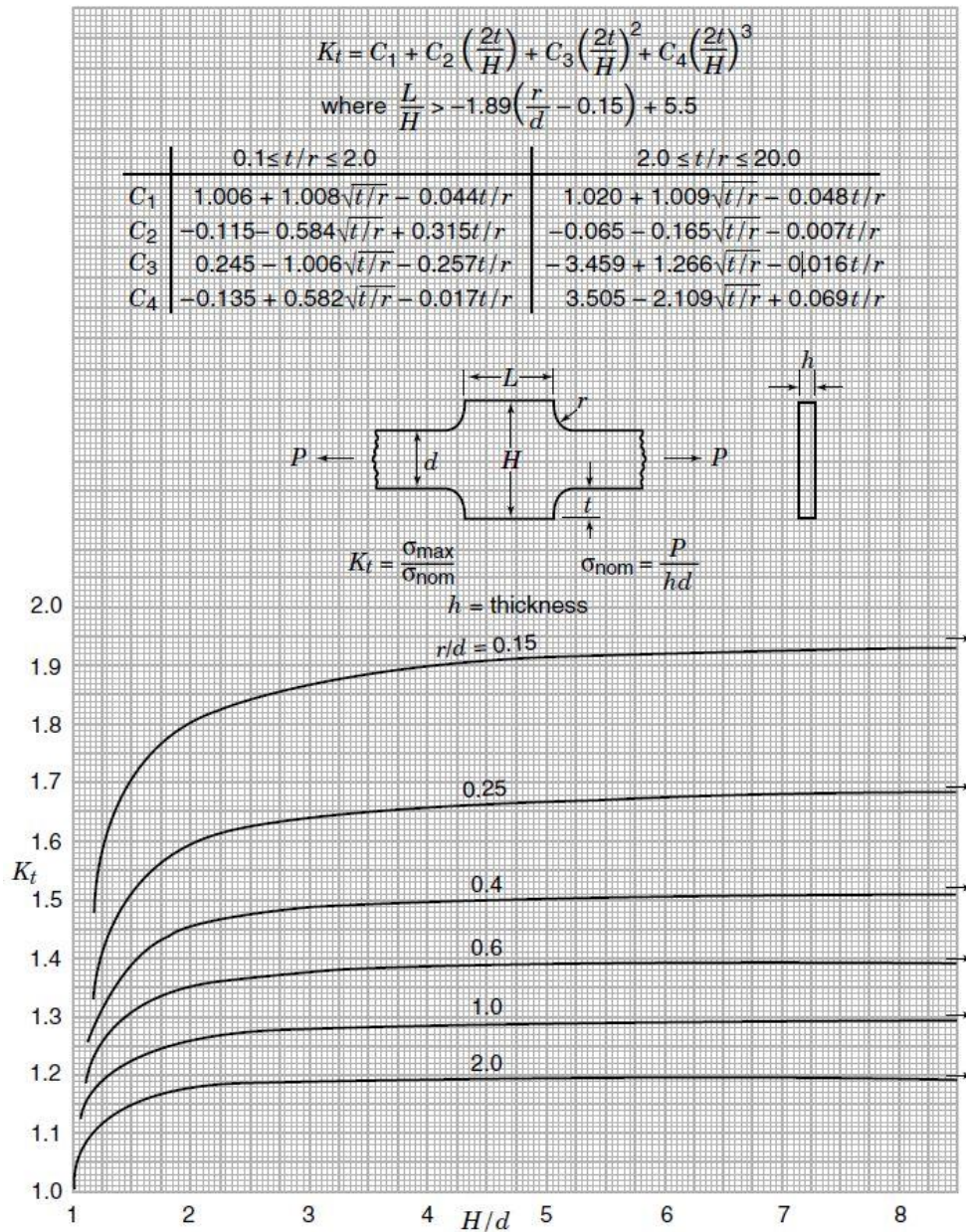


Figura 9-16: Shoulder fillets equation

- L is the weldment's width
- H is the weldment's thickness
- d is the specimen's thickness
- r is the notch radius (90° , so it is equal to t)
- h should be the width of the specimens but we do not have this value

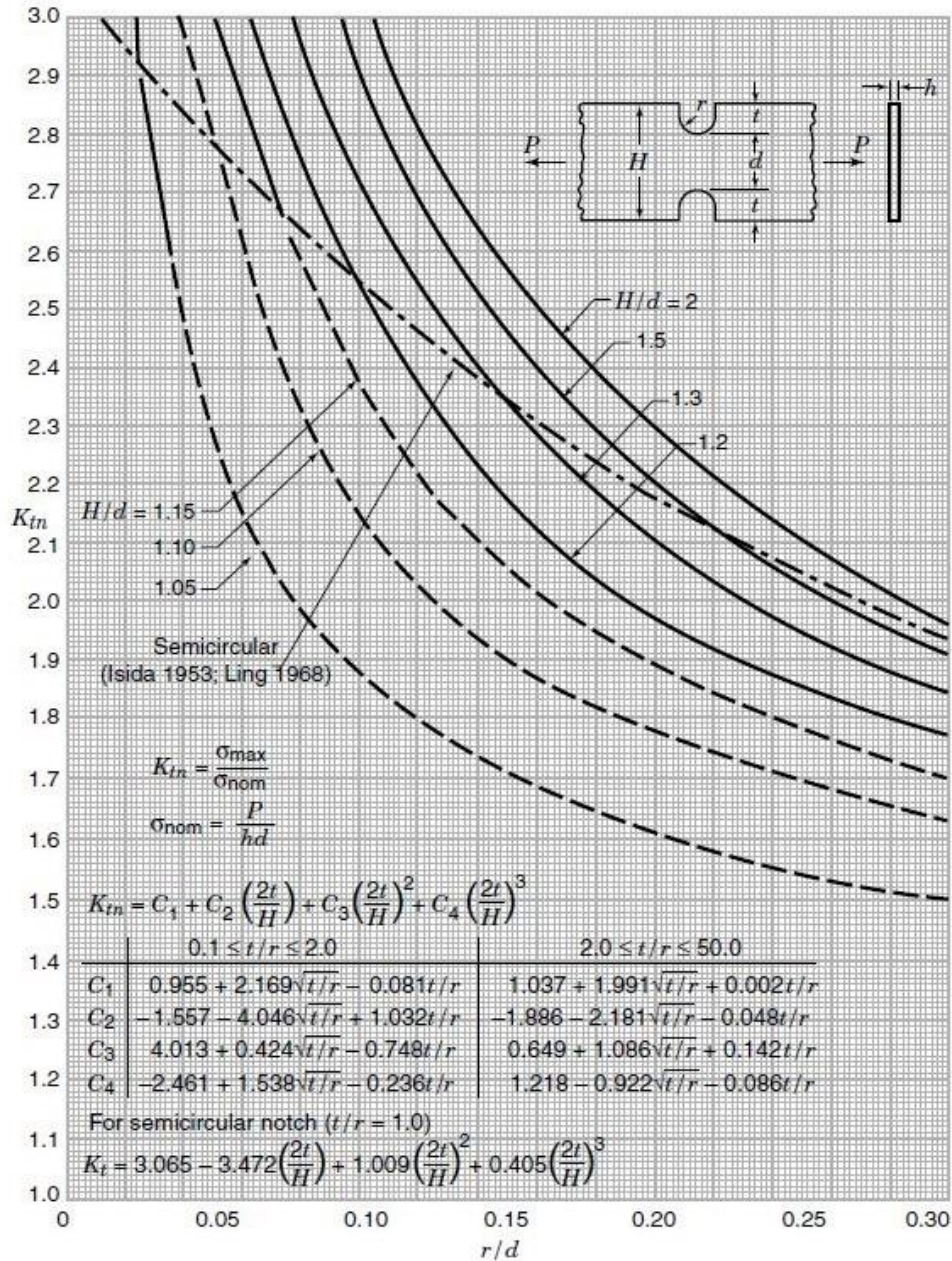


Figura 9-17: Semicircular notch equation

H is the specimen's thickness

d is the weldment's thickness

r is the notch radius (semicircular, so it is equal to t)

h should be the weldment's width, we don't have this value

K_t is function only of the thickness (of the notch radius too but it is function of thickness itself following (103)), so looking the Tabella 9-4 I have all the thickness of every single group, with that I can find the K_t .

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

GROUP	MATERIAL	Thickness [mm]	R	# Data	r	k	$\Delta\sigma_A$ (2 10^6 cycles)	
							50%	97.7% confi. 95%
C-0	AA2014A-T6	6	0.1	7	0.64	2.83	88.75	46.42
C-0	AA6013-T6	1.6	0.1	9	0.94	7.05	134.83	111.91
C-0	AA6013-T6	4	0.1	11	0.99	3.49	72.2	59.74
C-0	A6N01-T5		0.1	12	0.89	10.73	104.69	91.18
C-0	A6N01S-T5	12	0.1	9	0.98	6.73	107.22	95.28
C-0	AA6013-T6 T	4	0.1	14	0.98	3.43	70.68	58.16
C-0	A6N01S-T6 0°	10	0.1	7	0.98	6.3	103.06	91.19
C-0	A6N01S-T6 30°	10	0.1	4	0.98	8.01	111.7	94.05
C-0	A6N01S-T6 60°	10	0.1	4	0.95	8.09	114.66	85.7
C-0	A6N01S-T6 90°	10	0.1	5	0.95	6.66	114.56	92.47
C-0	AA6082-T6	4	0.1	9	0.97	5.26	114.1	98.45
C-0	AA6082-T6	4	0.1	6	0.96	10.15	152.37	135.85
C-0	AA6082-T6	4	0.1	7	0.99	10.39	144.62	134.05
C-0	AA6082-T6	4	0.1	8	0.99	9.13	132.18	121.36
C-1	A6N01S-T5	12	-1	9	0.98	8.51	180.35	160.68
C-1	AA6082-T5		-1	5	0.92	4.97	146.65	80.79
C-1	AA6061-T6	3	-1	11	0.78	8.7	182.18	131.17

Tabella 9-4: Thickness of every single group (122)

RESULTS

A couple of thickness are missing, for those I will consider a Kt equal to the average of other's Kt. Kt for the shoulders fillets goes from 1.82 to 1.96 [Tabella 9-5] and the average is 1.91.

d	radius	Kt
4	0.05	1.96
1.6	0.05	1.94
6	1	1.82
10	1	1.88
12	1	1.90
3	0.05	1.96
-	-	1.91 *avg

Tabella 9-5: Kt of literature's geometry

Kt for the semicircular notch is 2.95 (the thickness is 3mm, so notch radius is 0.05 mm).

With these Kt the difference between the resistance of the literature data and the data taken from test made in Ferrara is decreased, especially for R=0.1 [Figura 9-18]

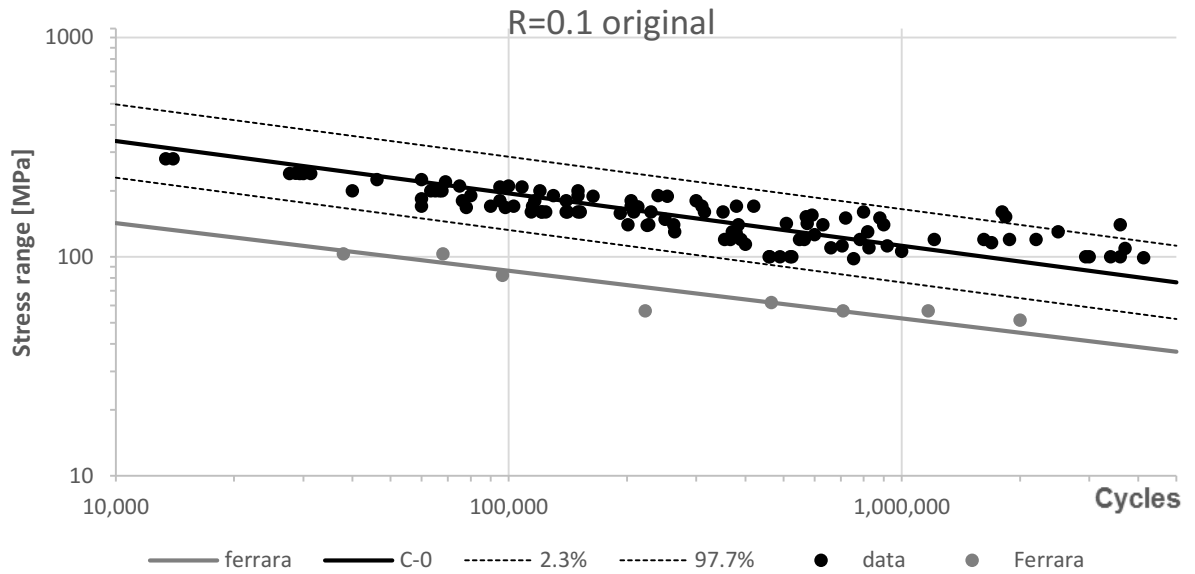


Figura 9-18: Comparison between resistance of Ferrara data and literature C-0 (R=0.1)

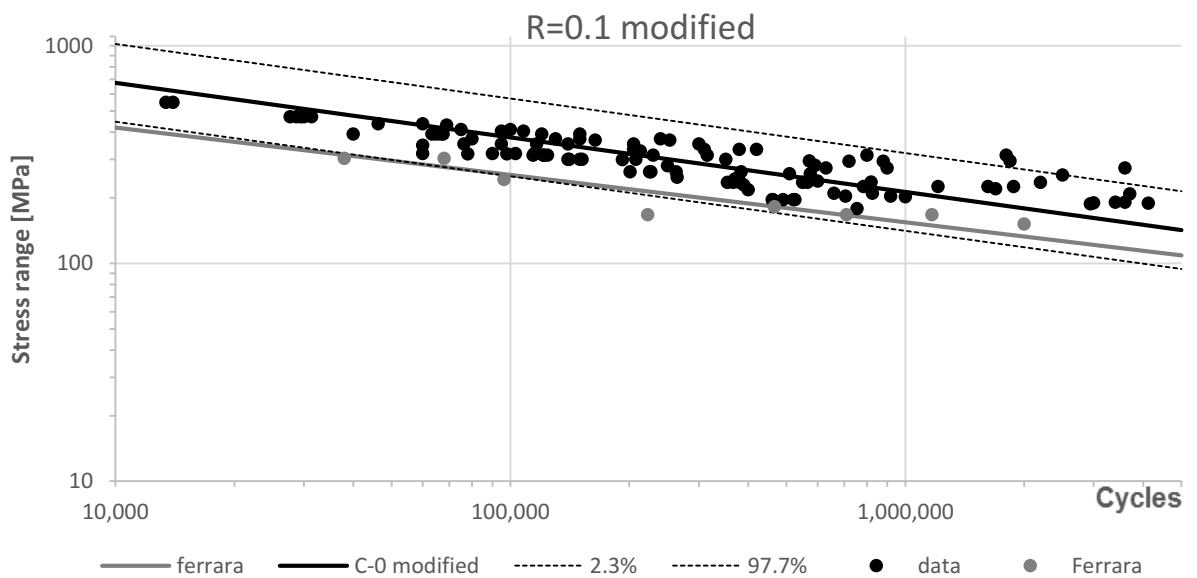


Figura 9-19: Comparison between resistance of Ferrara data and literature C-0, both modified by Peterson's K_t (R=0.1)

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

ORIGINAL R=0.1

cycles	tension		band	
	FERRARA 0.1	C-0		
10,000	90.8	229.7	lower	2.3%
5,000,000	23.5	52.0	lower	
10,000	223.6	496.1	upper	97.7%
5,000,000	57.9	112.4	upper	
10,000	142.5	337.6	trend	50%
5,000,000	36.9	76.4	trend	

Tabella 9-6: Graph values

MODIFIED R=0.1

cycles	tension		band	
	FERRARA 0.1	C-0		
10,000	267.8	447.1	lower	2.3%
5,000,000	69.3	94.3	lower	
10,000	659.8	1017.2	upper	97.7%
5,000,000	170.8	214.5	upper	
10,000	420.4	674.4	trend	50%
5,000,000	108.8	142.2	trend	

Tabella 9-7: Graph values

Due to the bigger thickness, the difference between original and modified in $R=-1$ is not so high like in $R=0.1$

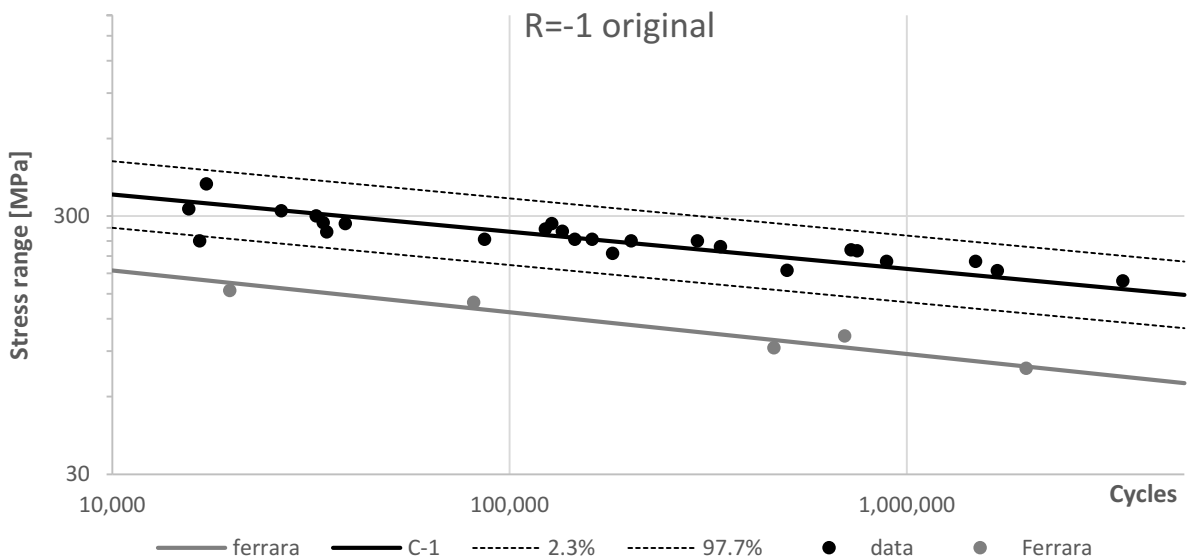


Figura 9-20: Comparison between resistance of Ferrara data and literature C-1 ($R=-1$)

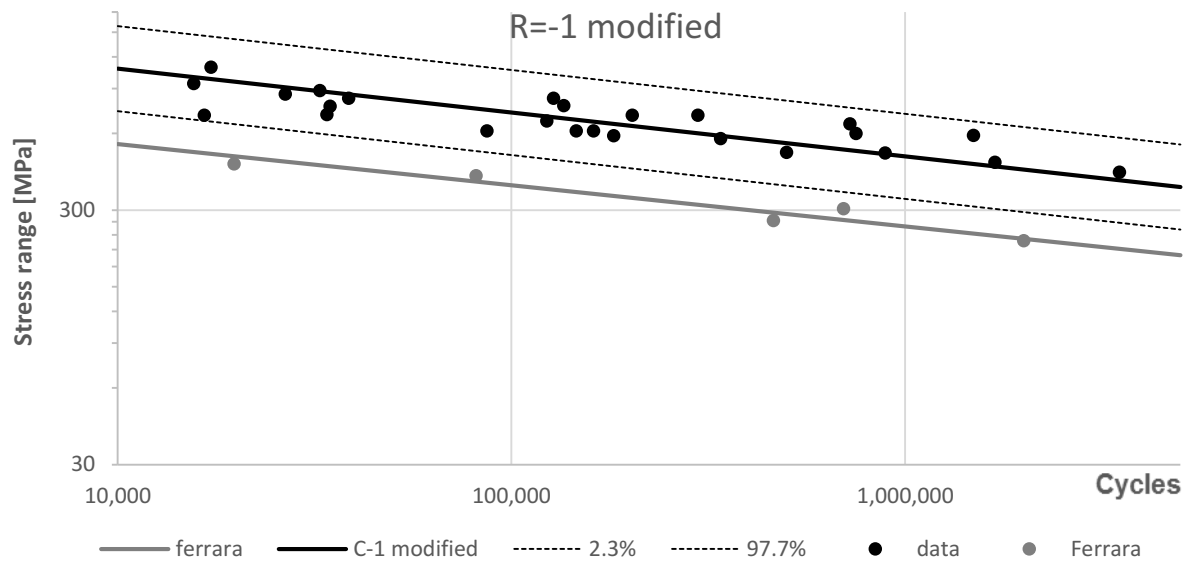


Figura 9-21: Comparison between resistance of Ferrara data and literature C-1, both modified by Peterson's K_t ($R=-1$)

ORIGINAL $R=-1$

cycles	tension		band	
	FERRARA	C-1		
10,000	123.2	270.3	lower	2.3%
5,000,000	45.1	110.4	lower	
10,000	277.0	489.6	upper	97.7%
5,000,000	101.4	200.0	upper	
10,000	184.7	363.8	trend	50%
5,000,000	67.6	148.6	trend	

Tabella 9-8: Graph values

MODIFIED $R=-1$

cycles	tension		band	
	FERRARA	C-1		
10,000	363.5	734.1	lower	2.3%
5,000,000	133.1	251.6	lower	
10,000	817.3	1584.5	upper	97.7%
5,000,000	299.1	543.0	upper	
10,000	545.1	1078.5	trend	50%
5,000,000	199.5	369.6	trend	

Tabella 9-9: Graph values

CONSIDERATIONS

Sincerely I do not think that L (weldment width) over H (thickness of the weldment) is bigger than the value that Peterson propose [Figura 9-20], but I considered as true. For a first approximation it is possible that the lower values of resistant seen in our specimens is due to geometrical effect given by the weldment process. The next step could be take the picture of the real tubes geometry and do the finite element stress analysis with the real shape.



The
University
Of
Sheffield.

Department of civil and structural engineering

FEM STRESS ANALYSIS

Finite element analysis on the
actual weldment profile under pure
tensile load

Tutor
Prof. Luca Susmel
University of Sheffield (UK)

PhD Student
Enrico Maggiolini
University of Ferrara (IT)

STARTING POINT

On Report 2 it shown how the geometry simplification with Peterson stress intensity factor (60) reduce the difference between the Ferrara specimens and the literature references S-N curves. A doubt remains: is that difference due to the different weldment shape seen in literature compared to ours specimens, to metallurgical properties of these weldment or maybe due to the process that keep the tool fixed and move the specimen (usually in a FSW the specimens is fixed and the tool is moving)?

To understand how important is the shape and how truthful was the Peterson factors with the geometry simplification in this problem I thought it is a good idea to perform a Finite Element Model of the real geometry and find the K_t (defined as $\sigma_{max}/\sigma_{nom}$) to modify the S-N curves from the nominal to the local values of stresses.

FIRST CONSIDERATIONS ABOUT MODEL

All the CAD geometries are drawn in Solidworks, the stress analysis are made in Ansys Mechanical software, for all the meshes I look forward to reach the convergence and I do a mapped mesh in the interested zone (free mesh on the other area of the body). With these requirements, a pure tensile unitary load will be applied.

SHAPE CHOICE

For the literature model I chose to use geometries seen in (116) (118) (119) (120) and for the tubes tested in Ferrara I use the photo sent by the South Africa crew who made the weldment.

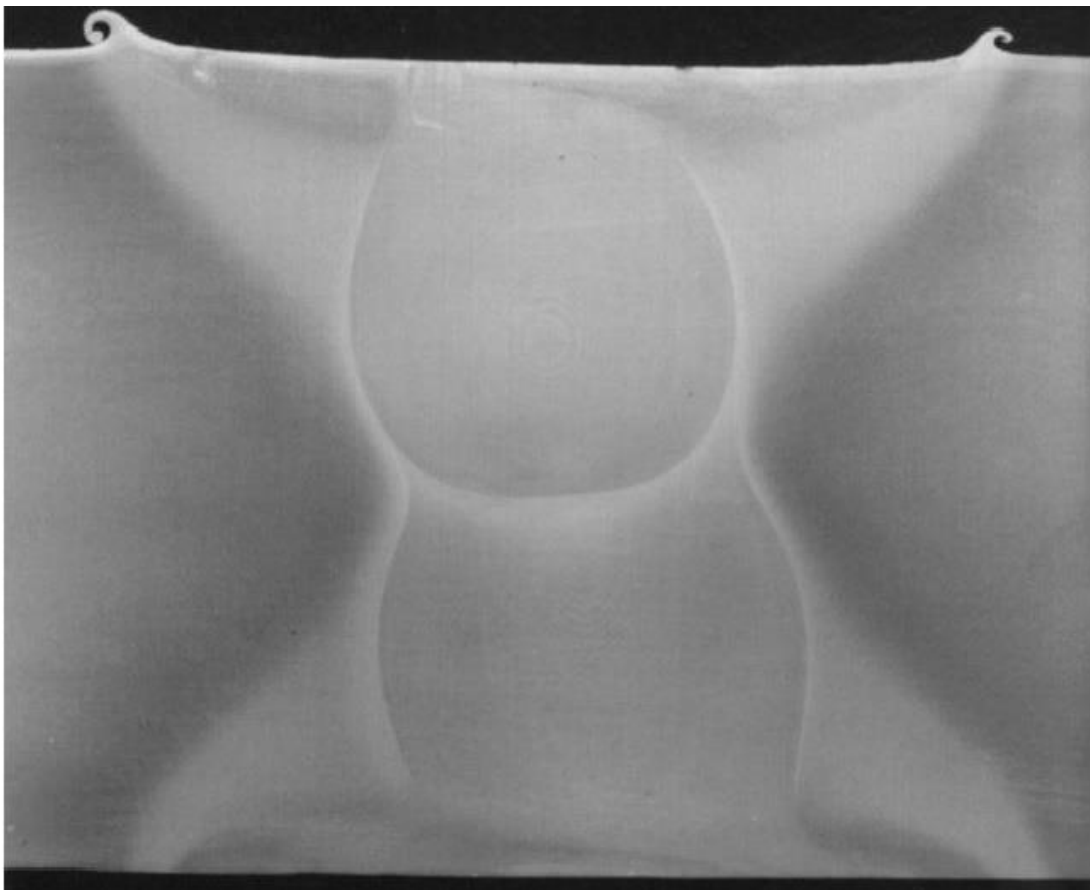


Figura 9-22: Shape taken from (119)

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

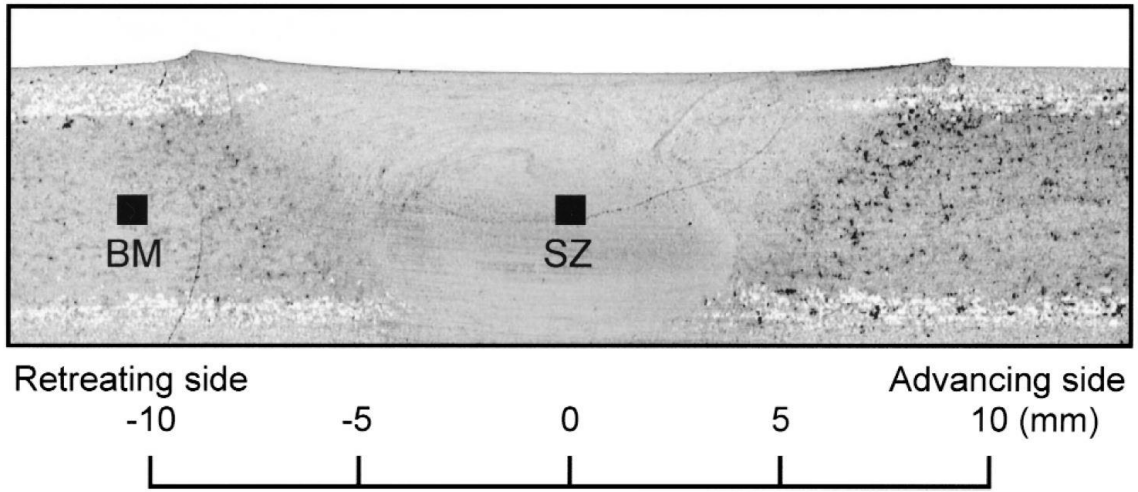


Figura 9-23: Shape taken from (118)

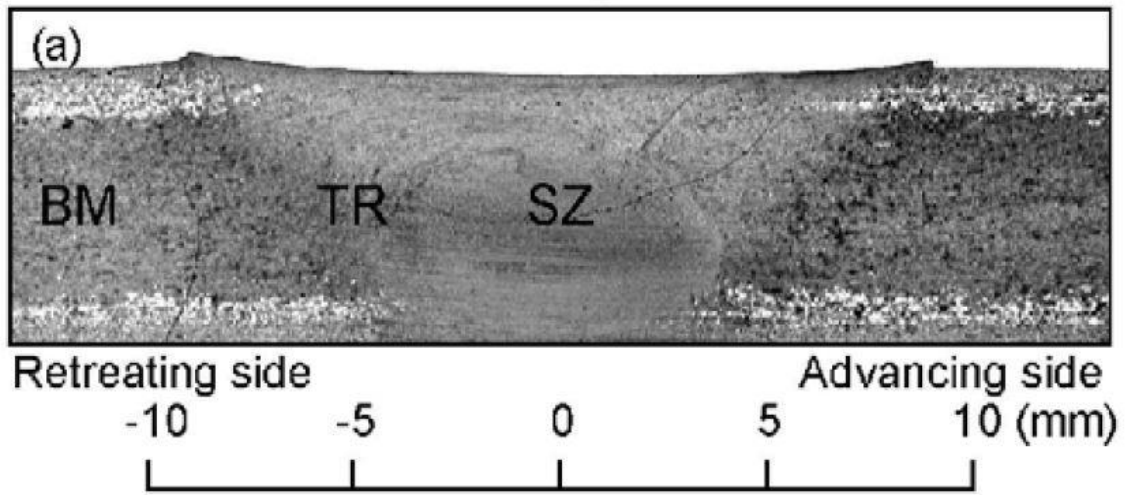


Figura 9-24: Shape taken from (120)

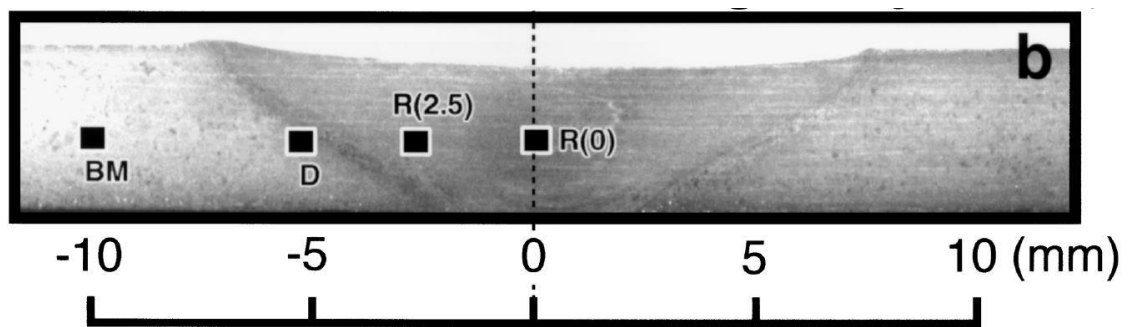


Figura 9-25: Shape taken from (116)

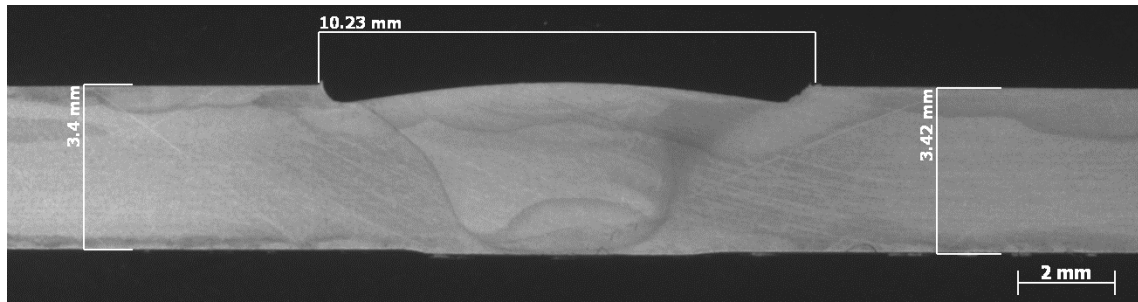


Figura 9-26: one of the pictures sent by the South Africa crew

2D CAD GEOMETRIES CREATION

With Solidworks, it is possible to load an image and drawn 2D CAD model over it to recreate the perfect shape in a vectorial language [Figura 9-76]. Unfortunately Ansys Mechanical do not support the 2D CAD import so I have to export all points coordinates from Solidworks and create keypoint in Ansys one by one, after having defined all the keypoints it is simple to connect them with spline and straight lines [Figura 9-28].

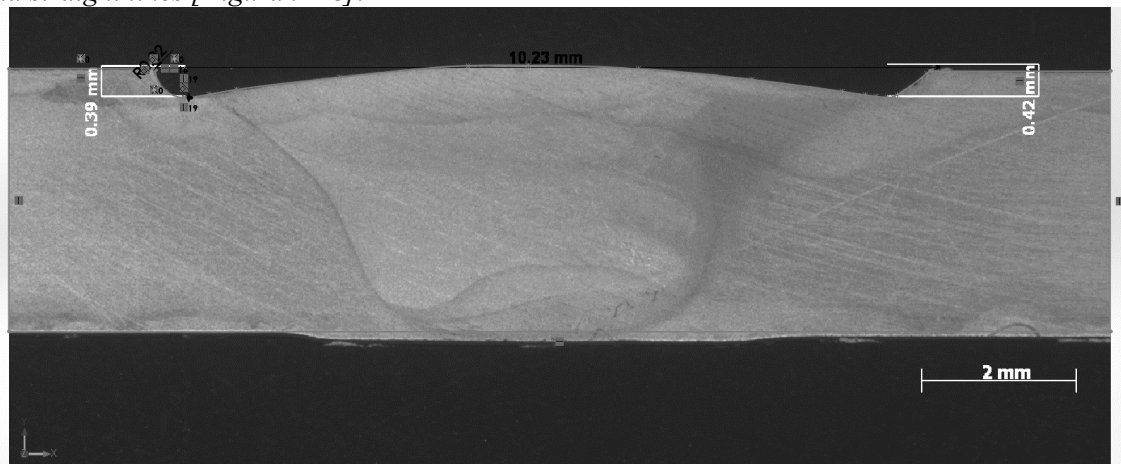


Figura 9-27: Example of CAD creation (blue lines) over an imported image

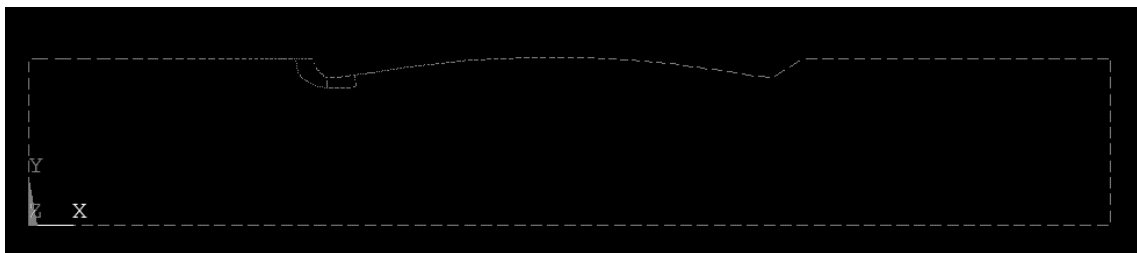


Figura 9-28: 2D geometry in Ansys Mechanical

MESH

Element type: 2D solid 183, 8 nodes.

First, I did a free mesh over all the geometry, I set the load and boundary condition then I looked for the maximum value of the first principal stress. Found the point where the stress is maximum I drawn an area surrounding it (hot zone) within create a mapped mesh [Figura 9-30]. On the external area I leave a free mesh caring to not have any shape element problems [Figura 9-76]. After that, I solved the model again and I start the mesh convergence process (for all models 0.02mm it was a good value for element size).

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

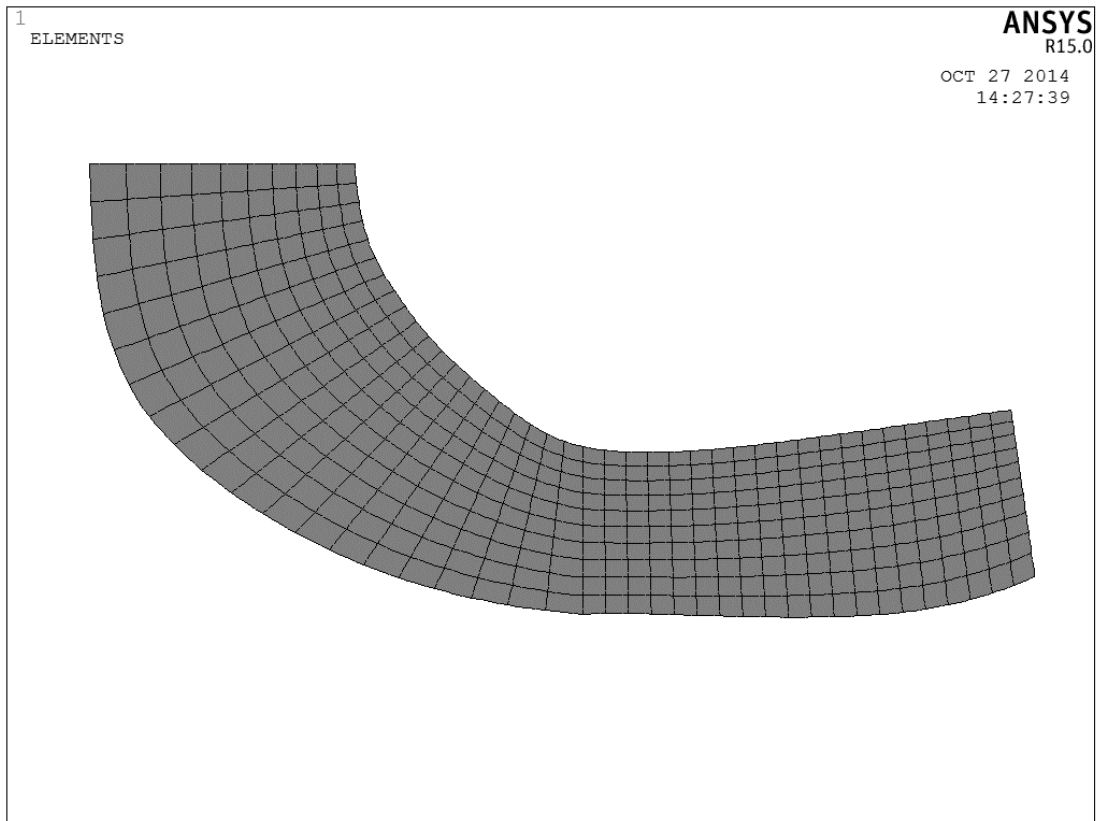


Figura 9-29: Hot Zone with a mapped mesh (element size 0.02mm)

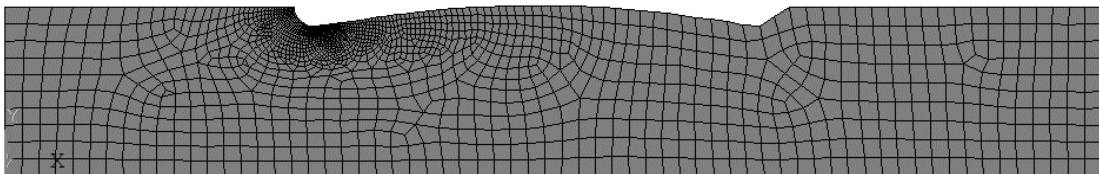


Figura 9-30: Entire model mesh

MATERIAL PROPERTIES

<i>Ref.</i>	<i>material</i>	<i>E [GPa]</i>	<i>Thickness [mm]</i>
(118)	AZ61	46	6.3
(119)	6082 T6	69	50
(120)	AZ61	46	2
(116)	6063 T5	69	4
Ferrara	6082 T6	69	2.9

Tabella 9-10: Material properties

Poisson's ratio is 0.33 for aluminum and 0.35 for Al-Mg alloy

LOAD AND CONSTRAINTS



Figura 9-31: Load and constraints

On the red side: Pressure $\sigma_{nom}=1$ MPa direct on the left (-x)

On the blue side: Displacement $Y=0$

On the violet side: Displacement $X=0$

RESULTS

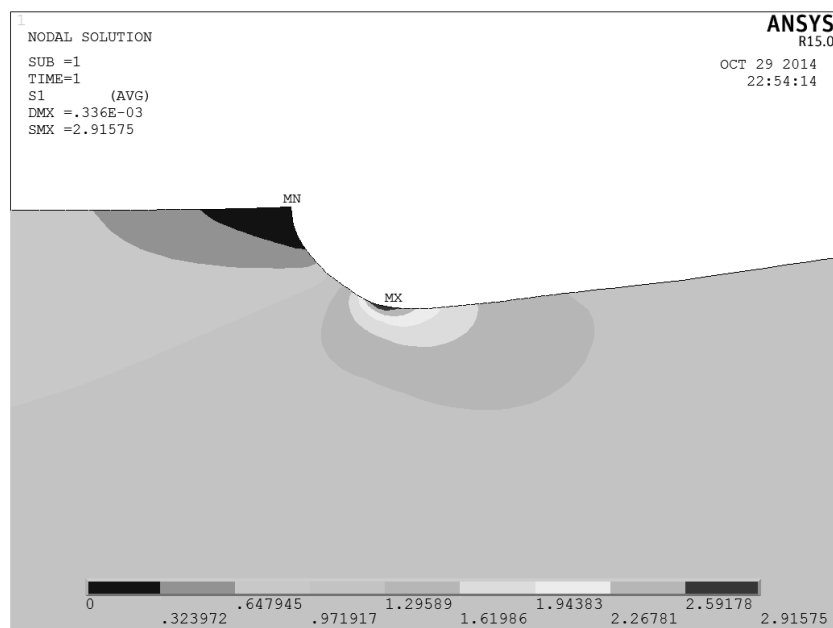


Figura 9-32: example of result (plot of the first principal stress)

The location of the point with maximum first principal stress never correspond to the point of minimum thickness [Figura 9-33].

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

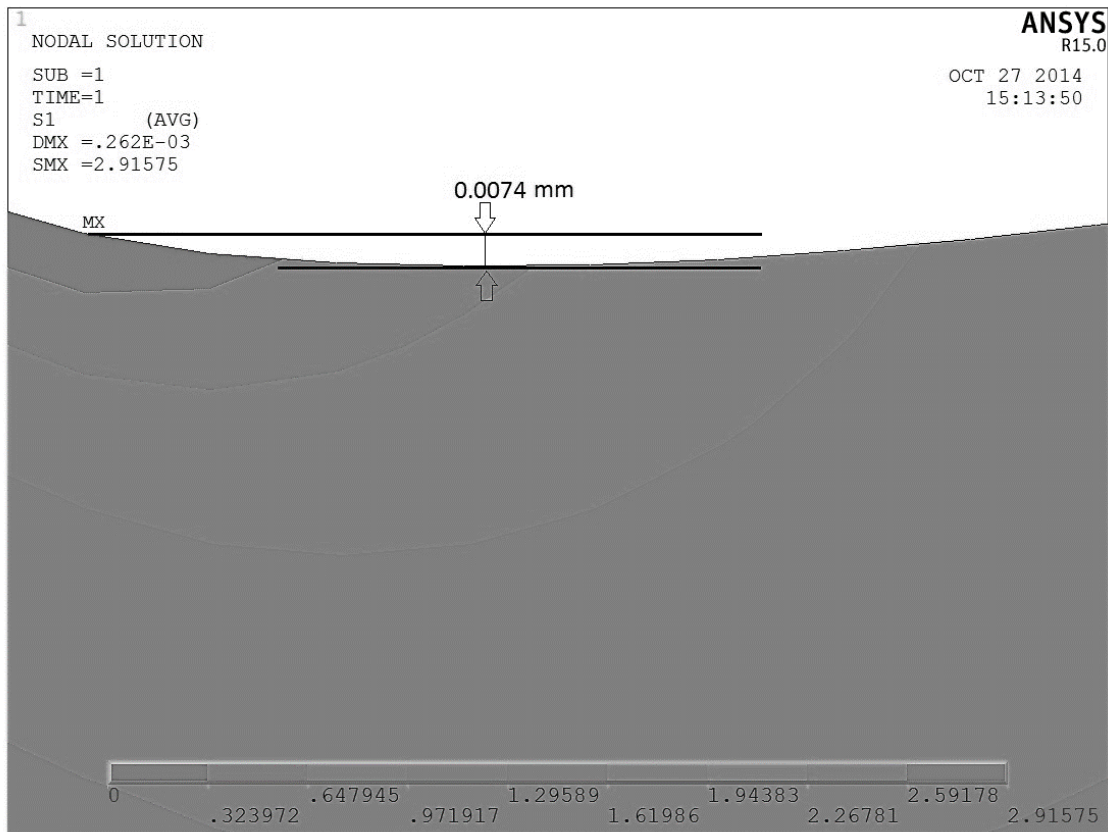


Figura 9-33: Position of the maximum stress point

I found all the five geometries K_t :

<i>ref</i>	<i>material</i>	<i>K_t</i>
(118)	AZ61	1.567
(119)	6082 T6	1.399
(120)	AZ61	1.722
(116)	6063 T5	1.433
<i>Ferrara</i>	6082 T6	2.916

Tabella 9-11: K_t for the five geometries

For the literature geometries, shapes are not so much different from each other and K_t are not too despite the material is not always the same, but I decide to take an average of only the aluminum K_t (equal to 1.416) and use it to modify the reference S-N curves made with aluminum 6xxx and 5xxx T6 specimens in (121)

CONCLUSIONS

To switch from the nominal tension S-N curve to the local tension S-N curves, reference graph (121) it has been modified with $K_t=1.416$ and Ferrara curves with $K_t=2.916$

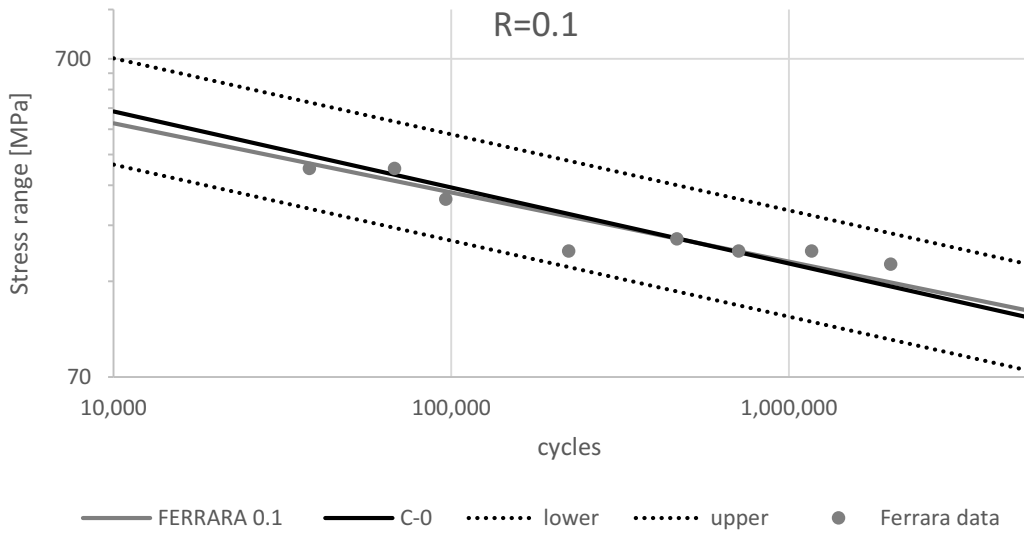


Grafico 9-1: S-N local curves for R=0.1 (bands 97.7%, $k_{Ferrara}=4.60$, $k_{C-0}=4.18$)

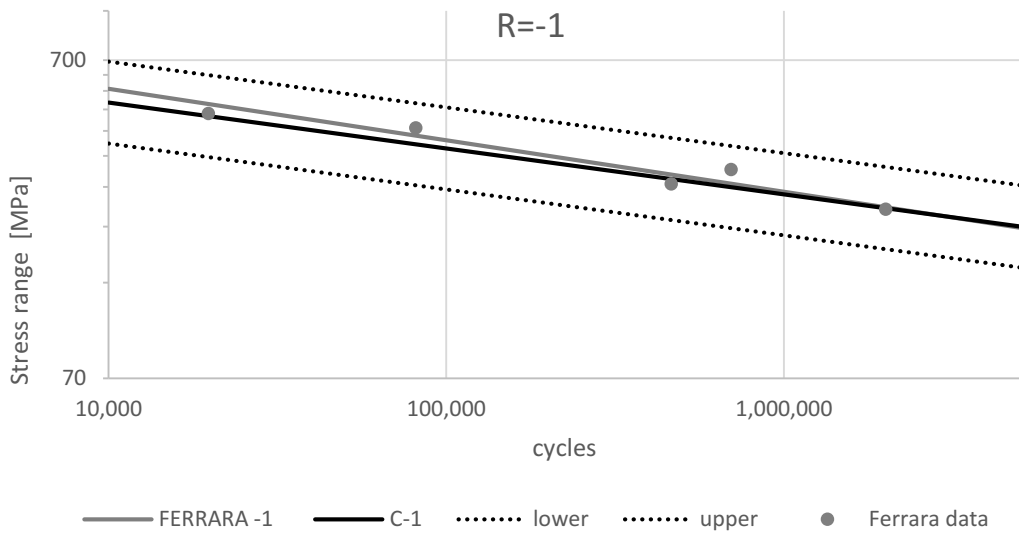


Grafico 9-2: S-N local curves for R=-1 (bands 97.7%, $k_{Ferrara}=6.18$, $k_{C-1}=6.94$)

As it can be seen in the graphs the local resistances measured in Ferrara now perfectly match the references taken from literature despite the little difference in the slope.

All of these considerations are efficient only because we suppose that the reference curves made in (121) and shown in Grafico 9-1 and Grafico 9-2 are made by a data with equivalent geometries shown in Figura 9-22-Figura 9-25, even if it could not be true because in the papers taken to create the curves there are not the pictures of the geometries.

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

FERRARA 0.1

<i>cycles</i>	<i>tension</i>	<i>band</i>	
10,000	280	lower	2.3%
5,000,000	72	lower	
10,000	689	upper	97.7%
5,000,000	178	upper	
10,000	439	trend	50%
5,000,000	114	trend	

C-0

<i>cycles</i>	<i>tension</i>	<i>band</i>	
10,000	325	lower	2.3%
5,000,000	74	lower	
10,000	702	upper	97.7%
5,000,000	159	upper	
10,000	478	trend	50%
5,000,000	108	trend	

Tabella 9-12: Graph 1 values

FERRARA -1

<i>cycles</i>	<i>tension</i>	<i>band</i>	
10,000	380	lower	2.3%
5,000,000	139	lower	
10,000	853	upper	97.7%
5,000,000	312	upper	
10,000	569	trend	50%
5,000,000	208	trend	

C-1

<i>cycles</i>	<i>tension</i>	<i>band</i>	
10,000	383	lower	2.3%
5,000,000	156	lower	
10,000	693	upper	97.7%
5,000,000	283	upper	
10,000	515	trend	50%
5,000,000	210	trend	

Tabella 9-13: Graph 2 values



The
University
Of
Sheffield.

Department of civil and structural engineering

FEM STRESS ANALYSIS

Finite element analysis on the
actual weldment profile under pure
tensile load

Tutor
Prof. Luca Susmel
University of Sheffield (UK)

PhD Student
Enrico Maggiolini
University of Ferrara (IT)

STARTING POINT

On Report 2 it shown how the geometry simplification with Peterson stress intensity factor (60) reduce the difference between the Ferrara specimens and the literature references S-N curves. A doubt remains: is that difference due to the different weldment shape seen in literature compared to ours specimens, to metallurgical properties of these weldment or maybe due to the process that keep the tool fixed and move the specimen (usually in a FSW the specimens is fixed and the tool is moving)?

To understand how important is the shape and how truthful was the Peterson factors with the geometry simplification in this problem I thought it is a good idea to perform a Finite Element Model of the real geometry and find the K_t (defined as $\sigma_{max}/\sigma_{nom}$) to modify the S-N curves from the nominal to the local values of stresses.

FIRST CONSIDERATIONS ABOUT MODEL

All the CAD geometries are drawn in Solidworks, the stress analysis are made in Ansys Mechanical software, for all the meshes I look forward to reach the convergence and I do a mapped mesh in the interested zone (free mesh on the other area of the body). With these requirements, a pure tensile unitary load will be applied.

SHAPE CHOICE

For the literature model I chose to use geometries seen in (116) (118) (119) (120) and for the tubes tested in Ferrara I use the photo sent by the South Africa crew who made the weldment.

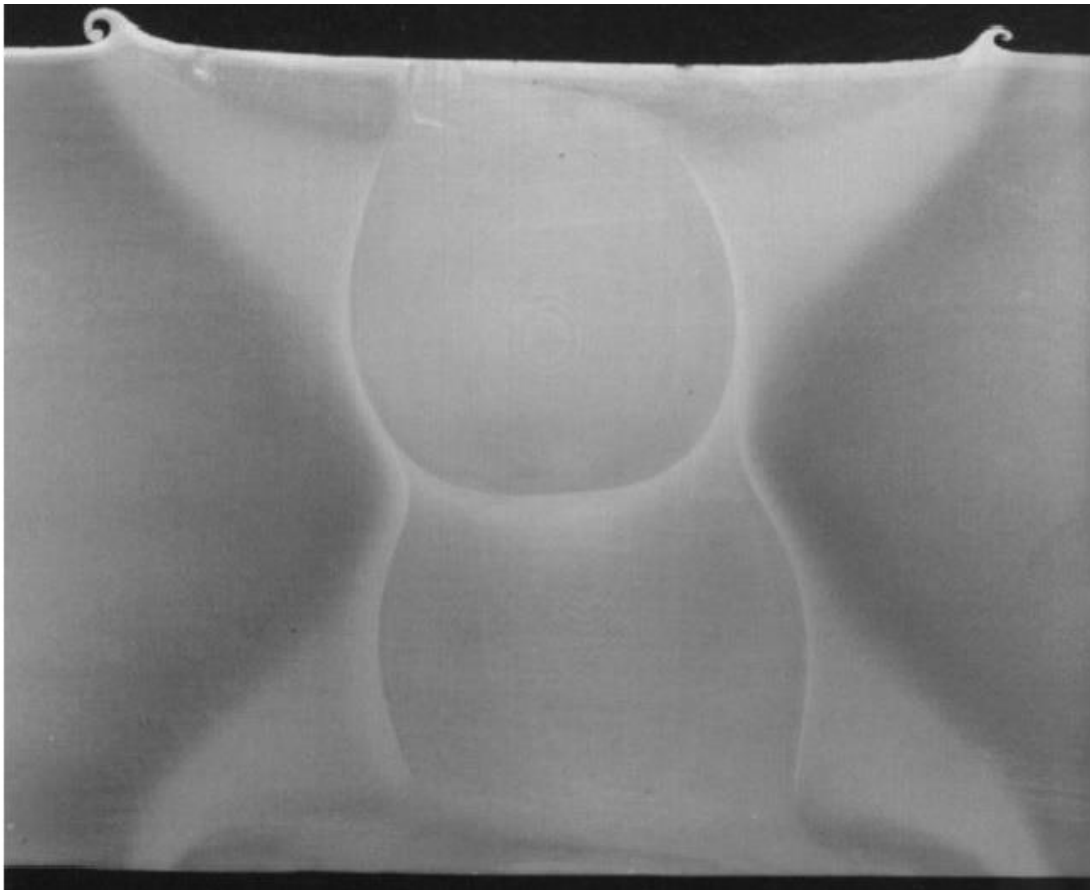


Figura 9-34: Shape taken from (119)

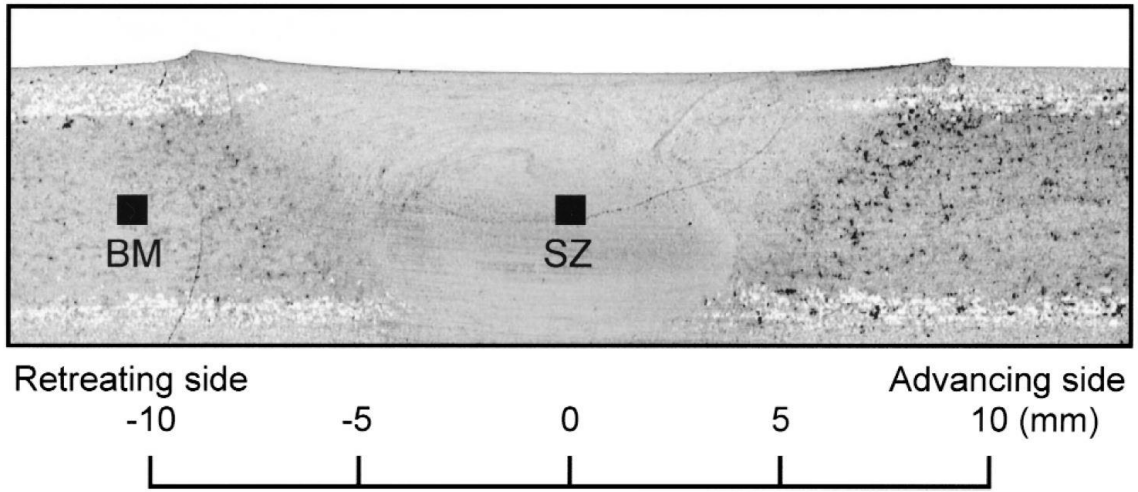


Figura 9-35: Shape taken from (118)

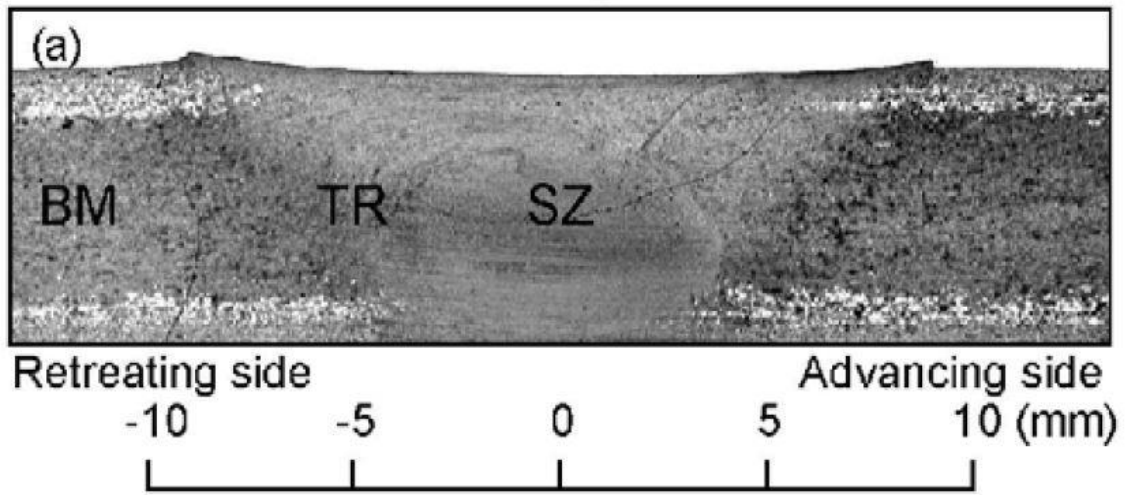


Figura 9-36: Shape taken from (120)

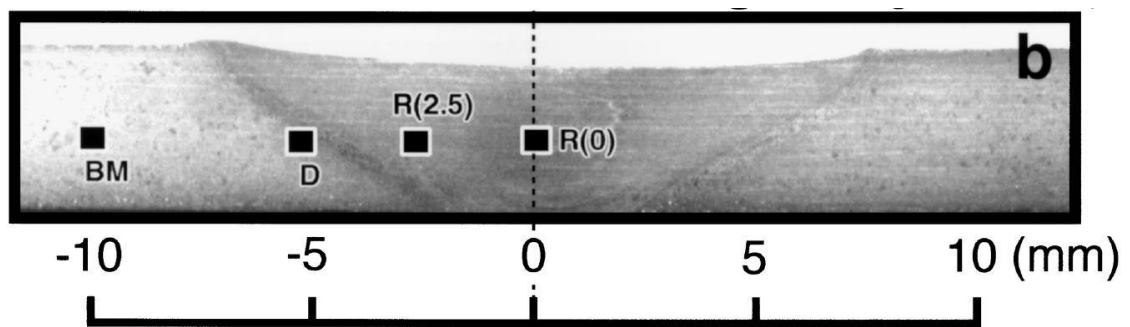


Figura 9-37: Shape taken from (116)

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

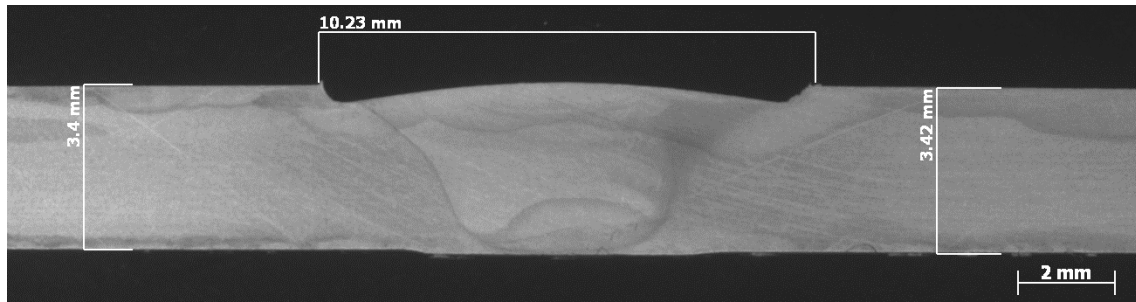


Figura 9-38: one of the pictures sent by the South Africa crew

2D CAD GEOMETRIES CREATION

With Solidworks, it is possible to load an image and drawn 2D CAD model over it to recreate the perfect shape in a vectorial language [Figura 9-39]. Unfortunately Ansys Mechanical do not support the 2D CAD import so I have to export all points coordinates from Solidworks and create key point in Ansys one by one, after having defined all the key points it is simple to connect them with spline and straight lines [Figura 9-40].

For the sake of simplicity the entire geometry was split in half [Figura 9-40]

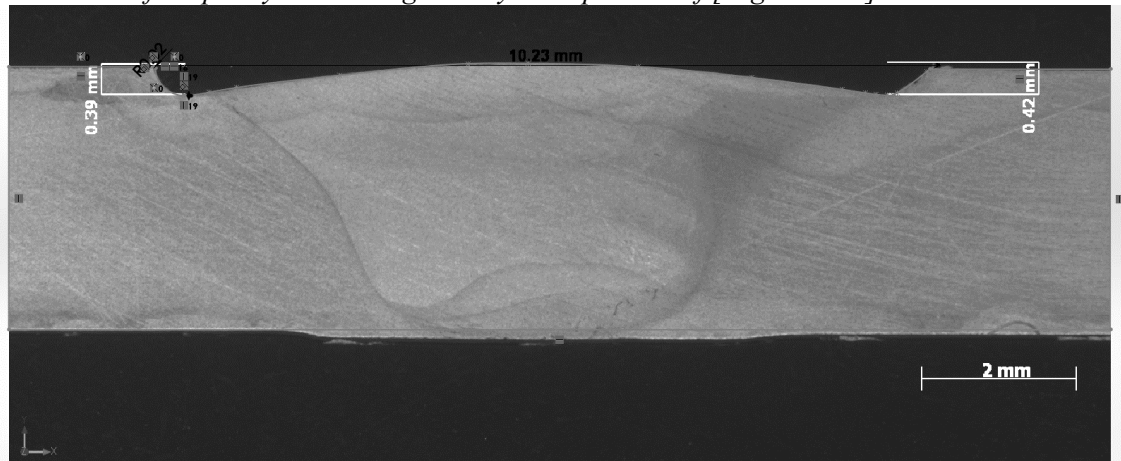


Figura 9-39: Example of CAD creation (blue lines) over an imported image



Figura 9-40: 2D geometry in Ansys Mechanical

MESH

Element type: 2D solid 83, 8 nodes.

First, I did a free mesh over all the geometry, I set the load and boundary condition then I looked for the maximum value of the first principal stress. Found the point where the stress is maximum I drawn an area surrounding it (hot zone) within create a mapped mesh [Figura 9-41]. On the external area, I leave a free mesh caring to not have any shape element problems [Figura 9-42]. After that, I solved the model again and I start the mesh convergence process (for all models 0.02mm it was a good value for element size).

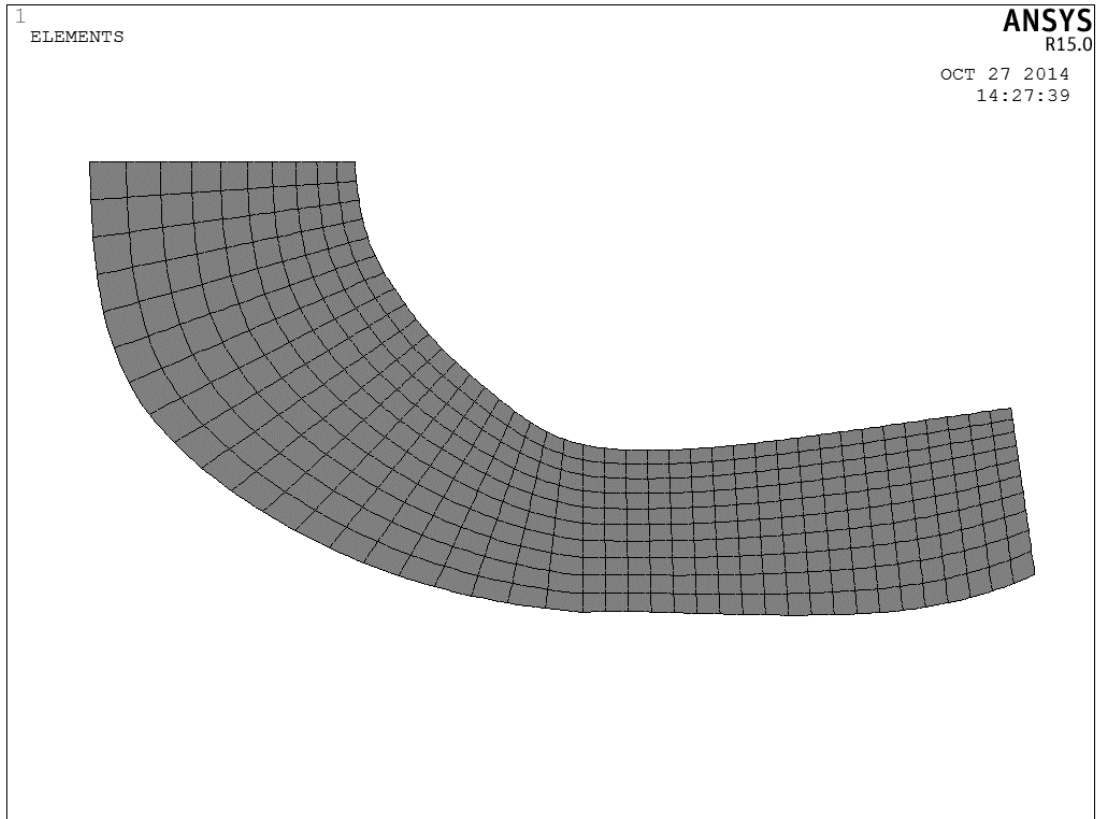


Figura 9-41: Hot Zone with a mapped mesh (element size 0.02mm)

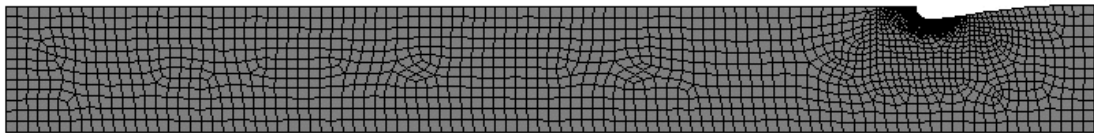


Figura 9-42: Model mesh

MATERIAL PROPERTIES

<i>material</i>	<i>E [GPa]</i>	<i>Thickness [mm]</i>	<i>Poisson's ratio</i>
6082 T6	69	3.4	0.33

Tabella 9-14: Material properties

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

LOAD AND CONSTRAINTS

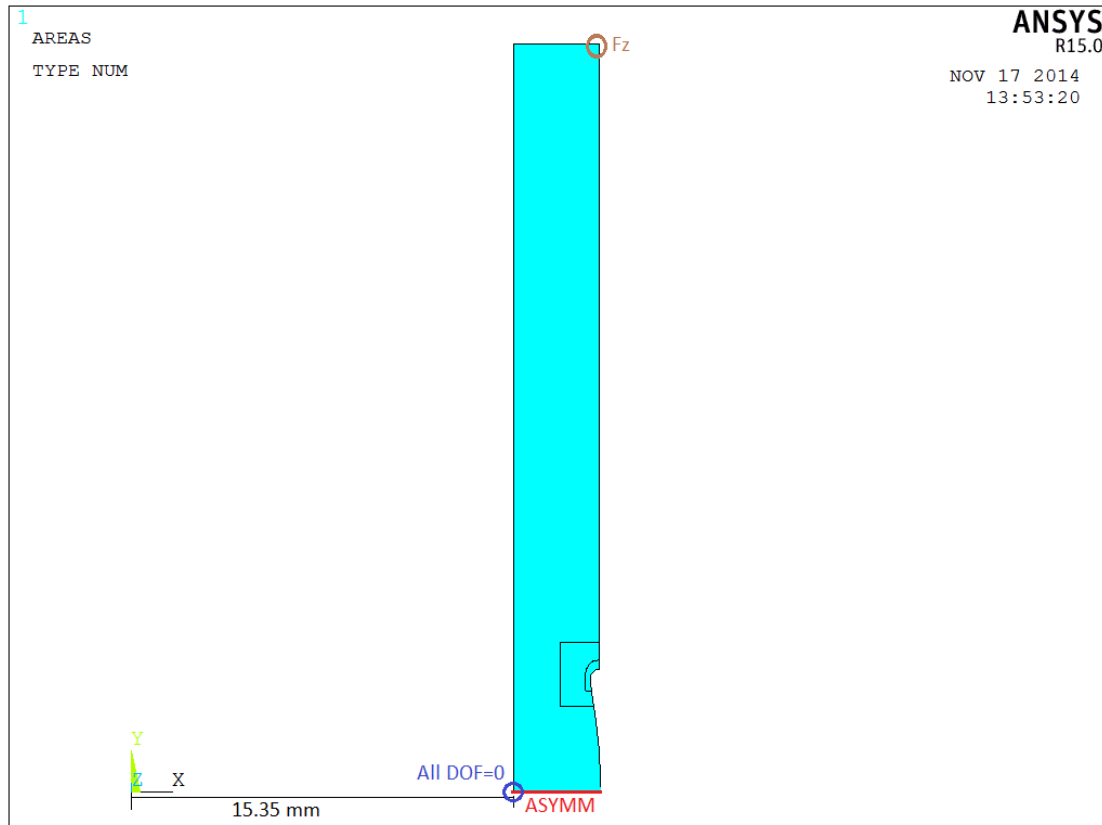


Tabella 9-15: Load and constraints

On the red side: Antisymmetry

On the blue circle (key point): Displacement all DOF=0

On the brown circle (key point): Force Z=308.172

Force is been applied to obtain a nominal stress on the external side of the tube [Figura 9-43]

Element 83 consider the axis X=0 as an antisymmetry axis

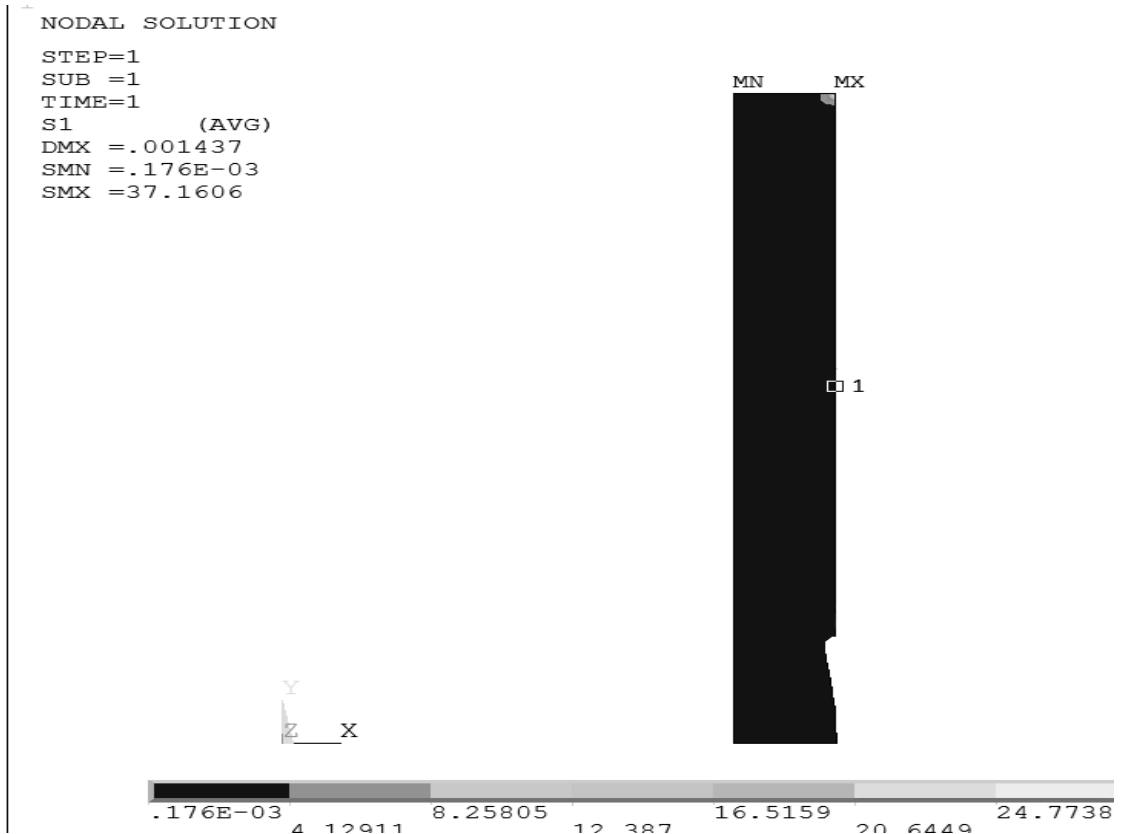


Figura 9-43: Plot of the nominal unitary load

RESULTS

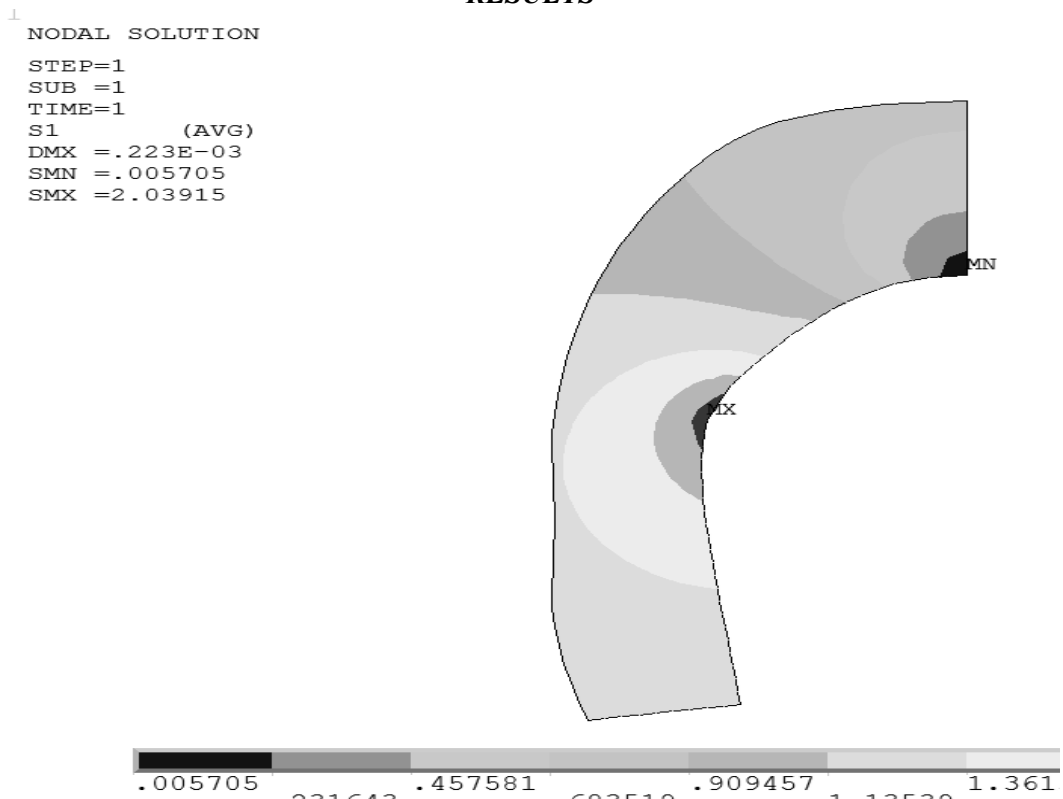


Figura 9-44: example of result (plot of the first principal stress in the hot zone)

The location of the point with maximum first principal stress do correspond to the point of maximum stress in the pure tensile load [Tabella 9-16].

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

	<u>x</u>	<u>y</u>	<u>sI</u>
torsion	18.42	4.64	2.04
tensile	18.42	4.64	3.08*

Tabella 9-16: Position of the maximum stress point

As it can see the K_t for the pure torsion load is 2.04

*by report 3.0 v2 the K_t for tensile load should be 2.92, but to compare the model with the torsion model I cut it in half and rotate it, with this configuration the k_t change from 2.92 to 3.08, so from this time it will be considered as 3.08



The
University
Of
Sheffield.

Department of civil and structural engineering

S-N CURVES

Comparison between curves
proposed by Sonsino and ours
points

Tutor
Prof. Luca Susmel
University of Sheffield (UK)

PhD Student
Enrico Maggiolini
University of Ferrara (IT)

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

DATA

Having all the tests result (pure tension Tabella 9-17 and pure torsion Tabella 9-18) and Kt report 3 and 3.1 made with FEM it is easy to make the S-N curves for the local first principal tension.

TENSILE FERRARA			
R=0		R=-1	
range	cycles	range	cycles
56.6	1,167,540	92.61	463,257
56.6	222,671	102.94	697,953
56.6	709,775	138.92	81,298
61.74	466,154	154.36	19,763
82.32	96,400		
102.9	67,970		
102.94	37,991		

Tabella 9-17: results of pure tensile test made in Ferrara, stress are the gross tension applied

TORSION SHEFFIELD			
R=0		R=-1	
range	cycles	range	cycles
66.6	1,071,840	75.0	1,304,324
75.0	427,865	75.0	1,664,764
75.0	522,030	83.3	56,326
83.3	318,930	83.3	1,726,450
83.3	347,127	83.3	601,946
91.6	208,575	100.0	275,020
91.6	275,002	100.0	155,896
100.0	24,610	100.0	917,913
		116.6	31,589
		116.6	11,941

Tabella 9-18: Results of pure torsion test made in Sheffield, stress are the gross tension applied

Kt for pure tensile load is 3.08 and for pure torsion load is 2.04.

		Slope	FAT-2MLN
Tension	R=-1	6.4	246.5
	R=0	4.2	129.4
Torsion	R=-1	8.1	146.5
	R=0	7.2	128.2

Tabella 9-19: Value for the trend lines of our points

CURVES PROPOSED BY SONSINO

In (103), (123) Sonsino proposes a reference S-N curves for the aluminum welded joint with thickness minor to 5mm. Sonsino propose the slope k and the tension corresponding to 2MLN cycles

In (103) tension of 2 MLN cycles correspond to the 97.7% survive probability band for load ratio R=0.5.

To draw the 50% and 2.3% lines I used the empiric formulas taken for statistical literature

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

$$\sigma_{50\%} = 1.2^2 \sigma_{97.7\%} \qquad \sigma_{2.3\%} = 1.2^2 \sigma_{50\%}$$

Equazione 9-2: Equations to move from trend line and scatter bands

To move from $R=0.5$ to $R=0$ and $R=-1$ I do not use any mean value correction

k is suggested to be equal 3 for tensile and 5 for torsion load but having a thin and flexible structures I changed them to 5 and 7 respectively according to Sonsino imposition (103).

Sonsino gives more than one values for the tension at 2MLN cycles, the first are taken from the reference radii according to the IIW scheme.

Table **Normal stresses according to the IIW-Schema for the notch stress concept, different reference radii and strength hypotheses**

r_{ref} in mm	1.00	1.00	0.05	0.05
Hypothesis	PSH	von Mises	PSH	von Mises
Steel	225	200	630	560
Aluminium	71	63	180	160
Magnesium	28	25	71	63
All given allowable stress ranges $\Delta\sigma_{loc}$ are in MPa for $N = 2 \times 10^6$; $R = 0.5$; $P_s = 97.7\%$; $k = 3.0$; $N_k = 1 \times 10^7$; $k' = 22.0$; $k'' = 5.0$.				

Table **Values according to the IIW-schema derived from shear stresses for reference radii $r_{ref} = 1.00$ and 0.05 mm and different strength hypotheses**

r_{ref} in mm	1.00	1.00	0.05	0.05
Hypothesis	PSH	von Mises	PSH	von Mises
Stresses in MPa	$\Delta\sigma_{loc, PSH} = \Delta\tau_{loc}$	$\Delta\sigma_{loc, von Mises}$	$\Delta\sigma_{loc, PSH} = \Delta\tau_{loc}$	$\Delta\sigma_{loc, von Mises}$
Steel	160	280	250	450
Aluminium	63	112	90	160
Magnesium	25	45	36	63
All given allowable stress ranges are for $N = 2 \times 10^6$; $R = 0.5$ and $P_s = 97.7\%$. The course of the SN-curve is determined by $k = 5.0$; $N_k = 1 \times 10^7$; $k' = 22.0$; $k'' = 5.0$.				

Figura 9-45: Resistance values according to the IIW scheme for aluminum

The actual notch radius of our geometry is much bigger than 0.05 but considering Peterson K_t and Sonsino theory of radius related to the thickness analyzed in report 2, we obtain a K_t very similar to the one obtained with FEM (2.95 with Peterson and 3.08 with FEM for tensile load). So it is not a wrong imposition consider the notch radius equal to 0.05mm.

With the formulas shown earlier it is simple to graph the results

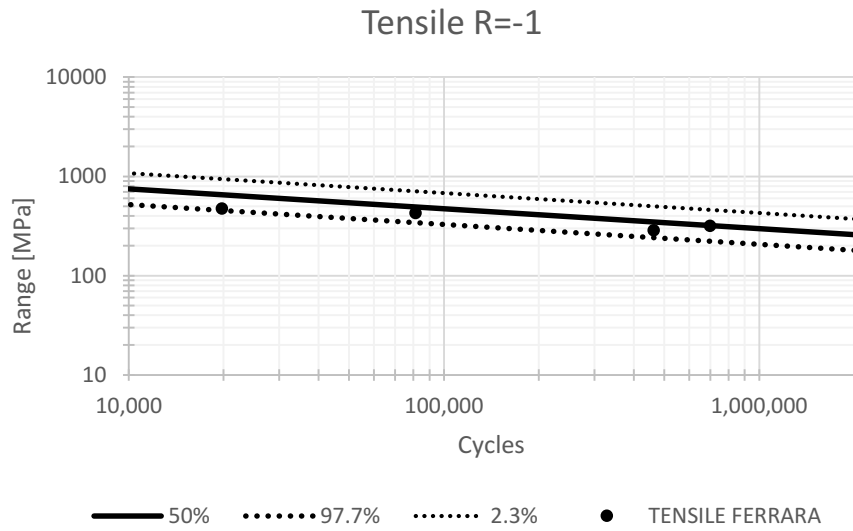


Figura 9-46: S-N curve

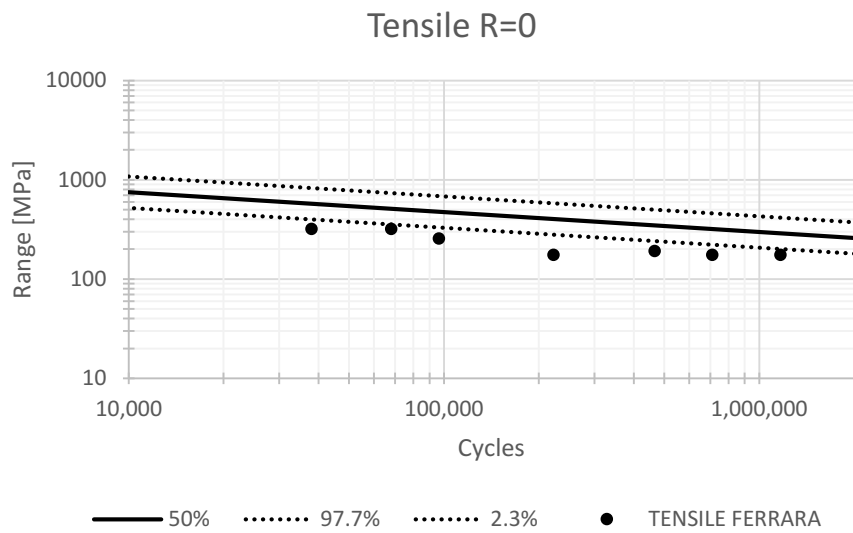


Figura 9-47: S-N curve

Tensile test results are much lower than the band (the slope is different: 4.2 for R=0 and 6.4 for R=-1 instead of 5)

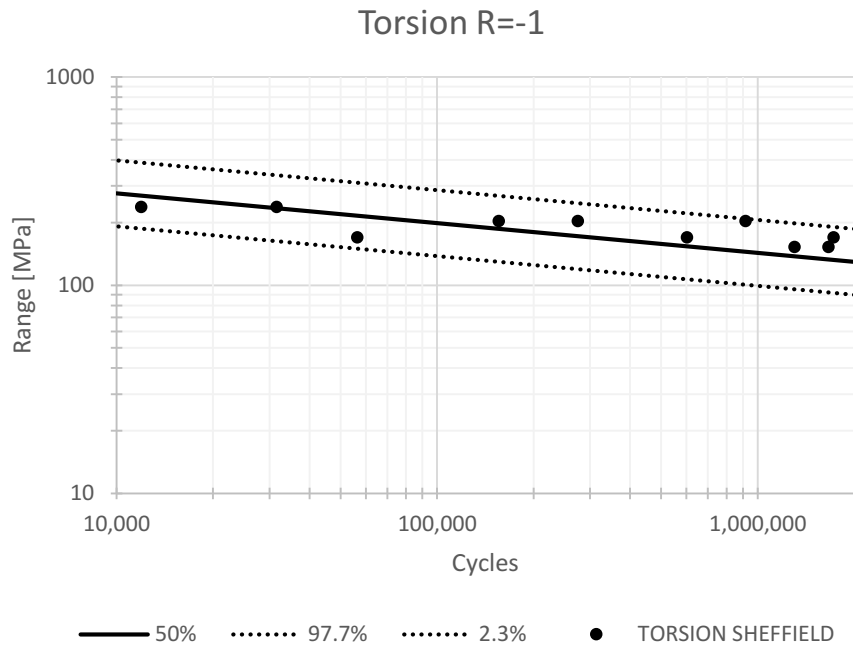


Figura 9-48: S-N curve

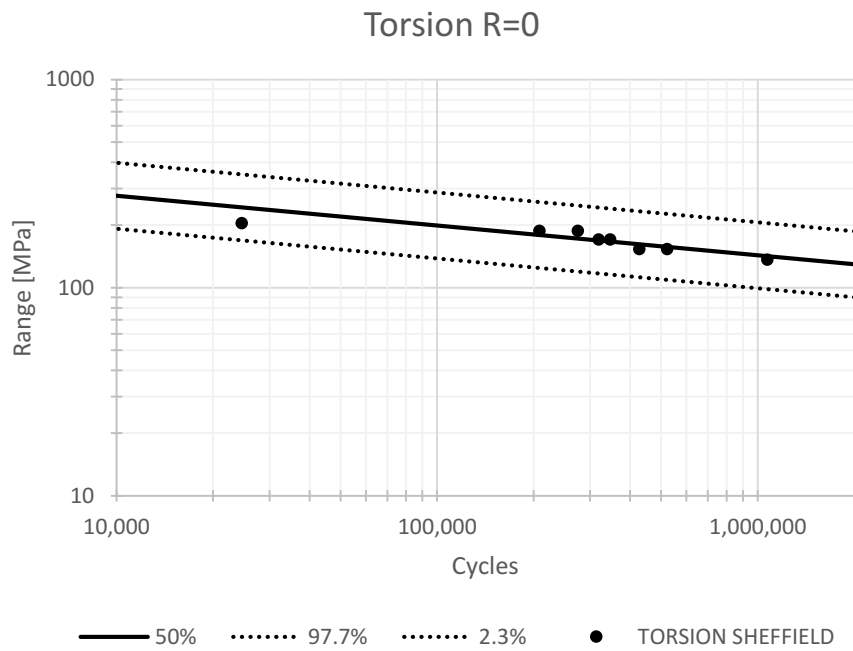


Figura 9-49: S-N curve

Torsion test results are inside the band despite the bigger slope (trend line for test results is 7.2 for R=0 and 8.1 for R=-1 instead of 7).

Another comparison is between the S-N curves create by the data taken from literature in report 2 and the Sonsino curves, just in tensile because from literature I do not found any torsion test made on butt fully penetrated FSW

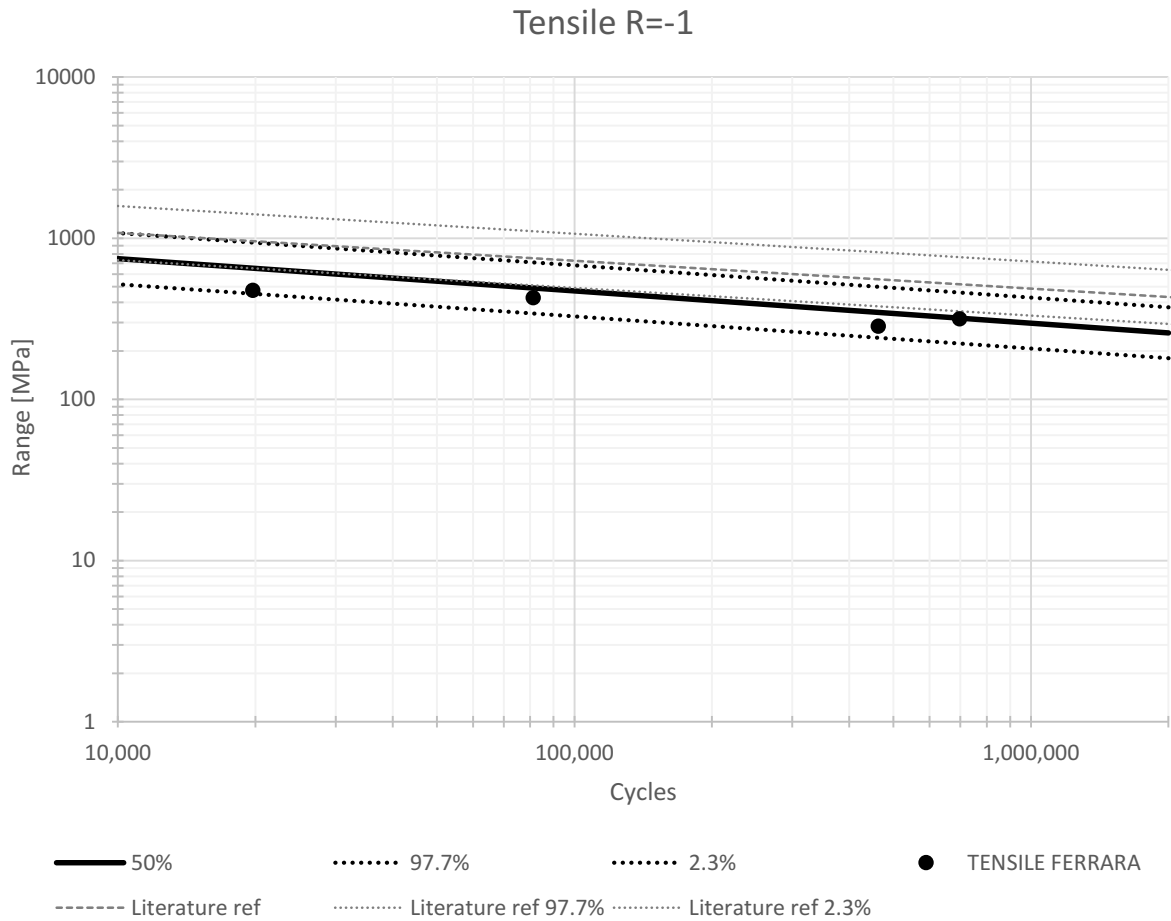


Figura 9-50: Comparison between all the S-N curves in R=-1

Literature references trend line is pretty higher than the Sonsino bands and do not contain any of the points given by tensile tests made in Ferrara

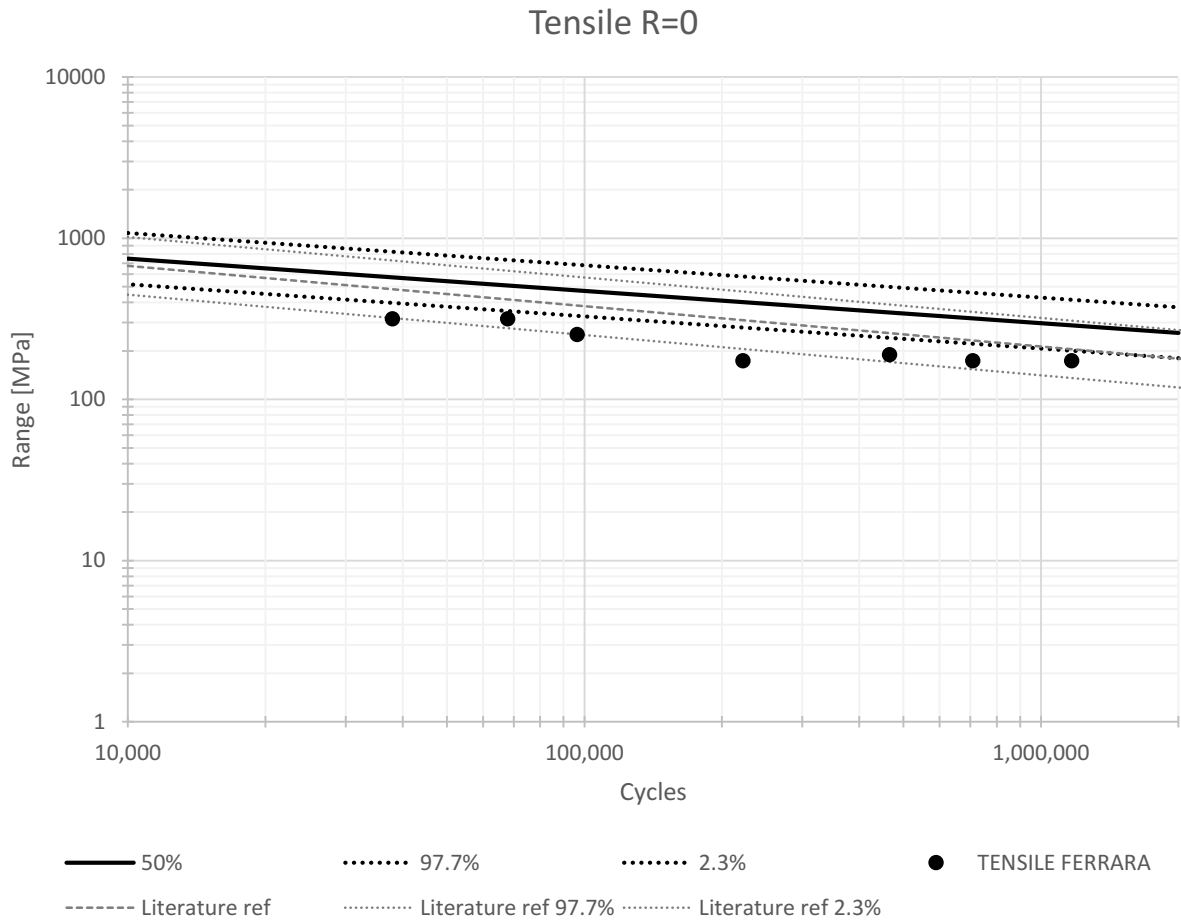


Figura 9-51: Comparison between all the S-N curves in R=0

Literature references trend line is inside the Sonsino band despite the different slope and fits even the points given by test made in Ferrara

CONCLUSIONS

In the most of these S-N curves proposed by Sonsino our points fit well the scatter bands, except for the R=0 in pure tensile load where tests points are lower than the scatter bands



The
University
Of
Sheffield.

Department of civil and structural engineering

S-N CURVES

Modified Wöhler curve for the
multiaxial data

Tutor
Prof. Luca Susmel
University of Sheffield (UK)

PhD Student
Enrico Maggiolini
University of Ferrara (IT)

Multiaxial test

Multiaxial test made on the cylindrical specimens were performed in Sheffield, here below the results:

σ_a [MPa]	σ_m [MPa]	τ_a [MPa]	τ_m [MPa]	R	δ [deg]	B_R	N_f [Cycles]
47.4	0.0	27.4	0.0	-1	0	1.73	47,641
47.4	0.0	27.4	0.0	-1	0	1.73	139,861
39.5	0.0	22.8	0.0	-1	0	1.73	171,506
39.5	0.0	22.8	0.0	-1	0	1.73	369,237
33.0	0.0	19.0	0.0	-1	0	1.73	355,728
33.0	0.0	19.0	0.0	-1	0	1.73	932,288
33.0	0.0	19.0	0.0	-1	0	1.73	513,782
33.0	0.0	19.0	0.0	-1	0	1.73	623,187
39.5	0.0	39.5	0.0	-1	0	1.00	160,391
39.5	0.0	39.5	0.0	-1	0	1.00	47,967
34.3	0.0	34.3	0.0	-1	0	1.00	358,240
34.3	0.0	34.3	0.0	-1	0	1.00	533,508
30.3	0.0	30.3	0.0	-1	0	1.00	592,342
30.3	0.0	30.3	0.0	-1	0	1.00	650,684
30.3	0.0	27.4	0.0	-1	0	1.11	148,831
33.0	33.0	19.0	19.0	0	0	1.73	205,952
30.3	30.3	17.5	17.5	0	0	1.73	118,631
18.5	18.5	10.6	10.6	0	0	1.73	2,000,000
47.4	47.4	27.4	27.4	0	0	1.73	25,614
23.7	23.7	13.7	13.7	0	0	1.73	501,988
21.1	21.1	12.2	12.2	0	0	1.73	891,341
23.7	23.7	13.7	13.7	0	0	1.73	2,000,000
39.5	0.0	22.8	0.0	-1	90	1.73	173,954
33.0	0.0	19.0	0.0	-1	90	1.73	2,000,000
33.0	0.0	19.0	0.0	-1	90	1.73	139,484
39.5	0.0	22.8	0.0	-1	90	1.73	44,499
33.0	0.0	19.0	0.0	-1	90	1.73	46,086
33.0	0.0	19.0	0.0	-1	90	1.73	857,580

Tabella 9-20: Table of multiaxial tests

Where R is the load ratio, B_R is the ratio between $\bar{\sigma}$ and τ , δ is the shift angle.

Modified Wöhler curve

Following the guideline in (124) it is possible to use the Modified Wöhler Curve Method for aluminum thin and flexible structures using this value:

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

Aluminium Thin and flexible	$\Delta\tau_{\text{Ref}}(\rho_w) = -27.5\rho_w + 63$	For
	(MPa)	$\rho_w \leq 1.45$
	$\Delta\tau_{\text{Ref}}(\rho_w) = 23.1$ (MPa)	For
		$\rho_w > 1.45$
	$k(\rho_w) = -2\rho_w + 7$	For $\rho_w \leq 1$
	$k(\rho_w) = 5$	For $\rho_w > 1$
	$k'(\rho_w) = 22$	Any ρ_w

Figura 9-52: MWCM's governing equations calibrated according to the reference values suggested by the IIW

Where:

$$\rho_w = \frac{\Delta\sigma_{n,LOC}}{\Delta\tau_{n,LOC}}$$

Equazione 9-3: critical plane stress ratio

$$\Delta\tau_n = \sigma_1 - \sigma_3 \qquad \Delta\sigma_n = \sigma_1 + \sigma_3$$

Equazione 9-4: stress tangential and perpendicular to the critical plane (the principal stress are in amplitude)

In the Tabella 9-20 are shown amplitudes of the nominal stresses, i multiply them for $2Kt$ where Kt is taken by report 3.1 to obtain the range of local stress in Equazione 9-3 and Equazione 9-4 Kt is equal to 2.04 for torsion and 3.08 for tension.

Where the torsion and tensile load are in phase ($\delta=0$ in Tabella 9-20), the maximum shear stress is in the time when tensile and torsion are both maximum.

For the case of out of phase ($\delta=90$) the maximum τ_n is when the σ is maximum and the $\tau = 0$ (pure tensile).

Here below the stress tensors in the most stressful point.

$$\begin{bmatrix} 0.25 & 0.78 & 0 \\ 0.78 & 2.86 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Stress tensor for pure tensile unitary load

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.54 \\ 0 & 0 & 1.97 \\ 0.54 & 1.97 & 0 \end{bmatrix}$$

Stress tensor for pure torsional unitary load

To calculate $\Delta\sigma_n$ and $\Delta\tau_n$ I need just the principal stress for the mixed load case, to calculate them i sum the two stress tensor previously modified multiply them for the amplitude of the nominal stress.

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

R	δ [deg]	B_R	N_f [Cycles]	$\Delta\sigma$ [MPa]	$\Delta\tau$ [MPa]	$\Delta\sigma_n$ [Mpa]	$\Delta\tau_n$ [Mpa]	ρ_w	$\Delta\sigma_{Ref}$ [MPa]	k
-1	0	1.73	47,641	94.9	54.8	183.8	145.8	1.20	30.0	5.0
-1	0	1.73	139,861	94.9	54.8	183.8	145.8	1.20	30.0	5.0
-1	0	1.73	171,506	79.1	45.7	153.1	121.5	1.20	30.0	5.0
-1	0	1.73	369,237	79.1	45.7	153.1	121.5	1.20	30.0	5.0
-1	0	1.73	355,728	65.9	38.1	127.8	101.5	1.20	30.0	5.0
-1	0	1.73	932,288	65.9	38.1	127.8	101.5	1.20	30.0	5.0
-1	0	1.73	513,782	65.9	38.1	127.8	101.5	1.20	30.0	5.0
-1	0	1.73	623,187	65.9	38.1	127.8	101.5	1.20	30.0	5.0
-1	0	1.00	160,391	79.1	79.1	202.0	121.5	0.91	38.0	5.2
-1	0	1.00	47,967	79.1	79.1	202.0	121.5	0.91	38.0	5.2
-1	0	1.00	358,240	68.5	68.5	175.4	105.5	0.91	38.0	5.2
-1	0	1.00	533,508	68.5	68.5	175.4	105.5	0.91	38.0	5.2
-1	0	1.00	592,342	60.6	60.6	154.9	93.2	0.91	38.0	5.2
-1	0	1.00	650,684	60.6	60.6	154.9	93.2	0.91	38.0	5.2
-1	0	1.11	148,831	60.6	54.8	145.6	93.2	0.97	36.4	5.1
0	0	1.73	205,952	65.9	38.0	63.9	50.7	1.20	30.0	5.0
0	0	1.73	118,631	60.6	35.0	58.7	46.6	1.20	30.0	5.0
0	0	1.73	2,000,000	36.9	21.3	35.7	28.4	1.20	29.9	5.0
0	0	1.73	25,614	94.9	54.8	91.9	72.9	1.20	30.0	5.0
0	0	1.73	501,988	47.4	27.4	45.9	36.4	1.20	30.0	5.0
0	0	1.73	891,341	42.2	24.4	40.9	32.4	1.20	30.1	5.0
0	0	1.73	2,000,000	47.4	27.4	45.9	36.4	1.20	30.0	5.0
-1	90	1.73	173,954	79.1	45.7	121.5	121.5	1.51	23.1	5.0
-1	90	1.73	2,000,000	65.9	38.1	101.5	101.5	1.51	23.1	5.0
-1	90	1.73	139,484	65.9	38.1	101.5	101.5	1.51	23.1	5.0
-1	90	1.73	44,499	79.1	45.7	121.5	121.5	1.51	23.1	5.0
-1	90	1.73	46,086	65.9	38.1	101.5	101.5	1.51	23.1	5.0
-1	90	1.73	857,580	65.9	38.1	101.5	101.5	1.51	23.1	5.0

Tabella 9-21: Values of the MWCM

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

R=-1 $\delta=0$ Br=1.7

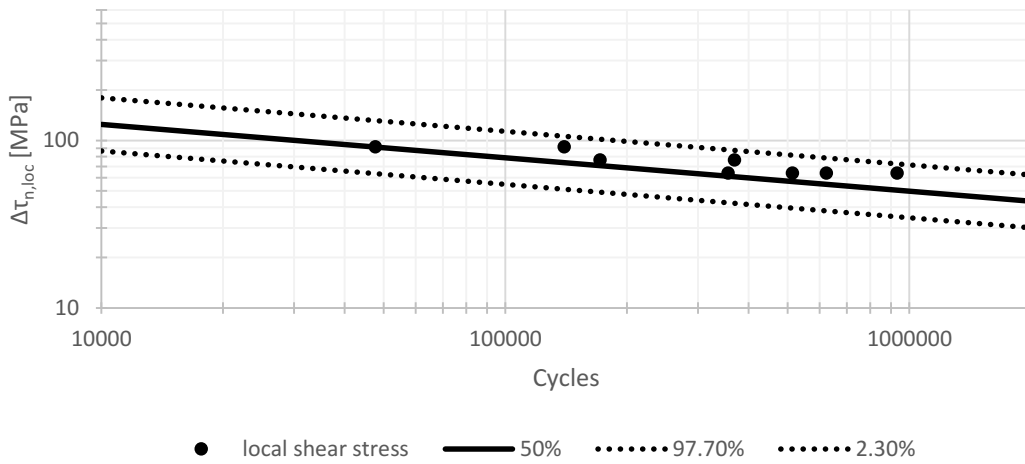


Grafico 9-3: MWC for a set of data

R=0 $\delta=0$ Br=1.7

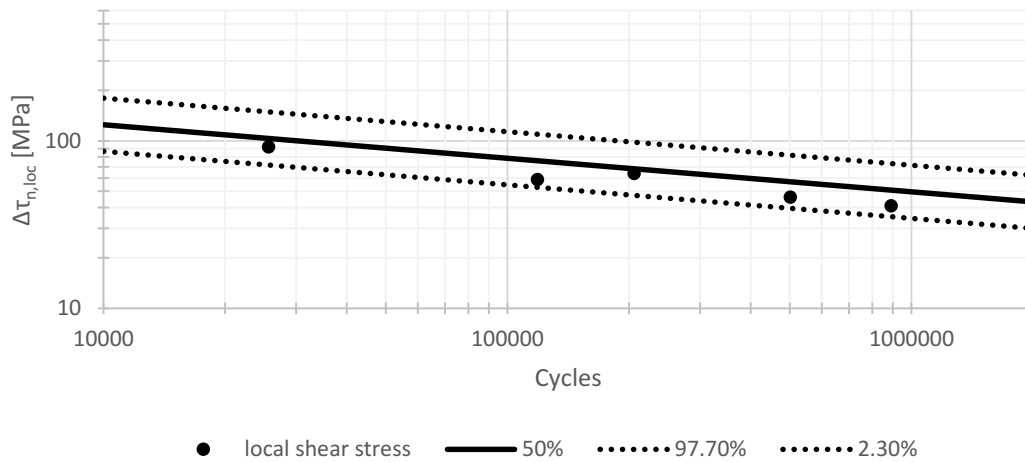


Grafico 9-4: MWC for a set of data

In these first 2 cases, data perfectly match the curves.

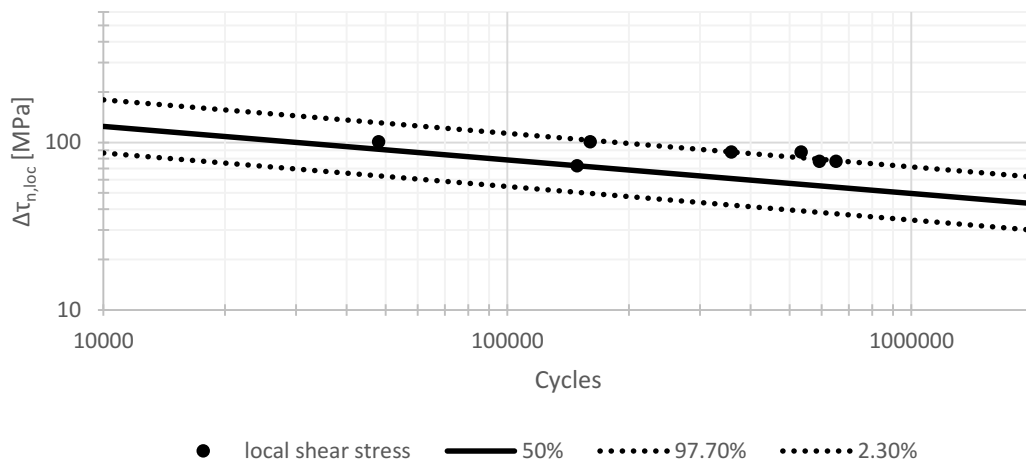
R=-1 $\delta=0$ Br=1

Grafico 9-5: MWC for a set of data

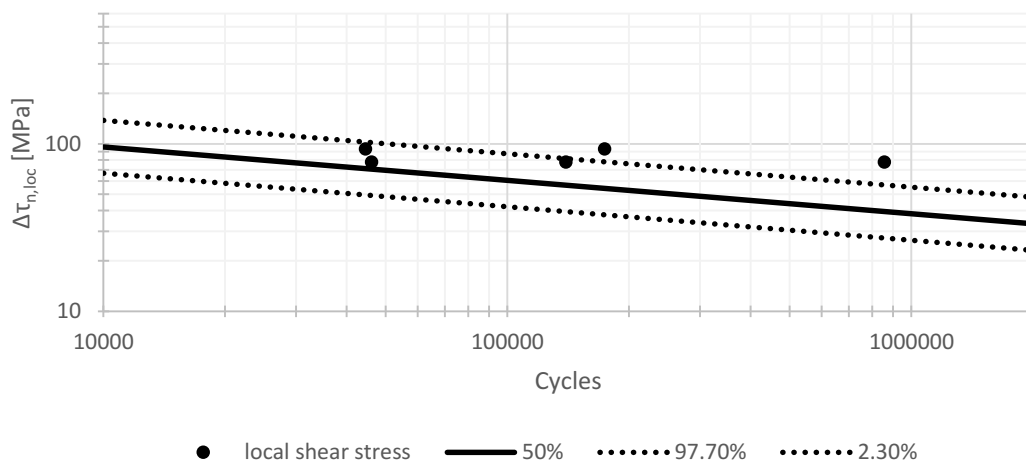
R=-1 $\delta=90$ Br=1.7

Grafico 9-6: MWC for a set of data

In these last 2 graphs, data are little bit higher than the MWC bands.

All of these MWC are made considering the paper (124) where all curves are made for reference radius=1mm, for consideration made in report 3.2 I use reference radius=0.05, this may explain the mismatch seen in Grafico 9-5 and Grafico 9-6.

Su questo mio lavoro è in corso la preparazione di un paper da pubblicare su rivista internazionale e di una presentazione che verrà esposta alla conferenza “International conference on multiaxial fatigue and fracture 11”.

Al termine di questa attività sono andato 2 settimane a Plymouth dove ho potuto eseguire un'operazione di raccolta e classificazione di tutti i provini rotti a fatica e una successiva analisi della frattura attraverso visure ottiche e l'utilizzo di microscopi di diverso tipo. Questo lavoro viene presentato con un paper che ho prima presentato nel 2015 alla conferenza internazionale “The 5th International Conference on Crack Paths” e successivamente ampliato e pubblicato su rivista internazionale.

9.3 PAPER: CRACK AND FRACTURE ANALYSIS IN A FSW TUBE UNDER DIFFERENT TYPES OF LOADING

*Enrico Maggiolini, Roberto Tovo, Luca Susmel, Neil James, Danie Hattingh
International journal of fatigue, 2016 in press*

Abstract

This paper reports part of the work done in a research project aimed at developing an optimised process to join 38 mm diameter tubes of 6082-T6 aluminium alloy using friction stir welding (FSW), and then to determine the fatigue performance under tension, torsion and tension-torsion loading conditions. The final outcome of the project is intended to be guidance for fatigue design of small diameter aluminium tubes joined by FSW, and this paper presents information on crack path and defects under the various loading conditions. Crack path analysis was performed using both low magnification stereo microscopy and scanning electron microscopy, in order to identify crack initiation sites, the direction of crack propagation and the interrelated influence of microstructure and weld geometry on the crack initiation path.

Keywords

Friction stir welding; multiaxial fatigue; tension-torsion; 6082-T6 aluminium tube; crack path.

Introduction

Welding is the most common joining process in structural design and general manufacturing, and is statistically reliable provided that joint design adheres to codified guidelines. Nonetheless, cracking problems are often observed to be associated with the weld zone, arising from microstructural changes due to the weld thermal cycle, residual stresses induced by differential heating and cooling, and defects introduced in the weld zone either by local geometry changes (stress concentration points) or from the welding process (particularly in fusion welding, which is a casting process). Hence a major challenge faced in fatigue design is that of determining an optimum welding process and parameters that leads to efficient and reliable joints. However, when deploying newer solid-state friction stir welding processes to innovative applications, e.g. joining of small diameter tubes such as might be used in structural design for ground vehicles, there are currently no agreed guidelines that can be applied to fatigue design. The overall objective in this research project was therefore the identification of suitable fatigue design techniques for small diameter friction stir welded (FSW) tubular structures. This paper reports that part of the project that was aimed at characterising crack initiation sites and the subsequent crack path. Friction stir welding is a solid-state process that was developed at TWI in Cambridge (125) and it offers high quality welds (126), low residual stresses transverse to the weld joint (127), (128), high fatigue strength (129), a fine grained weld nugget compared with other welding techniques (130), along with minimal joint preparation and a low requirement for post-weld dressing. Disadvantages of the FSW technique include the keyhole left after tool withdrawal, the requirement for a large downwards forging force and rigid clamping along with a lower weld traverse rate than some fusion welding techniques (although FSW rates of 2 m/min have been reported (131)). FSW has therefore been deployed across many areas of manufacturing, including the space industry (131), ships (132), aircraft (133) and ground transportation (134).

Whilst it is easy to join flat plate with FSW, it can be difficult to extend its applications to include tubes, in particular small diameter tubes, and other complex geometries. Friction stir welding of tubes has particular challenges in terms of pin plunge depth and support for the material during welding and also in terms of arranging tool pin retraction as a weld is completed, in a manner that does not to leave the typical plunge hole in the joint line. A friction stir welding process was developed for this project at Nelson Mandela Metropolitan University in South Africa to join extruded 6082-T6 aluminium alloy tubes with an approximate outer diameter (OD) of 38 mm and a wall thickness of approximately 3.5 mm (giving an inner diameter (ID) of some 31 mm).

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

An MTS I-STIR™ Process Development System provided the foundation for this work, which involved coupling a worm gear motor with a tube support system for the welding process, and integrating the drive system control with that of the I-STIR platform (see Figure 1).

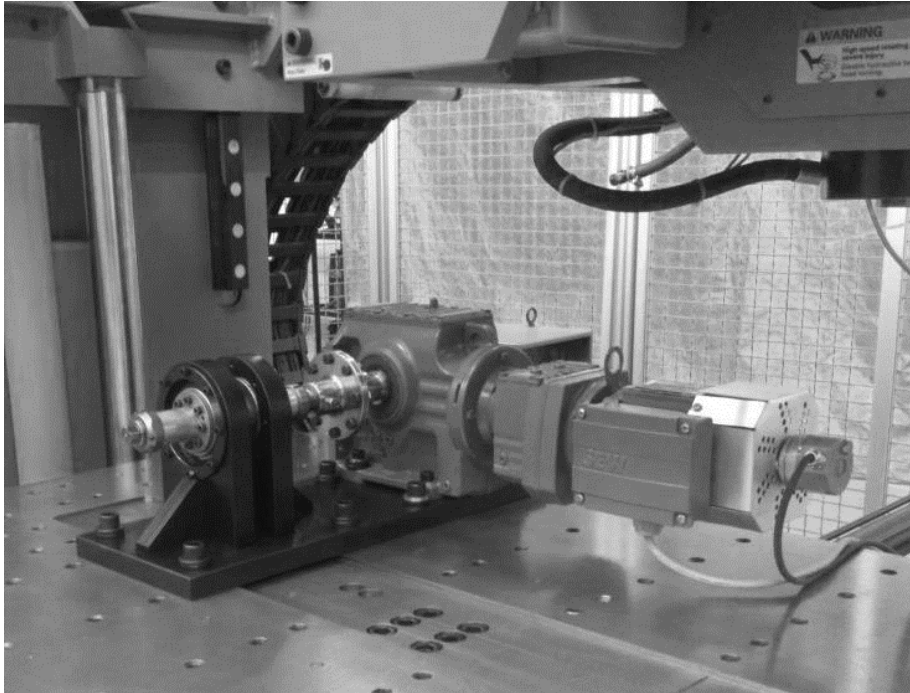


Figura 9-53: Illustration of a tube specimen in position ready to be welded.

As noted above, it is important in FSW of small diameter tubes, where provision for run-on and run-off tabs cannot be provided, not to leave any hole in the joint line after extracting the tool at the end of the welding process; the resulting hole in the joint would act as a very significant weld defect, given the relative sizes of the tool pin, tube diameter and tube wall thickness. A tool with a self-retracting pin was therefore also designed and developed for this particular FSW application.

This is one of very first applications of FSW to small diameter tubular geometries to be reported in the open literature. Peterson et al (135), filed a US patent application in 2011 for a process to friction stir weld casing and small diameter tubing or pipe, although they defined 'small' diameter as an ID ≈ 228 mm. Lammlein et al (136) have published work dealing with the development of a process for FSW of 6061-T6 aluminium tubes 107 mm in diameter and with a wall thickness of approximately 5.8 mm. Both of these cases deal with substantially larger diameters than the 38 mm tube used in the present work and this smaller size was chosen to be representative of the dimensions that might be used in space frame chassis design for ground vehicles. Chen et al (137) have also published work on the development of a FSW process for joining 19 mm diameter pipes of 3003 aluminium alloy to pure copper with a 1 mm wall thickness. They made the welds on an adapted lathe and performed tensile tests but did not consider fatigue data.

In contrast, a wealth of data is available for FSW in plates and weld performance has been well characterised in terms of process optimisation and residual stresses (138), static and dynamic mechanical properties (139) (140), the influence of weld tool travel speed (141) and weld thermal modelling (142) (143).

The welding process

A number of individual tasks had to be accomplished with respect to process development, before the tube specimens required for the multiaxial fatigue testing could be manufactured in the number required for the test programme (circa 100) with confidence that their properties would be sufficiently consistent to provide reliable fatigue data. The major tasks included:

a) To design and build the worm gear drive and clamping system for welding;

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

b) *Electronic integration of this drive into the control software of the I-STIR process development system;*

c) *Design and validation of the retracting pin tool used in the welding process;*

d) *Determination of suitable welding process parameters to achieve the required weld quality;*

e) *Production of 200 mm long welded test specimens for initial microstructural and mechanical property characterisation of the joint.*

Figura 9-54 shows details of the clamping system and the various components are identified as given below:

1. Precision locknut
2. Fenlock cone clamp
3. Flange connecting motor to tube drive shaft
4. Support bearings
5. Tube to shaft coupling
6. Motor keyway lock bolt

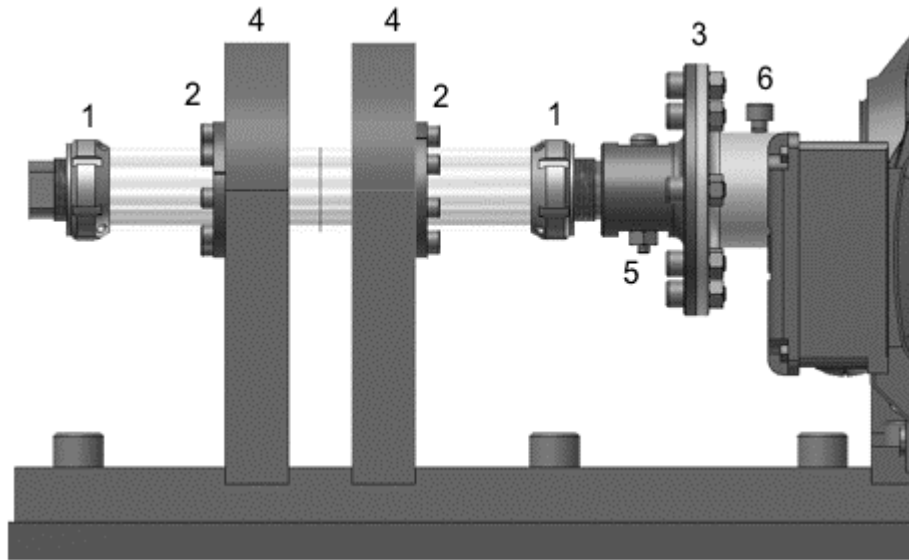


Figura 9-54: Schematic diagram showing the various components in the tube clamping System.

The process of aligning the tubes and clamping them in position for welding is quite time-consuming and any extension of this process into industry would require an increased level of automation to be introduced into the process compared with this prototype process. Key issues in the clamping operation include achieving accurate alignment which is fundamental to achieving a high quality weld; heat retention during welding of multiple tube specimens, which makes it increasingly difficult to release the cone clamps (probably because of expansion of the threads on the release bolts which necessitated replacement of a number of these bolts during the production run of 100 specimens); difficulty in achieving an even clamping force on the tubes caused by differences in ID of the tubes and by different out-of-round measurements

which both lead to distortion of the tube during setup. The sequence of events during welding is outlined in Figura 9-55 and it should be noted that it was found necessary to machine the tube OD to 37.5 mm to improve the tube alignment during set-up.

Weld Sequence

1. Pin moves toward weld centreline
2. Pin touches tube for zero reference of plunge depth
3. Start spindle rotation
4. Plunge pin and shoulder
5. Ensure shoulder in contact with pipe
6. Initiate pipe rotation
7. Rotate pipe 720° to achieve good surface finish (2 full revolutions)
8. Initiate pin retraction after 630° rotation keeping pipe rotating to eliminate exit hole
9. Retract shoulder

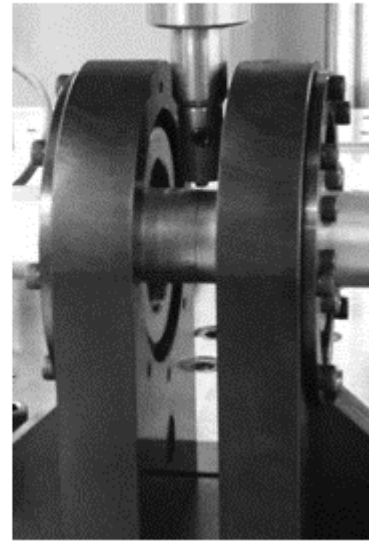


Figura 9-55: Sequence of events required in making a sound FS weld in the 6082-T6 aluminium tubes.

The weld process used force control on a small diameter tool shoulder of 10 mm rotating at 600 rpm, an optimised rotational tube feed rate of 50 mm/min, and a tool pitch angle of 2°. It was found necessary to weld the tube through a rotation of 720°, i.e. two complete revolutions, in order to achieve a good surface finish; the first pass improves the uniformity of shoulder contact and hence the second pass improves the surface finish. In optimising the tool geometry, the pin penetration depth was initially set to approximately 85% of the nominal tube wall thickness and the quality of the resulting weld was evaluated via metallographic examination after welding. A pin length of 2.45 mm was found to work very effectively with a plunge depth of 2.5 mm to ensure adequate shoulder contact. Figure 4 and the associated information on weld process parameters in Table 1 demonstrate the influence of the tool rotational feed rate, tool rotational speed and number of complete revolutions of the tube on the quality of weld surface finish, which is a key controlling factor in fatigue performance.



Figura 9-56: Influence of the weld process parameters of plunge depth, rotational feed rate and tool rotational speed on the quality of weld surface finish.

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

<i>Weld</i>	<i>Feedrate</i>	<i>Tool rpm</i>	<i>Total rotational angle</i>
<i>1</i>	<i>100 mm/min</i>	<i>600</i>	<i>360°</i>
<i>4</i>	<i>100 mm/min</i>	<i>800</i>	<i>360°</i>
<i>3</i>	<i>100 mm/min</i>	<i>800</i>	<i>720°</i>
<i>2</i>	<i>50 mm/min</i>	<i>800</i>	<i>720°</i>

Tabella 9-22: Weld process parameters used to make the trial welds shown in Figure 4.

Full details of the development and optimisation of the welding process will be reported elsewhere. One hundred fatigue specimens were manufactured by joining two 110 mm lengths of 6082-T6 aluminium tube with friction stir welding, as shown in Figure 9-76.

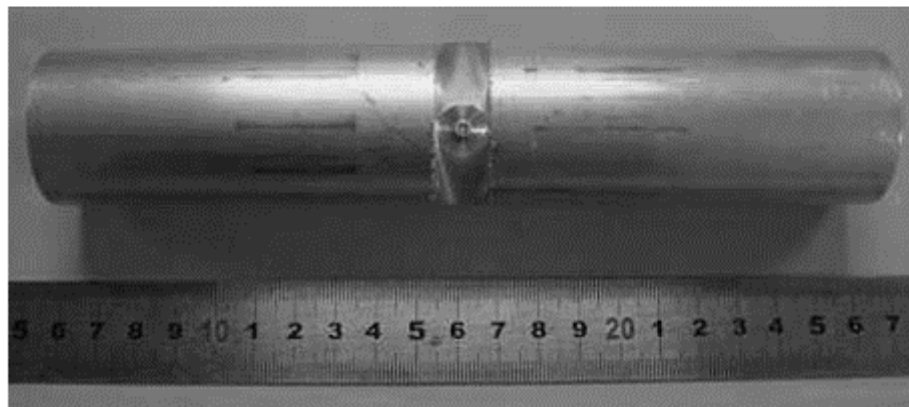
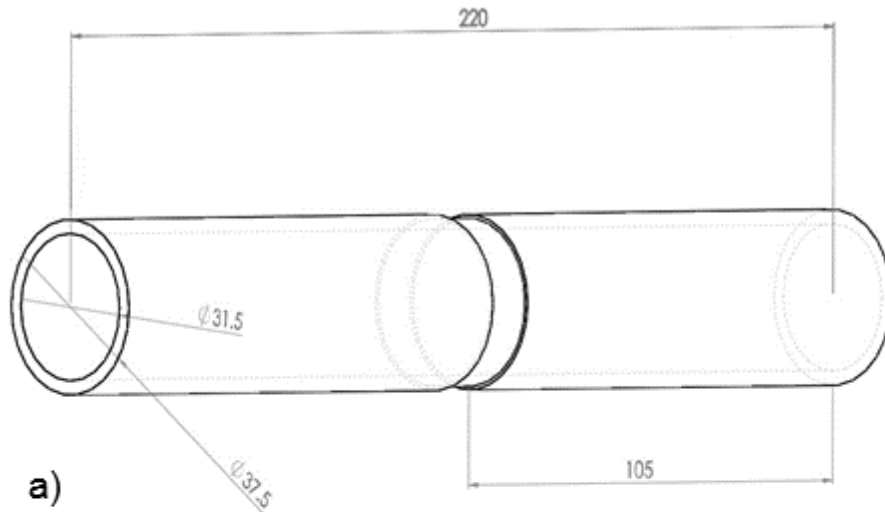


Figura 9-57: a) Approximate dimensions of the tubular fatigue specimens. b) Image showing a typical welded specimen.

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

The chemical composition of this alloy is given in Tabella 9-23.

	<i>Mg</i>	<i>Si</i>	<i>Mn</i>	<i>Fe</i>	<i>Zn</i>	<i>Cu</i>	<i>Ti</i>	<i>Cr</i>	<i>Al</i>
Specification	0.60-1.20	0.70-1.30	0.40-1.00	0.50	0.20	0.10	0.10	0.25	Balance
Tube Alloy	0.647	0.988	0.526	0.222	0.021	0.034	0.012	0.006	Balance

Tabella 9-23: Chemical composition of the 6082 aluminium alloy.

Once the samples had been manufactured in South Africa, they were sent to the University of Sheffield and the University of Ferrara for the mechanical testing part of the program. Tensile fatigue testing was carried out in Ferrara with a load ratios of $R = 0.1$ and $R = -1$, while torsion fatigue and biaxial tension-torsion testing were carried out in Sheffield with load ratios of $R = 0$ and $R = -1$. The tensile fatigue testing used a 250kN MTS servohydraulic fatigue testing machine and a Schenk servohydraulic tension-torsion fatigue testing machine was used for the tension-torsion work. Biaxial fatigue testing used both in-phase (IPh) and out-of-phase (OPh) constant amplitude sinusoidal loading. Tabella 9-24 gives the relevant data on the testing program where the biaxiality stress ratio $\lambda = \sigma_a / \tau_a$ with σ_a being the tensile stress amplitude and τ_a is the torsional stress amplitude in the fatigue cycling, while Θ is the phase angle between tension and torsion loading.

Test	Number of samples	λ	R	Θ°
<i>A</i>	10	∞	0.1	-
<i>B</i>	9	∞	-1	-
<i>C</i>	10	0	0.1	-
<i>D</i>	14	0	-1	-
<i>E</i>	7	1.73	0.1	0
<i>F</i>	7	1	0.1	0
<i>G</i>	8	1.73	-1	0
<i>H</i>	7	1	-1	0
<i>I</i>	7	1.73	-1	90
<i>L</i>	4	1	0	90
<i>M</i>	7	1.73	0	90

Tabella 9-24: Summary of the fatigue testing parameters including the biaxiality ratio λ .

After testing, the fractured specimens were sent to the University of Plymouth for fractographic and metallographic analysis of the fracture surfaces and crack paths. This part of the work entailed acquiring data from light and scanning electron microscopy, polarised light metallography and electron backscatter diffraction of specific crack initiation regions. The aim was to develop a

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

compendium of fractographs and crack initiation sites, along with relevant microstructural information, as underpinning to the fatigue life prediction and improvement aspects of the project.

Monotonic mechanical properties

The tensile properties of a welded joint are a reasonable first order indicator of the joint quality and 'joint efficiency' (defined as the ratio of tensile strength of the weld to that of the parent plate) is often used to describe the mechanical performance of welded joints. In the present case the tensile strength was measured on complete tubes and on microtensile specimens. Tests on the microtensile specimens, with a cross-section of 2 mm by 3 mm (Figure 6) were intended as trials of the viability of using a Gatan Microtest 2000EW test module in a scanning electron microscope (SEM) whilst performing microstructural characterisation under load via electron backscatter diffraction (EBSD).

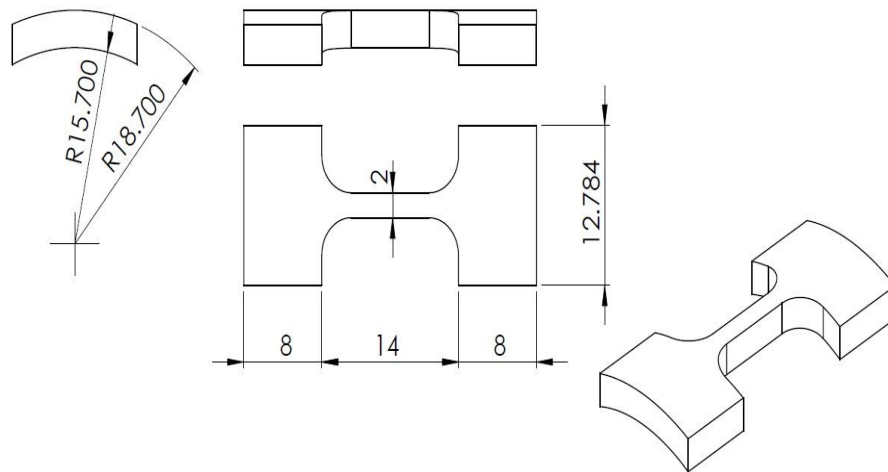


Figura 9-58: Microtensile specimen geometry; the curved surface requires support during clamping and testing.

Very consistent tensile strength values were recorded from both types of tensile test, and mechanical property data in tension and in torsion are shown in Tabella 9-25.

Parent plate ¹	Tension	303 MPa
Weld zone ¹	Tension	169 MPa
Weld zone ²	Tension	168 MPa
Weld zone ²	Torsion	118 MPa

Tabella 9-25: Tensile and torsional strength data for the welded 6082-T6 tubes. Superscript 1 indicates microtensile data and superscript 2 relates to complete tube tests.

The welded joint efficiency is 0.55; this value compares well with the figure of 0.49 reported for FS welds in 3 mm thick plates of 6082-T6 (140). The microtensile specimens were polished in order to observe where failure occurred and this was found to be in the weld zone on the tool retreating side. The tube specimens failed at the tool shoulder undercut which represents a stress concentrating feature.

Fatigue crack path analysis

Once the fatigue tests had been completed the tube specimens were pulled apart to reveal the fracture surfaces and an analysis of the crack initiation site and crack path was performed on each specimen. This entailed identifying and recording the test conditions for each specimen, determining whether the crack lay on the advancing or retreating side of the weld, or was in the weld itself, where the

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

crack had initiated relative to the stop-start position where this was possible, recording the fractographic appearance of the crack using both low magnification light microscopy and scanning electron microscopy and, in certain cases, using optical metallography or electron backscatter diffraction to follow the crack path through the microstructure at the initiation site.

To assist in this fractographic analysis, crack initiation sites were defined in terms of their angular position relative to the stop-start position in the weld, given as 0° in Figura 9-59 where the advancing side of the weld is towards the top in the figure, and the retreating side is towards the bottom.

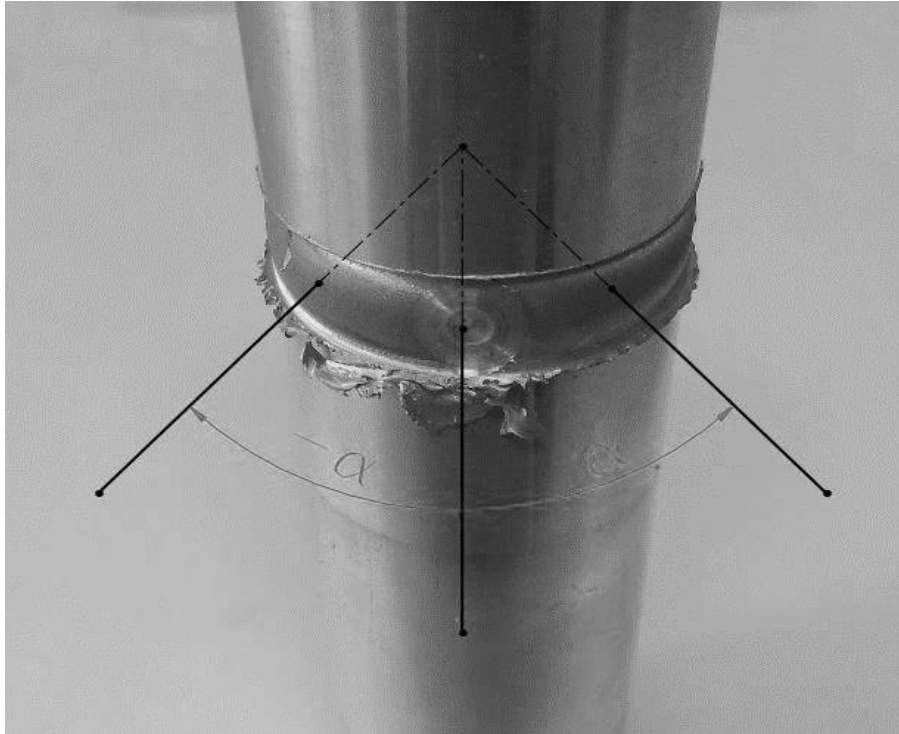


Figura 9-59: Coordinate system used to define the crack initiation sites.

The procedure adopted in documenting the crack path and defects was to record the entire fracture surface using digital images and then to identify crack initiation points and any other interesting features for closer inspection using scanning electron microscopy. Crack initiation was primarily closely associated with the slight undercut at the edge of the weld zone arising from the tool shoulder, but could occur on either the advancing or retreating side of the weld, which exhibit individual variations in values of hardness and residual stress. Tabella 9-26 gives the location of crack initiation for all the specimens tested in tensile fatigue.

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

Load ratio	Specimen	$\Delta\sigma$ (MPa)	Cyclic Life	Crack initiation	α°
R = 0.1	W119	154.4	17,200	Advancing side	-135
	W111	154.4	19,763	Double location	160
	W127	138.9	81,298	Double location	30
	W129	102.9	37,991	Advancing side	-110
	W128	102.9	67,970	Advancing side	1
	W115	102.9	697,953	Advancing side	89
	W114	92.6	463,257	Advancing side	-95
	W121	92.6	476,829	Not determined	
	W116	92.6	2,000,000	Run out	
	W125	82.4	2,000,000	Run out	
R = -1	W122	82.3	96,400	Advancing side	20
	W123	77.2	2,000,000	Run out	
	W124	61.7	466,154	Double location	-40
	W130	56.6	222,671	Middle	-75
	W117	56.6	709,775	Not separated	0
	W120	56.6	1,167,540	Not separated	0
	W113	56.6	2,000,000	Run out	
	W118	51.5	1,247,627	Middle	-45
	W112	51.5	2,000,000	Run out	

Tabella 9-26: Crack initiation location in the tensile fatigue specimens, defined in terms of their angle from the stop-start position and the position in the weld zone.

In the two specimens that were left intact (W117: 709,775 cycles and W121: 476,829 cycles) cracking had initiated along the middle plane of the weld zone and one specimen fractured through the middle of the weld (W118: 1,247,627 cycles). As is usually the case with welded specimens, the fatigue life can be quite variable at specific values of applied stress range and this reflects the presence on the weld surface of tool marks (arising from the tool advance in each tool revolution), the tool shoulder undercut and any near-surface defects. In the majority of the specimens (58%) cracking initiated at the advancing side of the weld, at the retreating side in 27% of the specimens and in other locations in 15% of specimens. It is likely that the slight increase often observed on the advancing side of the weld in the value of tensile residual stress in the direction transverse to a friction stir weld (128) underlies this predilection for crack initiation on the advancing side under a tensile load.

Tabella 9-27 presents the data for the torsional specimens, and it should be noted that the torsional loading damages the fracture surfaces and usually makes impossible post hoc determination of the crack initiation point around the circumference.

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

Load ratio	Specimen	τ_a (MPa)	Cyclic Life	Crack initiation
R = 0	T17	100	8,764	Retreating side
	T18	100	24,610	Retreating side
	T23	91.6	208,575	Multiple sites on retreating side
	T24	91.6	275,002	Not determined
	T13	83.3	318,930	Multiple sites on retreating side
	T14	83.3	347,127	Not determined
	T15	75	427,865	Not determined
	T19	75	522,030	Two sites on retreating side
	T16	66.6	1,071,840	Multiple sites on retreating side
	T20	66.6	2,000,000	Not determined
R = -1	T11	133.2	2,053	Retreating side
	T22	133.2	652	Advancing side
	T12	116.6	31,589	Advancing side
	T21	116.6	11,941	Advancing side
	T1	111.6	1,430	Not determined
	T8	100	275,020	Not determined
	T9	100	155,896	Advancing side
	T10	100	917,913	Advancing side
	T2	83.4	56,326	Advancing side
	T6	83.4	1,726,450	Stop-start position longitudinally
	T7	83.4	601,946	Advancing side
	T4	75	1,304,324	Advancing side
	T5	75	1,664,764	Advancing side
T3	66.6	2,000,000	Not determined	

Tabella 9-27: Crack initiation location in the torsional fatigue specimens, defined in terms of the position in the weld zone.

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

The torsional data indicates a significant influence of both stress ratio R and shear stress amplitude on the position and crack path associated with crack initiation. Thus under torsional fatigue loading with $R = 0$, crack initiation occurred on the retreating side in all welds examined, whilst under reversed loading with $R = -1$ crack initiation predominantly occurs on the advancing side. Under torsional loading, at the two lowest shear stress ranges used in both $R = 0$ and $R = -1$ loading, the crack path does not follow the undercut zone at the sides of the weld, but instead shows a more classical shear crack initiation at an angle of approximately 45° (see the two images given in Figura 9-60).



Figura 9-60: Crack initiation site (marked with arrow) in specimen T4 tested in torsion at $R = -1$ with a shear stress amplitude of 75 MPa.

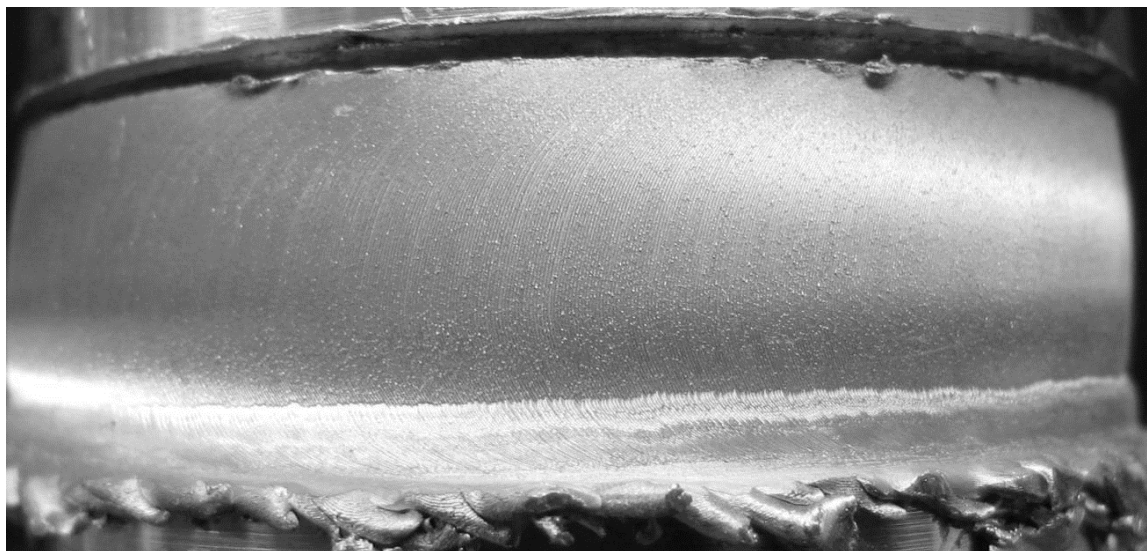


Figura 9-61: Crack initiation site in specimen T22 tested in torsion at $R = -1$ with a shear stress amplitude of 133 MPa. The crack runs around the undercut groove on the advancing side of the weld. This is the most common mode of failure in both tension and torsion fatigue specimens.

The fatigue data and information on initiation location is given in Tabella 9-28 for the in-phase and out-of-phase tension-torsion testing.

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

Specimen	σ_a (MPa)	τ_a (MPa)	R	Θ°	λ	Cyclic Life	Crack Initiation
<i>IPh-1</i>	<i>47.4</i>	<i>27.4</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>	<i>1.73</i>	<i>47,641</i>	<i>AS</i>
<i>IPh-2</i>	<i>47.4</i>	<i>27.4</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>	<i>1.73</i>	<i>139,861</i>	<i>AS</i>
<i>IPh-3</i>	<i>39.5</i>	<i>22.8</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>	<i>1.73</i>	<i>171,506</i>	<i>RS</i>
<i>IPh-4</i>	<i>39.5</i>	<i>22.8</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>	<i>1.73</i>	<i>369,237</i>	<i>AS to RS</i>
<i>IPh-5</i>	<i>33</i>	<i>19</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>	<i>1.73</i>	<i>355,728</i>	<i>Not determined</i>
<i>IPh-6</i>	<i>33</i>	<i>19</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>	<i>1.73</i>	<i>932,288</i>	<i>RS</i>
<i>IPh-7</i>	<i>33</i>	<i>19</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>	<i>1.73</i>	<i>513,782</i>	<i>Not determined</i>
<i>IPh-8</i>	<i>33</i>	<i>19</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>	<i>1.73</i>	<i>623,187</i>	<i>Stop-start</i>
<i>IPh-9</i>	<i>39.5</i>	<i>39.5</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>160,391</i>	<i>RS</i>
<i>IPh-10</i>	<i>39.5</i>	<i>39.5</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>47,967</i>	<i>AS</i>
<i>IPh-11</i>	<i>34.3</i>	<i>34.3</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>358,240</i>	<i>Not determined</i>
<i>IPh-12</i>	<i>34.3</i>	<i>34.3</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>533,508</i>	<i>AS</i>
<i>IPh-13</i>	<i>30.3</i>	<i>30.3</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>592,342</i>	<i>Not determined</i>
<i>IPh-14</i>	<i>30.3</i>	<i>30.3</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>650,684</i>	<i>AS</i>
<i>IPh-15</i>	<i>30.3</i>	<i>27.4</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>	<i>1.17</i>	<i>148,831</i>	<i>RS</i>
<i>IPh-23</i>	<i>39.5</i>	<i>22.8251</i>	<i>-1</i>	<i>90</i>	<i>1.73</i>	<i>173,954</i>	<i>RS</i>
<i>IPh-24</i>	<i>32.9</i>	<i>19</i>	<i>-1</i>	<i>90</i>	<i>1.73</i>	<i>2,000,000</i>	<i>Not determined</i>
<i>IPh-25</i>	<i>33</i>	<i>19</i>	<i>-1</i>	<i>90</i>	<i>1.73</i>	<i>139,484</i>	<i>RS</i>
<i>IPh-26</i>	<i>39.5</i>	<i>22.8</i>	<i>-1</i>	<i>90</i>	<i>1.73</i>	<i>44,499</i>	<i>Weld zone</i>
<i>IPh-27</i>	<i>33</i>	<i>19</i>	<i>-1</i>	<i>90</i>	<i>1.73</i>	<i>46,086</i>	<i>Weld zone</i>
<i>IPh-28</i>	<i>33</i>	<i>19</i>	<i>-1</i>	<i>90</i>	<i>1.73</i>	<i>857,580</i>	<i>Not determined</i>
<i>IPh-29</i>	<i>35.6</i>	<i>20.5</i>	<i>-1</i>	<i>90</i>	<i>1.73</i>	<i>686,557</i>	<i>AS</i>
<i>IPh-30</i>	<i>30.3</i>	<i>30.3</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>236,518</i>	<i>AS to RS</i>
<i>IPh-31</i>	<i>25</i>	<i>25</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>175,164</i>	<i>AS to RS</i>
<i>IPh-32</i>	<i>25</i>	<i>25</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>170,009</i>	<i>RS</i>
<i>IPh-33</i>	<i>21</i>	<i>21</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>273,482</i>	<i>RS</i>
<i>IPh-34</i>	<i>18.5</i>	<i>18.5</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>857,370</i>	<i>RS</i>

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

<i>IPh-35</i>	<i>18.5</i>	<i>18.5</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>548,537</i>	<i>Weld zone</i>
<i>IPh-36</i>	<i>15.8</i>	<i>15.8</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>1,351,096</i>	<i>Not determined</i>
<i>IPh-16</i>	<i>33</i>	<i>19</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1.73</i>	<i>205,952</i>	<i>RS</i>
<i>IPh-17</i>	<i>30.3</i>	<i>17</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1.73</i>	<i>118,631</i>	<i>RS</i>
<i>IPh-18</i>	<i>18.5</i>	<i>10.6</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1.73</i>	<i>2,000,000</i>	<i>Not determined</i>
<i>IPh-19</i>	<i>47.45</i>	<i>27.4</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1.73</i>	<i>25,614</i>	<i>RS</i>
<i>IPh-20</i>	<i>23.7</i>	<i>13.7</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1.73</i>	<i>501,988</i>	<i>AS to RS</i>
<i>IPh-21</i>	<i>21</i>	<i>12.2</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1.73</i>	<i>891,341</i>	<i>AS to RS</i>
<i>IPh-22</i>	<i>23.7</i>	<i>13.7</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1.73</i>	<i>2,000,000</i>	<i>Not determined</i>
<i>OoPh-37</i>	<i>33.0</i>	<i>19.0</i>	<i>0</i>	<i>90</i>	<i>1.73</i>	<i>98,938</i>	<i>RS</i>
<i>OoPh-38</i>	<i>29.0</i>	<i>16.7</i>	<i>0</i>	<i>90</i>	<i>1.73</i>	<i>224,230</i>	<i>RS</i>
<i>OoPh-39</i>	<i>23.7</i>	<i>13.7</i>	<i>0</i>	<i>90</i>	<i>1.73</i>	<i>2,000,000</i>	<i>Not determined</i>
<i>OoPh-40</i>	<i>33.0</i>	<i>19.0</i>	<i>0</i>	<i>90</i>	<i>1.73</i>	<i>38,084</i>	<i>AS</i>
<i>OoPh-41</i>	<i>29.0</i>	<i>16.7</i>	<i>0</i>	<i>90</i>	<i>1.73</i>	<i>121,400</i>	<i>AS</i>
<i>OoPh-42</i>	<i>23.7</i>	<i>13.7</i>	<i>0</i>	<i>90</i>	<i>1.73</i>	<i>2,000,000</i>	<i>Not determined</i>
<i>OoPh-43</i>	<i>26.4</i>	<i>15.2</i>	<i>0</i>	<i>90</i>	<i>1.73</i>	<i>745,539</i>	<i>AS</i>
<i>OoPh-44</i>	<i>29.0</i>	<i>29.0</i>	<i>0</i>	<i>90</i>	<i>1.00</i>	<i>34,544</i>	<i>RS</i>
<i>OoPh-45</i>	<i>21.1</i>	<i>21.1</i>	<i>0</i>	<i>90</i>	<i>1.00</i>	<i>2,000,000</i>	<i>Not determined</i>
<i>OoPh-46</i>	<i>26.4</i>	<i>26.4</i>	<i>0</i>	<i>90</i>	<i>1.00</i>	<i>80,612</i>	<i>Not determined</i>
<i>OoPh-47</i>	<i>25.0</i>	<i>25.0</i>	<i>0</i>	<i>90</i>	<i>1.00</i>	<i>945,586</i>	<i>Not determined</i>

Tabella 9-28: Crack initiation location in the tension-torsional fatigue specimens, defined in terms of the position in the weld zone.

It is clear that cracks can initiate with approximately equal facility on either the advancing or retreating side of the weld which implies that the local multiaxial strain state is more important than the effects of hardness changes or residual stress induced in the friction stir welding process. An interesting observation is that in a number of tests the crack moved from the advancing to the retreating side during growth although this does not seem to have any relationship with load parameters (Figura 9-62).

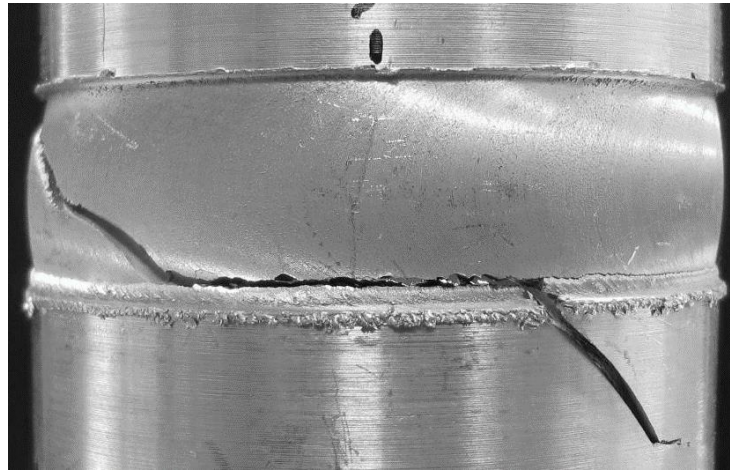


Figura 9-62: In-phase tension-torsion fatigue test (IPh21) showing that the crack has initiated along the tool shoulder groove on the retreating side and then moved across to the advancing side of the weld.

In the case of the torsion specimens, multiple crack initiation sites along the retreating side of the weld were observed under $R = 0$ loading across the range of applied stress values, e.g. T23 (92 MPa), T16 (67 MPa). Figura 9-63 and Figura 9-64 show examples of such multiple initiation sites. It can also be observed that the number of cracks initiated appears to increase as the applied shear decreases and hence the fatigue life increases. A problem with those specimens that displayed multiple crack initiation but that did not completely fracture, was that the primary initiation site could not be determined because of the difficulty in separating the specimen at the appropriate place, e.g. Figura 9-64.

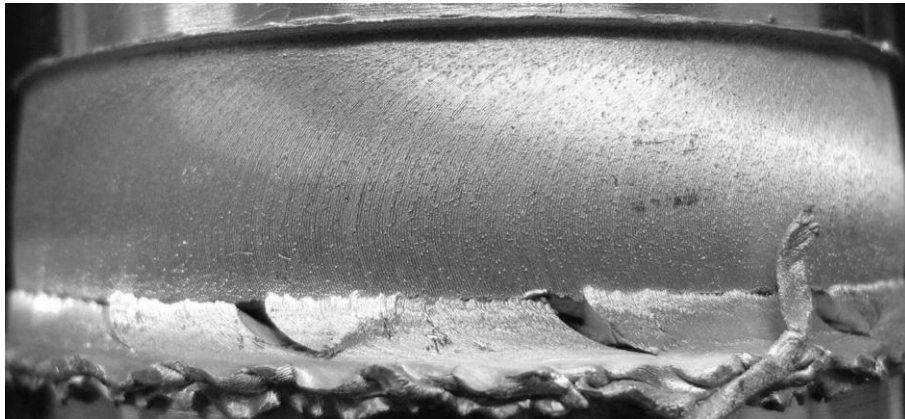


Figura 9-63: Multiple crack initiation sites observed in torsion fatigue at $R = 0$. This image shows specimen T23.

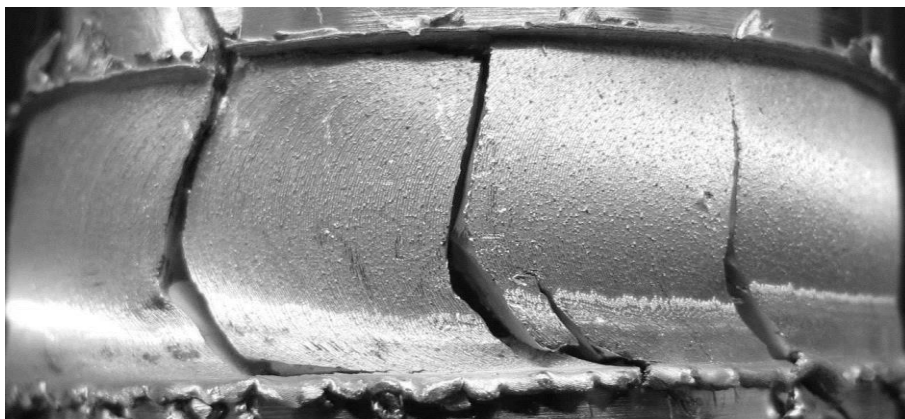


Figura 9-64: Multiple crack initiation appears to be exacerbated at lower torsional stress and hence longer fatigue lives. This image shows specimen T16.

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

Certain of the in-phase tension-torsion specimens, e.g. IPh8 and the torsion specimens, e.g. T4 exhibited crack initiation coincident with the stop-start position, as shown in Figura 9-65 and Figura 9-61, respectively.

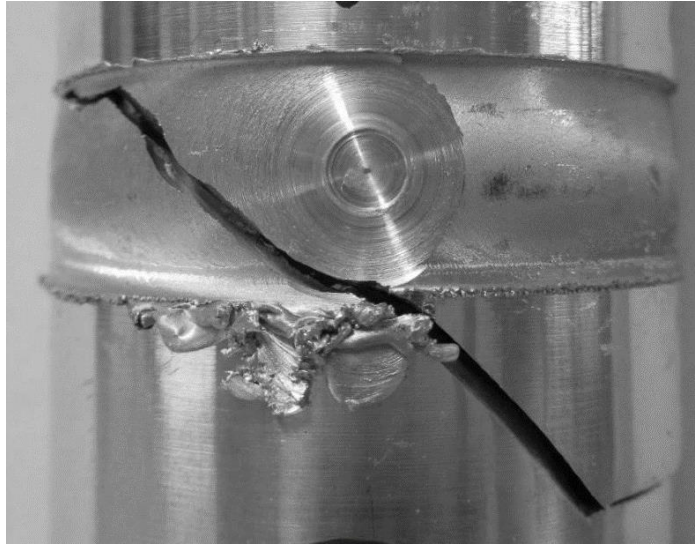


Figura 9-65: Certain tension-torsion specimens showed crack initiation associated with the stop-start position. This is specimen IPh8.

Torsion fatigue specimens occasionally showed classic shear crack bifurcation under torsion loading with $R = -1$ and Figura 9-66 shows an example of this type of cracking where crack initiation has also occurred at the stop-start position.

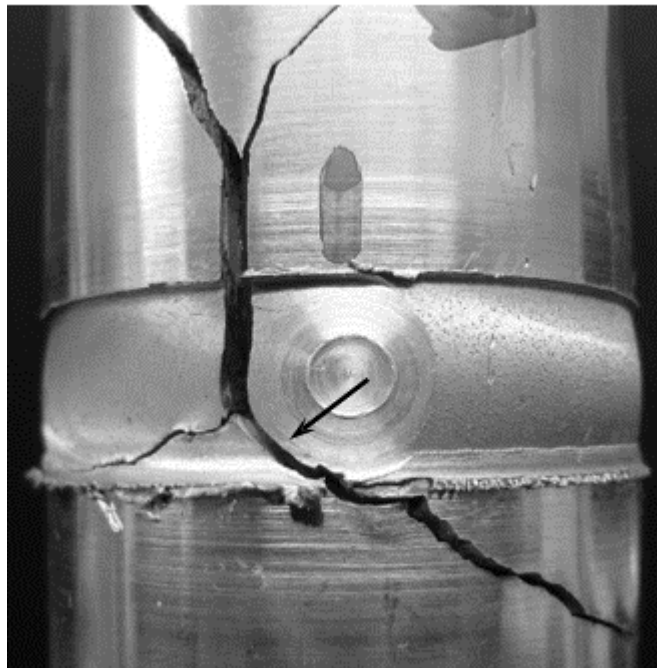


Figura 9-66: Specimen T6 which showed classic shear crack bifurcation. The arrow marks the crack initiation site which is also associated with the stop-start position.

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

Tabella 9-29 summarises the crack location information for all specimens and shows that for the 62 specimens where this information was obtained, 50% of cracks initiated at the advancing side, 39% at the retreating side and 11% at other positions in the weld.

	<i>Tensile</i>	<i>Torsion</i>	<i>In Phase</i>	<i>Out Of Phase</i>	<i>Sum</i>
<i>Advancing side</i>	8	9	11	3	31
<i>Retreating side</i>	2	7	12	3	24
<i>Other</i>	2	1	4	0	7
<i>Not determined</i>	6	7	9	5	27

Tabella 9-29: Summary of the crack location information for all specimens, in terms of initiating at either the advancing or retreating side of the weld

In specimens that had not experienced significant surface damage during torsion or reversed tension loading, it was generally straightforward to locate the primary crack initiation site, although where multiple cracks of similar size had occurred the fracture surfaces could not be easily exposed. Crack initiation generally occurred at the surface undercut caused by the tool shoulder at either advancing or retreating sides of the weld, and this is demonstrated in Figura 9-67 (tensile fatigue specimen W121) where ratchet marks are present on the fracture surface that correspond with the tool shoulder marks, and a small fatigue crack has initiated between these marks (indicated with an arrow). Occasional wormhole defects, which are a relatively common form of FSW defect, were observed on the fracture surface (see the tensile fatigue specimen W117 shown in Figura 9-68: Wormhole defects on the fast fracture region of tensile fatigue specimen W117. As expected the fracture mechanism is microvoid coalescence. Figura 9-68).

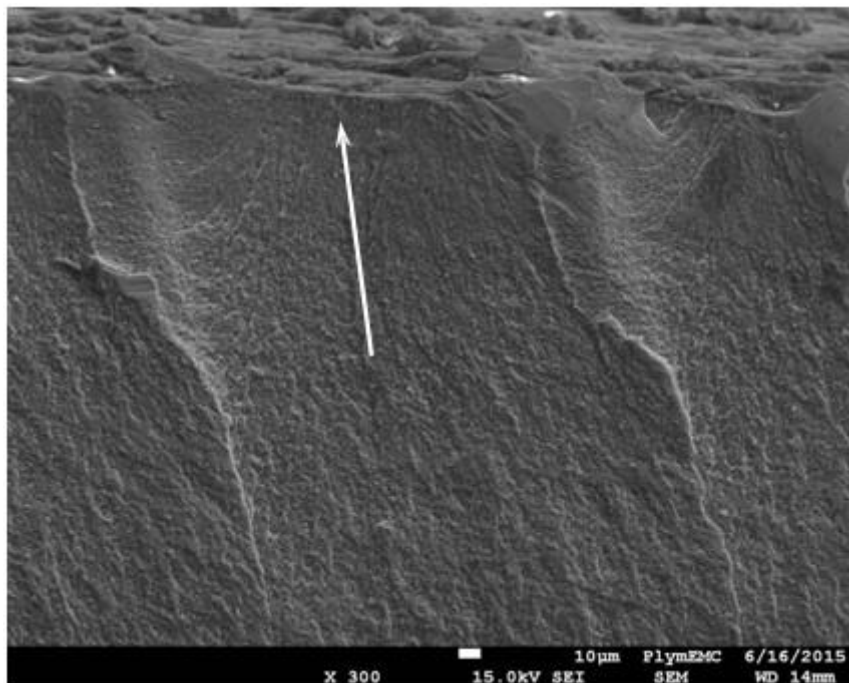


Figura 9-67: SEM fractograph showing crack initiation (arrow) between surface tool marks in tensile fatigue specimen W121. The small white bar at the bottom of the picture is a 10 µm marker.

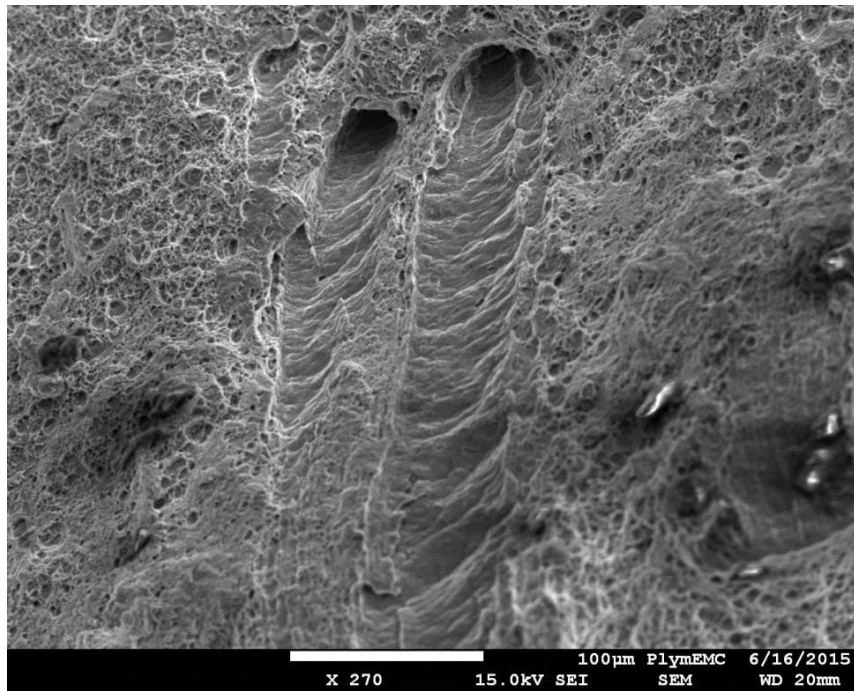


Figura 9-68: Wormhole defects on the fast fracture region of tensile fatigue specimen W117. As expected the fracture mechanism is microvoid coalescence.

The mechanism by which such defects are formed reflects the details of the plastic mixing process during friction stir welding and has been described in reference (144) which also summarises other forms of FSW defect.

The specimens tested under biaxial tension-torsion loading were more interesting, as although parts of the fracture surfaces had suffered damage from contact during crack growth, certain specimens indicated that although the primary crack had initiated at the outside of the tube (in-phase tension-torsion specimen IPh2 - Figura 9-69), smaller secondary cracks had sometimes formed at the inner surface later in the fatigue process (IPh2 - Figura 9-70).

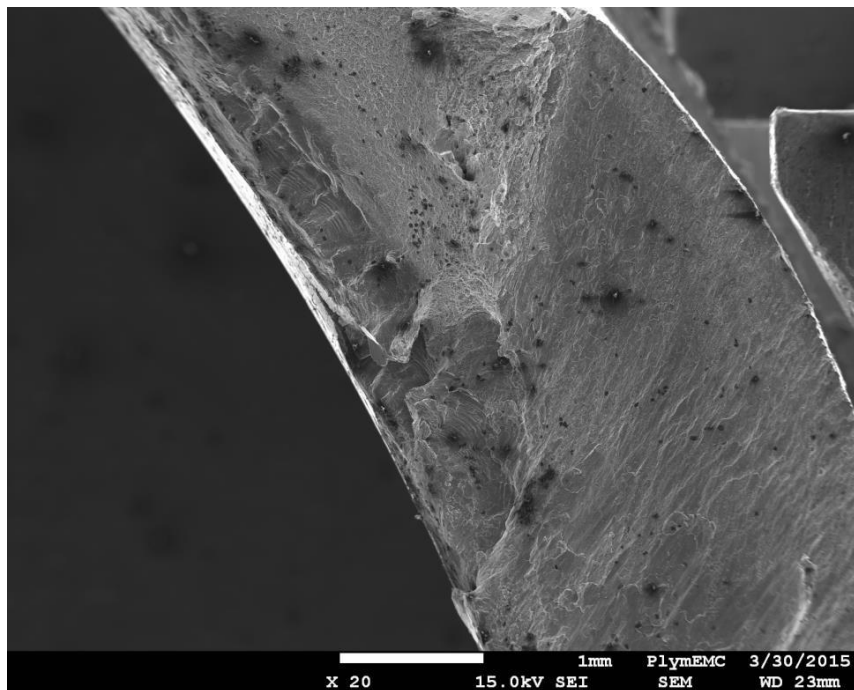


Figura 9-69: Clear evidence of initiation of the primary fatigue crack from the outer edge of specimen IPh2 can be seen at the upper right hand corner in this image.

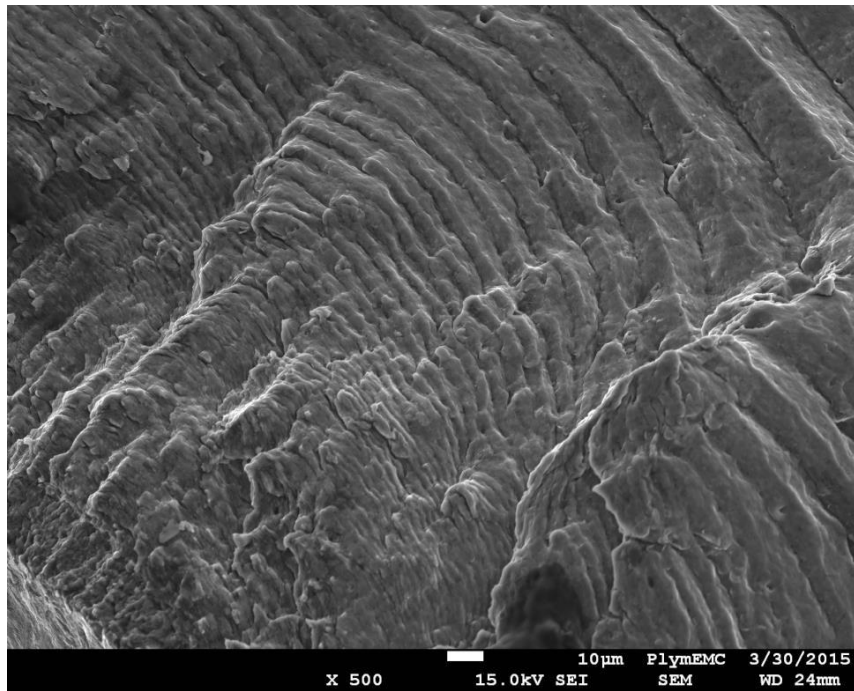


Figura 9-70: A smaller secondary site of fatigue crack initiation is present at the inner edge of tube specimen IPh2 in the lower left corner of this image.

Figura 9-70 is also demonstrates that the formation of this secondary crack occurred at a late stage in the fatigue process because the fracture surface fairly quickly starts to reflect the underlying 'onionskin' structure in the weld zone, reflecting high levels of applied load and hence high growth rates. Where fracture surfaces were undamaged, the mechanism of fatigue crack growth could be observed to be ductile striation formation as shown in Figura 9-71 (tension fatigue specimen W130).

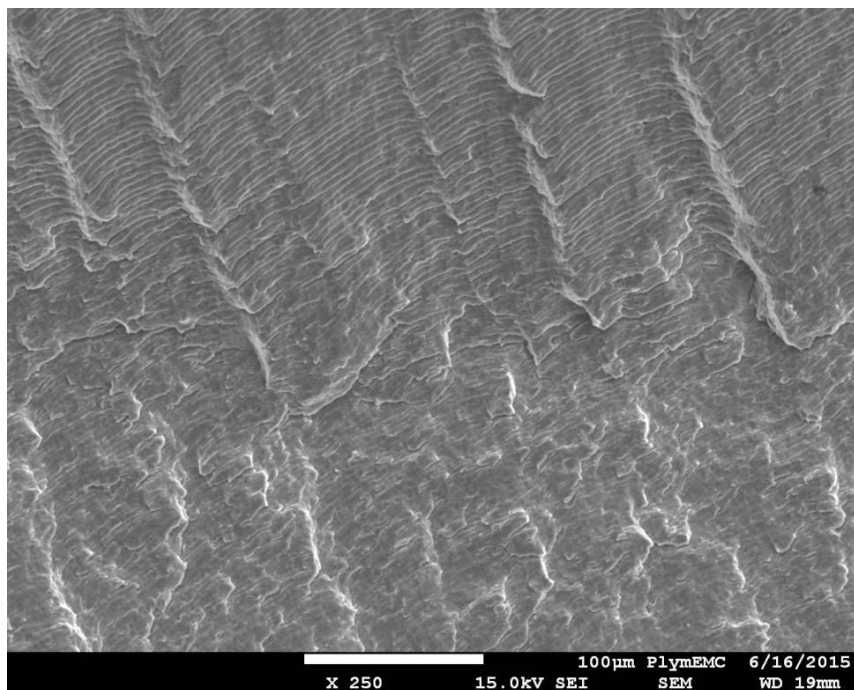


Figura 9-71: The mechanism of fatigue crack growth was by ductile striation formation; this image shows the fracture surface on tensile fatigue specimen W130 and the crack growth direction is from the bottom of the image to the top.

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

Metallography

Ultimately, it is intended to evaluate the microstructure and crack path using polarised light microscopy and electron back-scatter diffraction (EBSD) in a scanning electron microscope, but this work has not yet been completed. Figura 9-72 shows a polarised light metallographic montage that shows the complete weld zone for the torsion specimen T6.

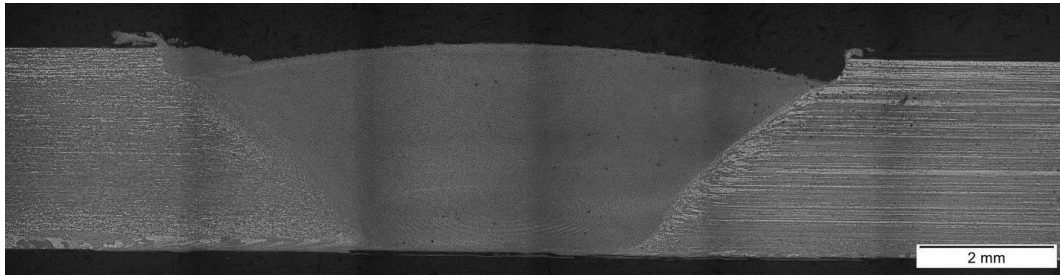


Figura 9-72: Polarised light metallographic montage showing the complete weld zone in specimen T6 tested in torsional fatigue.

Individual regions of the microstructure can be examined at higher magnification (Figura 9-74).

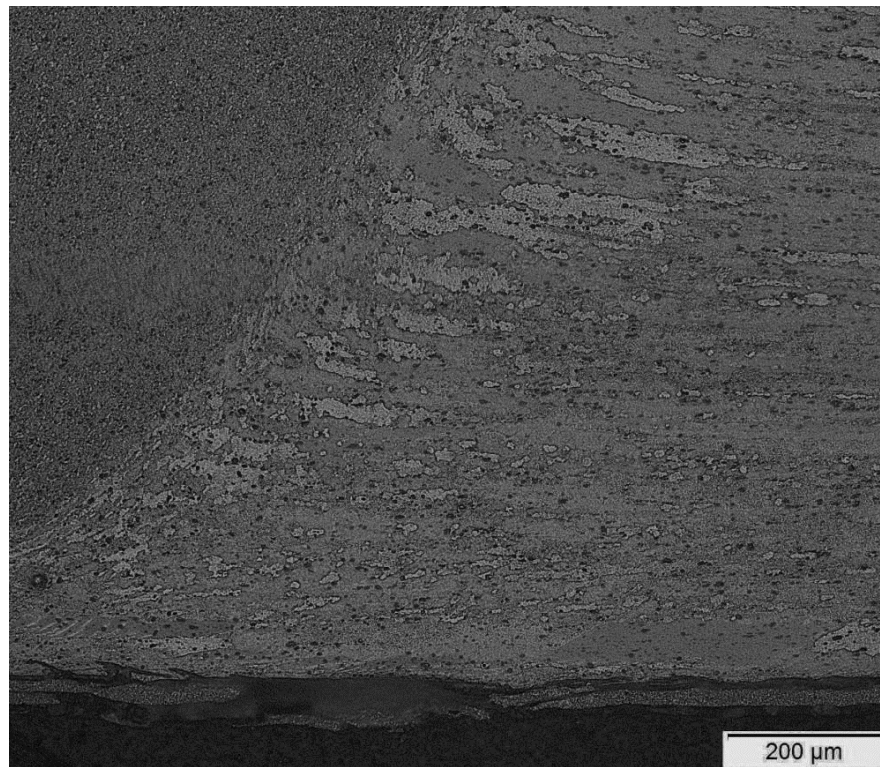


Figura 9-73: Polarised light micrograph showing the edge of the weld at 100x magnification.

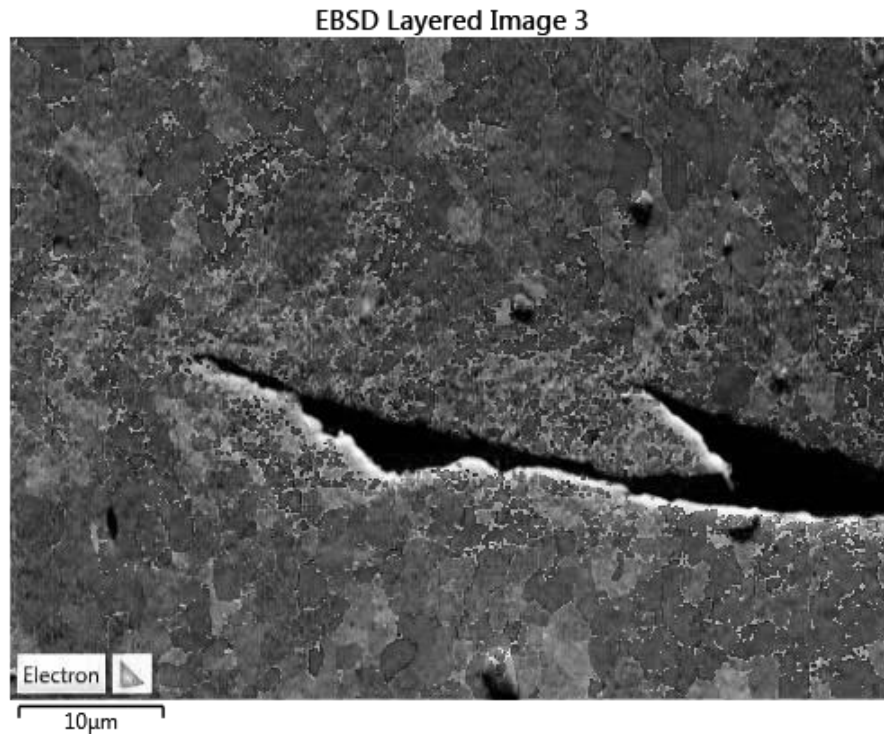


Figura 9-74: EBSD image showing the crack tip region in specimen T6 at 2,000x magnification.

This can also be done for cracked specimens, although it entails polishing back the surface to provide a flat region for etching, and the etching process tends to attack crack edges preferentially. This is where EBSD has a distinct advantage over light microscopy, although it also requires a flat surface in order to adequately index the microstructure and the plastic deformation that surrounds cracks can lead to a loss of resolution. Figura 9-74 shows a typical EBSD image of the crack tip region in specimen T6 at 2,000x magnification and a fairly good resolution of the microstructure has been obtained to within a distance of about 10 μm from the crack edge. The interesting point that this image does not make clear is whether grain refinement has occurred due to plastic strain in the zone near to the crack tip, or whether this apparent effect merely reflects a loss of data in this heavily deformed region. The EBSD image shown in Figura 9-75 contains the crack initiation region in specimen IPh-1, looking at the crack growing down through the tube thickness.

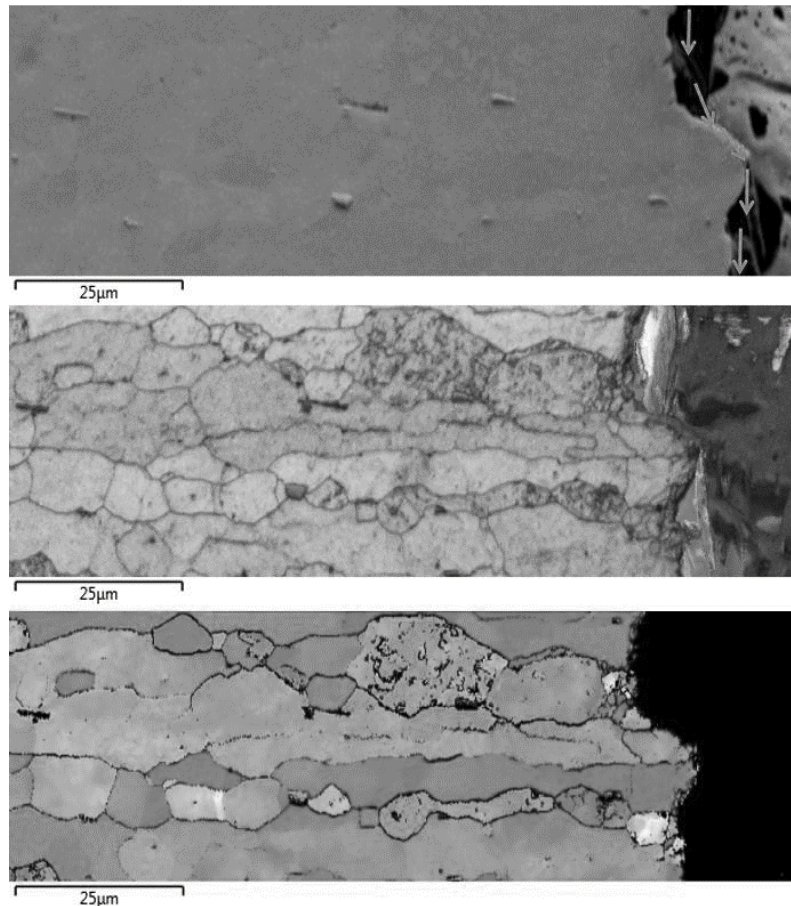


Figura 9-75: EBSD images of crack growth through the thickness of the tube wall. This shows is the heat-affected zone on the parent plate side of the crack and the crack growth direction is indicated in the top image.

The crack has initiated and grown along the tool shoulder undercut on the advancing side of the weld and the grain structure reflects the heat-affected zone (HAZ) on the parent plate side of the crack. The direction of crack growth through the tube thickness is shown by the arrows in the top image.

Conclusions

The work described in this paper has summarised some of the crack path observations made during a major three-year research project that has had four international partners working in synergy on developing both a new FSW process for joining small diameter tubes and on characterising the fatigue performance of the tubes under tension, torsion and biaxial tension-torsion loading. In this project the first year was spent developing the FSW technology to successfully join small diameter tubes and optimising the process conditions to achieve consistent mechanical properties (Nelson Mandela Metropolitan University). The next 18 months entailed a complementary programme of fatigue testing at Universities in two countries (Universities of Sheffield and Ferrara), with the fatigued specimens finally being delivered to the University of Plymouth in the last 6 months of the project for fractographic and metallographic characterisation.

It can be concluded that:

Small diameter tubes can be successfully welded and deliver similar values of joint efficiency (0.55) to those observed with flat plates joined by FSW. The main problems arise from designing a process with a retractable tool, obtaining an optimised process, alignment of out-of-round tubes with small wall thickness and heating of the clamping arrangement during a production run.

The welding process would need to be automated in order to be taken out into industry, but the pilot project has indicated considerable potential for deployment in the ground vehicle industry.

The loading conditions do not affect the location of crack initiation in any significant way in terms of fatigue design, although small variations were observed in, for example, tensile fatigue at stress

ratios of either 0.1 or -1. Variations were limited to a move from advancing to retreating side of the weld with crack initiation still generally confined to the undercut groove that occurs at the edge of the tool shoulder.

Acknowledgment

Support for this work from the Leverhulme Trust through the award of International Network Grant IN-2012-107 is gratefully acknowledged.

9.4 GRADIENTE IMPLICITO SUI PROVINI FSW

Essendo stato un lavoro che ha coinvolto una consistente mole di persone e risorse e con un notevole interesse scientifico, ha favorito la stesura di svariati articoli scientifici per pubblicazione su rivista e presentazione a convegni, inoltre ricadendo in diversi campi ha permesso di approfondire ambiti quali: tecnologia del processo produttivo, considerazioni sulla resistenza a fatica sia mono che multi assiale, considerazioni metallurgiche sulla composizione e sulla caratterizzazione della frattura.

Seppur non risulti particolarmente gravoso dal punto di vista geometrico, si tratta sempre di una saldatura che presenta un effetto di concentrazione delle tensioni, perciò ho sfruttato il materiale in mio possesso per fare un'analisi del gradiente implicito per il caso mono assiale in trazione e torsione.

La saldatura FSW del lavoro "Leverhulme project" presenta il profilo visibile in Figura 9-76. Si sono presi i risultati dei test a fatica a trazione e torsione pura per effettuarne una verifica col gradiente implicito.

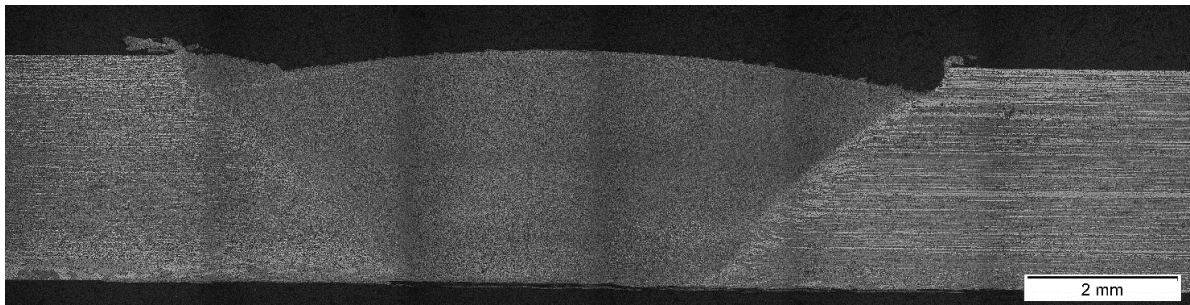


Figura 9-76: Profilo FSW

L'effetto di intaglio è molto blando, con un coefficiente di concentrazione delle tensioni $K_{t_{\text{lordo}}} = \frac{\sigma_{\text{nom}}}{\sigma_{\text{max}}}$ pari a 3.65 per la trazione e di 2.04 per la torsione.

Cominciando con l'analisi del caso a trazione pura in statica, in cui basta un modello 2D ed è più facile ricavare i dati del materiale mancanti da letteratura, ho deciso di preparare modelli CAD e simulazioni FEM con cui affrontare l'analisi. I dati disponibili sono le resistenze a fatica del componente saldato e le resistenze statiche del saldato e del materiale base.

UTS (materiale base) [MPa]

303

Tabella 9-30: Resistenze statiche

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

K_{IC} (materiale base) [$\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$]

21.01

Tabella 9-31: K_{IC} ricavato da letteratura (145)

R **σ_A [MPa]**

0.1 64.5

Tabella 9-32: Ampiezza delle resistenze a fatica del liscio (146)

L'ampiezza della resistenza a fatica del liscio è stata trovata in (146) e si riferisce al rapporto di ciclo $R=0.1$.

Avendo UTS e K_{IC} , tramite l'Equazione 9-5 si può ricavare c .

$$c[\text{mm}] = 1000 * 0.545 * \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{IC}}{UTS} \right)^2$$

Equazione 9-5: Calcolo di c per la statica

c (materiale base) [mm]

0.83

Tabella 9-33: Costante c calcolata dai dati disponibili

Si sono ora calcolate le tensioni effettive, imponendo come carico la resistenza del materiale base (152 MPa).

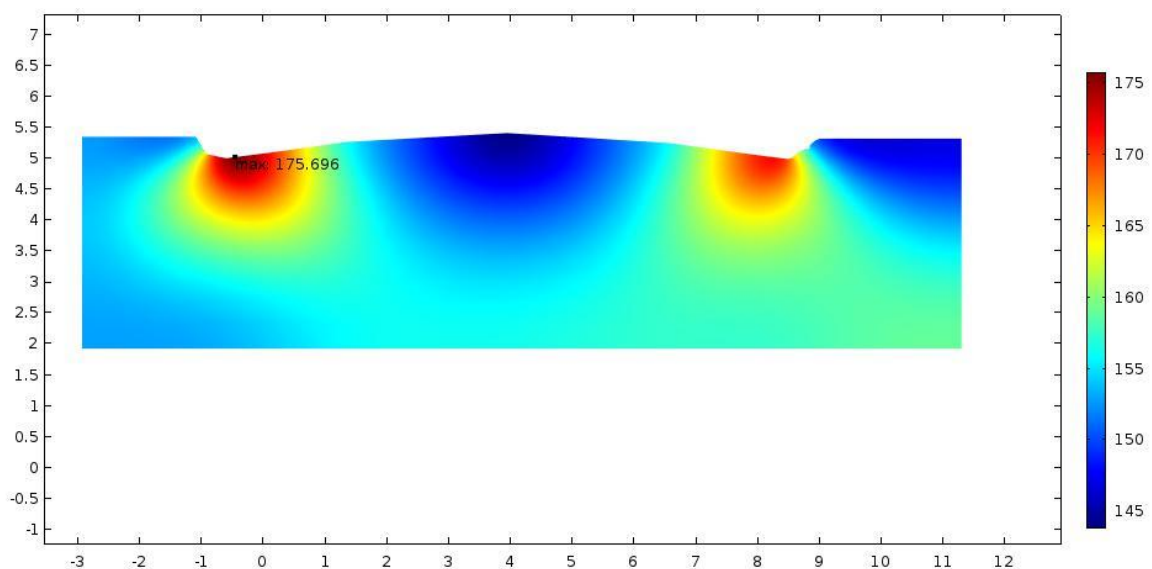


Figura 9-77: Plot della tensione efficace

σ_{eff} 175.70

Tabella 9-34: Tensioni effettive

9-APPLICAZIONI PARTICOLARI: FRICTION STIR WELDING

I risultati sono nettamente più bassi di quelli aspettati (Tabella 9-30), questo è dovuto alla geometria in analisi che non presenta un intaglio acuto con spigolo vivo ma un intaglio molto morbido.

Per le prove a fatica invece la formula da utilizzare è

$$c[\text{mm}] = 1000 * 0.545 * \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{th}}{\Delta \sigma_A} \right)^2$$

Equazione 9-6: Calcolo di c per la statica

E i dati da utilizzare per $R=0.1$ sono la resistenza del liscio ricavata da letteratura (146) e ΔK_{th} pari a 2.08 (147).

Si ottiene quindi una $c=0.05\text{mm}$, valore molto basso ma giustificato dal tipo di intaglio poco gravoso.

ΔK_{th}	$\Delta \sigma_A$	c
2.08	129	0.05

Tabella 9-35: Parametro c e dati utilizzati per calcolarlo

Applicando al provino il carico di resistenza a fatica del saldato e usando la c appena calcolata ottengo una tensione efficace pari a 88.28 MPa, nettamente più bassa del valore desiderato di 129.

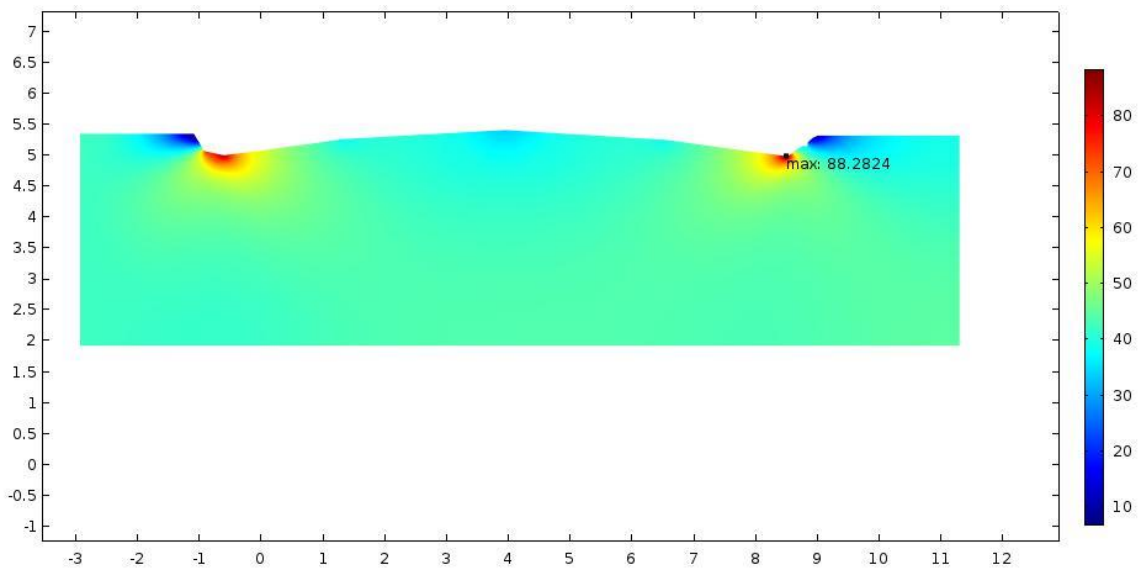


Figura 9-78: Plot della tensione efficace

σ_A saldato	σ_A base	σ_{eff}
42.2	129	88.28

Tabella 9-36: Tensione efficace calcolata

Per le prove a torsione purtroppo non si hanno a disposizione così tanti dati sul materiale, dal nostro lavoro è stata raccolta solo la resistenza statica e la resistenza a fatica del saldato, mancano tutti i dati sul liscio, perciò non viene eseguita alcuna analisi

10 CONCLUSIONI

10.1 CONSIDERAZIONI FINALI

Questo lavoro riguarda una metodologia di valutazione della resistenza a fatica dei materiali, con particolare riferimento alle strutture saldate o con presenza di intagli acuti. In questi casi risulta molto difficile fare una stima di resistenza dato che i metodi tradizionali di progettazione che utilizzano una tensione puntuale, causa la singolarità tensionale presente, non sono fruibili. Per ovviare al problema sono nate varie tecniche che sfruttano una media del campo tensionale o utilizzano grandezze energetiche.

Durante questi tre anni di impegno sono stati eseguiti una vasta serie di lavori, alcuni di verifica e applicabilità del metodo, altri per creare una modalità di implementazione anche ove il software non ne ha le possibilità implementate (64). Il metodo del gradiente implicito è già stato dimostrato funzionante con lavori precedenti al mio (148), nelle saldature ad esempio ha trovato una buona applicazione (149) (45). Lo scopo di questi anni di lavoro è stato quello di estendere la sua applicabilità anche ad altri casi, cercando di rendere la progettazione a fatica più semplice. Oltre che trovare il valore realmente utilizzabile di una tensione, il metodo mette anche in evidenza il luogo dove il punto di massima tensione si trova, che non sempre è dove ci si aspetta (capitolo 7) confermato anche dai test di Lorenzino (150). Anche quando il lavoro sembrava semplice, per via del caso di carico ad esempio, un problema poteva derivare dal reperire i dati del materiale necessari alla taratura dei parametri, ove non disponibili bisognava ipotizzarli con criteri adeguati, valutare bene le grandezze in gioco per simulare il modello in maniera più idonea possibile e soprattutto la manipolazione delle mesh è stata un punto cruciale in questo lavoro, solo con anni di pratica sono riuscito ad ottenere un buon livello di preparazione e ad avere subito un'idea chiara di come sfruttare la tipologia e la dimensione adeguata degli elementi messi a disposizione dal modellatore.

Seppur i primi lavori sull'argomento siano apparsi una decina di anni fa (150), i due autori principali sul gradiente implicito restano Tovo R. e Livieri P.

Altri lavori stanno comparando in letteratura su metodi con origini teoriche comuni a quella del gradiente implicito (152) (153) anche applicati a materiali non metallici, come ad esempio il cemento (154) e il PVC (155).

10.2 PROBLEMATICHE

Il metodo risulta avere una serie di aspetti positivi non trascurabili, tra cui il ridotto numero di parametri necessari alla sua implementazione, la semplicità di utilizzo in software che ne implementano l'equazione fondamentale, l'applicabilità a qualsiasi geometria in ogni caso di carico. Nel capitolo 8.2 è stato esaminato il confronto fra l'applicazione del metodo mono e bi-parametrico da utilizzare in caso di multi assialità, ed il confronto con altre tecniche non ha evidenziato problematiche degne di nota.

Restano tuttavia una serie di aspetti che vanno ancora chiariti: il perché nel capitolo 8.4 non si siano raggiunti risultati soddisfacenti, in cui la simulazioni dei provini di materiale plastico

sottoposti a rottura statica per flessione a tre punti non hanno dato buoni risultati in termini di confronto con le resistenze ottenute in laboratorio.

Anche in situazioni semplici in cui si hanno a disposizione molti dati del materiale e il caso di carico è una semplice trazione, la geometria con un intaglio troppo blando può essere un limite del metodo, come evidenziato sul lavoro eseguito a seguito del paper sulla friction stir welding (capitolo 9.3).

Ad oggi il modello non è ancora compatibile con tutti i software, seppur ci sia stato un primo tentativo di migrazione all'esterno dell'ambiente Comsol (capitolo 6.4) rimangono problemi per lo più matematici nella manipolazione dell'equazione differenziale che regola il metodo.

10.3 VALUTAZIONI PERSONALI

In questi anni ho avuto la possibilità di scrivere articoli, partecipare ed esporre i miei lavori a conferenze internazionali, conoscere colleghi provenienti da tutto il mondo e collaborare con nomi che godono di grossa fama nell'ambiente. Inoltre ho avuto la possibilità di viaggiare e trascorrere periodi all'estero ospite di altre università, così da espandere le mie conoscenze nell'ambito dell'ingegneria.

Ho anche avuto modo di eseguire svariati lavori per una decina di aziende, alcune leader del proprio settore, sempre nel campo della valutazione della vita a fatica; alcune volte solo in modo analitico, altre con test di laboratorio che mi hanno permesso di prendere manualità con le più comuni macchine di test.

11 BIBLIOGRAFIA

1. *Wöhler's experiments on the strength of metals*. **Wöhler, A.** 1867, Engineering, Vol. 4, p. 160-161.
2. **Goodman, J.** *Mechanics Applied to Engineering*. London : Green & Company, 1899.
3. *Crack Initiation and Propagation in Notched Fatigue Specimens*. **Hirschberg, S.S. Manson and M. H.** s.l. : Japanese Society for Strength and fracture materials, 1966, Proceedings of the First International Conference on Fracture, Vol. 1.
4. **Dowling, Norman E.** *Mechanical Behavior of Materials*.
5. *A rational analytic theory of fatigue*. . **P. C. Paris, M. P. Gomez and W. E. Anderson.** 1961, The Trend in Engineering , Vol. 13, p. 9-14.
6. *A Theory for Fatigue Failure under Multiaxial Stress-Strain Conditions*. **M W Brown, K J Miller.** 1973, 1973, Journal: Archive: Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers 1847-1982 (vols 1-196) , Vol. 187, p. 745-755.
7. *a critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading*. **A. Fatemi, D. Socie.** 3, 1988, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 11, p. 149–165.
8. **L., Susmel.** *Multiaxial notch fatigue from nominal to local stress-strain quantities*. Cambridge, UK : Woodhead & CRC, 2009.
9. *effect of large hydrostatic pressure on the torsionale fatigue strength of an alloy steel*. **crossland, b.** London : s.n., 1956. proceedings on international conference on the fatigue of metals. p. 138-149.
10. **H., Neuber.** *Theory of notch stresses*. Berlino : Springer-Verlag, 1958.
11. *Notch sensitivity*. **R.E., Peterson.** New York : McGraw Hill, 1959, Metal fatigue, p. 293-306.
12. **D., Taylor.** *The Theory of Critical Distances: A New Perspective in Fracture Mechanics*. Oxford : Elsevier, 2007.
13. *A novel formulation of the theory of critical distances to estimate lifetime of notched components in the medium-cycle fatigue regime*. **Susmel, L. e D., Taylor.** 30, 2007, Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structure, p. 567-581.
14. *The validation of some methods of notch fatigue analysis*. **D., Taylor e G., Wang.** 23, 2000, Fatigue and Fracture of engineering Materials and Structure, p. 387-394.
15. *Prediction of fatigue failure location on a component using a critical distance method*. **D., Taylor, P., Bologna e K., Bel Knani.** 22, 2000, Internation journal of fatigue, p. 735-742.
16. *Two methods for predicting the multiaxial fatigue limits of sharp notches*. **Susmel, L. e Taylor, D.** 26, 2003, Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structure, p. 821-833.
17. **N.E., Frost, K.J., Marsh e L.P., Pook.** *Metal fatigue*. oxford : oxford university press, 1974.
18. *Prediction of fatigue regimes in notched components*. **R.A, Smith e K.J., Miller.** 1978, internation journal mechanical sciences, Vol. 20, p. 201-206.
19. *Notch geometry effects in fatigue: a conservative design approach*. **D., Taylor e M., O'Donnell.** 1994, Engineerings failure analysis, Vol. 1, p. 275-287.
20. *Über die Berücksichtigung der Spannungskonzentration bei Festigkeitsberechnungen*. **H., Neuber.** 1968, Konstruktion, Vol. 20, p. 245-251.
21. *On a necessary and sufficient criterion for brittle strength*. **V.V., Novozhilov.** 2, 1969, Journal of Applied Mathematics and Mechanics, Vol. 33, p. 201-210.
22. *A non-local stress failure condition for structural elements under multiaxial loading*. **A., Seweryn e Z., Mroz.** 1995, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 51, p. 955-973.

23. *Geometrical effects in fatigue: a unifying theoretical model.* **D., Taylor.** 1999, International Journal of Fatigue, Vol. 21, p. 413-420.
24. *A finite-volume-energy based approach to predict the static and fatigue behavior of components with sharp V-shaped notches.* **P., Lazzarin e R., Zambardi.** 3, 2001, International Journal of Fracture, Vol. 112, p. 275-298.
25. *An implicit gradient type of static failure criterion for mixed-mode loading.* **R., Tovo, P., Livieri e E., Benvenuti.** 3, 2006, International journal of fracture, Vol. 141, p. 497-511.
26. *An implicit gradient application to fatigue of sharp notches and weldments.* **R., Tovo e P., Livieri.** 2007, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 74, p. 515-526.
27. *Non-local elasticity and related variational principles.* **C., Polizzotto.** 2001, International Journal of Solids Structures, Vol. 38, p. 7359-7380.
28. *Nonlocal damage theory.* **G., Pijaudier-Cabot e ZP., Bažant.** 1987, Journal of engineering mechanics, Vol. 10, p. 1512-1533.
29. *On the functional form of non-local elasticity kernels.* **Picu R.C.** 2002, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 50, p. 1923-1939.
30. *Why continuum damage is nonlocal: justification by quasiperiodic microcrack array.* **Z., Bažant.** 1987, Mechanics Research Communications, Vol. 14, p. 407-419.
31. *On nonlocal elasticity.* **CA, Eringen e DGB, Edelen.** 1972, International Journal of Engineering Science, Vol. 10, p. 233-248.
32. *Some expressions for the strain energy in a finite volume surrounding the root of blunt V-notches.* **P., Lazzarin e F., Berto.** 1-4, 2005, International Journal of Fracture, Vol. 135, p. 161-185.
33. *Brittle fracture criterion for structures with sharp notches.* **A., Seweryn.** 5, 1994, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 47, p. 673-681.
34. *From Neuber's elementary volume to Kitagawa and Atzori's diagrams: An interpretation based on local energy.* **P., Lazzarin e BertoF.** 1-4, 2005, International Journal of Fracture, Vol. 135, p. L33-L38.
35. *Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension.* **M.L., Williams.** 19, 1952, Journal of Applied Mechanics, p. 526-528.
36. *Analysis of fatigue failures in components using the theory of critical distances.* **D., Taylor.** 6, 2005, Engineering Failure Analysis, Vol. 12, p. 906-914.
37. *Local strain energy density and fatigue strength of welded joints.* **P., Lazzarin, P., Livieri e F., Berto.** Alexandroupolis, Greece. : s.n., 2006. 16th European Conference of Fracture.
38. *An implicit gradient application to fatigue of notches and weldments.* **R., Tovo e P., Livieri.** Alexandroupolis, Greece : s.n., 2006. 16th European Conference of Fracture.
39. *Gradient enhanced damage for quasi-brittle materials.* **R.H.J, Peerlings, et al.** 19, 1996, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 39, p. 3391-3403.
40. **P.G., Ciarlet.** *Mathematical elasticity vol. 1.* North Holland : Elsevier, 1988. Vol. Vol. 1., North-Holland (1988).
41. *Localization limiters in transient problems.* **D., Lasry e T., Belytschko.** 6, 1988, international journal of solid structures, Vol. 24, p. 581-597.
42. **E., Zauderer.** *Partial differential equation of applied mathematics.* New york : Wiley, 1989.
43. *Fatigue crack initiation and propagation phases near notches in metals with low notch sensitivity .* **P., Lazzarin, R., Tovo e G., Meneghetti.** 1997, International Journal of Fatigue, Vol. 19, p. 647-657.
44. *Strain- and stress-based continuum damage models: 1. Formulation.* **J.C., Simo e W., Wu J.** 1987, International Journal Solids Structure, Vol. 23, p. 821-840 .
45. *An implicit gradient application to fatigue of sharp notches and weldments”.* **R., Tovo e P., Livieri.** 2007, Engineering Fracture Mechanics,, Vol. 74, p. 515-526.

11- BIBLIOGRAFIA

46. *An Application of the Implicit Gradient Method to welded structures under multiaxial fatigue loadings.* **A., Cristofori, P., Livieri e Tovo, R.** 1, 2009, International Journal of Fatigue, Vol. 31, p. 12-19.
47. *A numerical approach to fatigue assessment of spot weld joints.* **R., Tovo e P., Livieri.** 1, 2011, Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, Vol. 34, p. 32-45.
48. *Fatigue strength of steel and aluminium welded joints based on generalised stress intensity factors and local strain energy values.* **P., Livieri e P., Lazzarin.** 4, 2005, International Journal of Fracture, Vol. 133, p. 247-276.
49. *International Journal of Fracture .* **K., Tanaka.** 1983, Engineering formulae for fatigue strength reduction due to crack-like notches, Vol. 22, p. 39-46.
50. *Fatigue limit evaluation of notches, small cracks and defects: an engineering approach.* **P., Livieri e R., Tovo.** 2004, Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures , Vol. 27, p. 1037–1049.
51. *Effective stress parameters close to stress singularities.* **P., Livieri e R., Tovo.** Forni di Sopra (UD) : s.n., 2011. First IJ Fatigue & FFEMS Joint, Workshop Characterisation of Crack Tip Stress Fields. p. 15-23.
52. *An implicit gradient application to fatigue of complex structures.* **R., Tovo e P., Livieri.** 7, 2008, Engineering Fracture Mechanics,, Vol. 75, p. 1804-1814.
53. *A variational principle for gradient plasticity.* **H.-B., Mühlhaus e E.C., Aifantis.** 1991, international journal of solid structure, Vol. 28, p. 845–857.
54. *A Unified Approach to the Evaluation of Linear Elastic Stress Fields in the Neighborhood of Cracks and Notches.* **P., Lazzarin. e R., Tovo.** 1, 1996, international journal of fracture, Vol. 78, p. 3-19.
55. *Notch Stress Intensity Factors and fatigue strength of aluminium and steel welded joints.* **P., Lazzarin e P., Livieri.** 2001, International Journal of Fatigue, Vol. 23, p. 225–232.
56. *An implicit gradient application to fatigue of sharp notches and weldments.* **R. Tovo, P. Livieri.** 2007, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 74, p. 515-526.
57. *Incorrect initiation and propagation of failure in non-local and gradient-enhanced media.* **Simone A, Askes H, Sluys L.** 2, 2004, International Journal of Solids and Structures, Vol. 41, p. 351-363.
58. *Cracking in PMMA containing U-shaped notches.* **Gómez FJ, Elices M, Valiente A.** 2000, Fatigue Fracture Engng Mater Struct , Vol. 23, p. 795-803.
59. **H., Neuber.** *Kerbspannungslehre.* Berlin : springer, 1957.
60. **W.D., Pilkey e D.F., Pilkey.** *Peterson's stress concentration 3rd edition.* Hoboken, New Jersey : John Wiley & Sons, Inc., 2008 .
61. *Stress concentration factors for shoulder fillets in round and flat bars under various loads.* **N.-A., Noda, Y., Takase e K., Monda.** 1, 1997, International Journal of Fatigue, Vol. 19, p. 75-84.
62. *Optimal free-form shapes for shoulder fillets in flat plates under tension and bending.* **W., Waldman, M., Heller e G.X., Chen.** 2001, International Journal of Fatigue , Vol. 23, p. 509–523.
63. *Strain energy density to assess mode II fracture in U-notched disk-type graphite plates under tension and bending.* **A.R., Torabi e F., Berto.** 7, 2014, International journal of damage ,mechanics, Vol. 23, p. 917-930.
64. *Implicit gradient and integral average effective stresses: Relationships and numerical approximations.* **E., Maggiolini, P., Livieri e R., Tovo.** 2, 2015, Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures , Vol. 38, p. 190-199.
65. *Stress fields due to inclined notches and shoulder fillets in shafts under torsion.* **M., Zappalorto e P., Lazzarin.** 3, 2011, Journal of Strain Analysis for engineering design , Vol. 46, p. 187-199.

66. *Experimental Investigation on Interference Effect of Notch on Strength of Notched Bar with Double U-Notches of Unequal Depth and Radius.* **T., Majima, T., Tobita e Y., Kimizuka.** 407, 1987, Zairyo/Journal of the Society of Materials Science, Vol. 36, p. 871-877.
67. *Combined mode fracture toughness measurement by the disc test.* **H., Awaji e S., Sato.** 2, 1978, journal engineering material technology, Vol. 100, p. 175–182.
68. **H., Awaji e T., Kato.** *Griffith criterion for mode II fracture of ceramics.* Rotterdam : Allison M.; Balkema, 1998. p. 1199–1204.
69. *Fracture analysis of U-notched disc-type graphite specimens under mixed mode loading.* **A.R., Torabi, M., Fakoor e E., Pirhadi.** 6, 2014, International Journal of Solids and Structures Manuscript Draft, Vol. 51, p. 1287-1298.
70. *On Numerical Integration for Effective Stress Assessment at Notches.* **E., Maggiolini, R., Tovo e P., Livieri.** 2013, Frattura ed Integrità Strutturale, Vol. 14, p. 117-123.
71. *Effect of small defect orientation on fatigue limit of carbon steels.* **Lorenzino, P., Okazaki, S., Matsunaga, H., Murakami, Y.** 2015, Fatigue Fract Engng Mater Struct, Vol. 38, p. 1076–1086.
72. *Multi-axial fatigue behaviour of a severely notched carbon steel.* **B., Atzori, et al.** 2006, International Journal of Fatigue , Vol. 28 , p. 485–493.
73. *The effect of notches on the fatigue behavior in NiTi shape memory alloys.* **X.M., Wang, et al.** 2014, Materials Science & Engineering, Vol. 610, p. 188–196.
74. *A stored energy criterion for fatigue crack nucleation in polycrystals.* **V.V.C., Wan, D.W., MacLachlan e F.P.E., Dunne.** 2014, International Journal of Fatigue, Vol. 68, p. 90-102.
75. *Fatigue strength of notched specimens made of 40CrMoV13.9 under multiaxial loading.* **F., Berto, P., Lazzarin e C., Marangon.** 2007, Materials and Design , Vol. 54, p. 57-66.
76. *Notched fatigue behavior and stress analysis under multiaxial states of stress.* **N., Gates e A., Fatemi.** 2014, International Journal of Fatigue, Vol. 67 , p. 2-14.
77. *Multiaxial high-cycle fatigue criterion for notches and superficial small holes from considerations of crack initiation and non-propagation.* **G., Matsubara e K., Nishio.** 67, International Journal of Fatigue , Vol. 67, p. 28-37.
78. *Multiaxial fatigue life prediction for notched components under proportional and non-proportional cyclic loading.* **H., Chen, et al.** 2012, Applied Mechanics and Materials , Vol. 197, p. 585-589.
79. *Low-cycle fatigue under out-of-phase loading conditions.* **K., Kanazawa, K.J., Miller e M.W., Brown.** 1977, Journal of Engineering Material and Technology , p. 222–228.
80. *International Journal of Fatigue .* **L., Susmel e D., Taylor.** 7, 2011, The Theory of Critical Distances to estimate lifetime of notched components subjected to variable amplitude uniaxial fatigue loading, Vol. 33, p. 900-911.
81. *Casting defects and fatigue behaviour of ductile cast iron for wind turbine components: A comprehensive study.* **M., Shirani e G., Härkegård.** 12, s.l. : Kurzzeitkriechverhalten von chromreichen Warmarbeitsstählen, 2011, Materialwissenschaft und Werkstofftechnik, Vol. 42, p. 1059-1074.
82. *Large scale axial fatigue testing of ductile cast iron for heavy section wind turbine components.* **M., Shirani e G., Härkegård.** 6, 2011, Engineering Failure Analysis, Vol. 18, p. 1496-1510.
83. *Ductile iron for heavy section wind mill castings a european experience.* **H., Roedter e M., Gagne.** South Carolina : s.n., 2003. In Proceedings of the 2003 Keith D. Millis world symposium on ductile iron.
84. *Fatigue life distribution and size effect in ductile cast iron for wind turbine components.* **M., Shirani e G., Härkegård.** 2011, Engineering Failure Analysis , Vol. 18, p. 12-24.

85. *Fracture toughness and growth of short and long fatigue cracks in ductile cast iron EN-GJS-400-18-LT*. **R., Zambrano H., G., Harkegard e K.F., Stark.** 4, 2012, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 35, p. 374-388.
86. *Multiaxial fatigue strength of severely notched cast iron specimens*. **F., Berto, P., Lazzarin e R., Tovo.** 2014, *International Journal of Fatigue*, Vol. 67, p. 15-27.
87. *The Theory of Critical Distances to estimate the static strength of notched samples of Al6082 loaded in combined tension and torsion. Part I Material cracking behaviour*. **L., Susmel e D., Taylor.** 2010, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 77, p. 452-469.
88. *The theory of critical distances to predict static strength of notched brittle components subjected to mixed-mode loading*. **L., Susmel e D., Taylor.** 2008, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 75, p. 534-550.
89. *Experimental investigation of the multiaxial fatigue strength of ductile cast iron*. **R., Tovo, et al.** in press, DOI 10.1016/j.tafmec.2014.07.003, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*.
90. *Fracture Assessment of U-Notched Graphite Plates Under Tension*. **Torabi, A. R.** 2, 2013, *International Journal of Fracture*, Vol. 181, p. 285-292.
91. *Brittle fracture of U-notched graphite plates under mixed mode loading*. **F., Berto, P., Lazzarin e C., Marangon.** 2012, *materials and design*, Vol. 41, p. 421-432.
92. *Sudden fracture from U-notches in fine-grained isostatic graphite under mixed mode I/II loading*. **Torabi, A.R.** 2, 2013, *international journal of fracture*, Vol. 181, p. 309-316.
93. *Brittle fracture of sharp and blunt V-notches in isostatic graphite under torsion loading*. **F., Berto, P., Lazzarin e M.R., Ayatollahi.** 5, 2012, *carbon*, Vol. 50, p. 1942-1952.
94. *Mixed mode brittle fracture of sharp and blunt V-notches in polycrystalline graphite*. **M.R., Ayatollahi, F., Berto e P., Lazzarin.** 7, 2011, *carbon*, Vol. 49, p. 2465-2474.
95. *Failure assessment of notched polycrystalline graphite under tensile-shear loading*. **M.R., Ayatollahi e A.R., Torabi.** 18, 2011, *Materials Science and Engineering*, Vol. 528, p. 5685-5695.
96. *Tensile fracture in notched polycrystalline graphite specimens*. **M.R., Ayatollahi e A.R., Torabi.** 8, 2010, *carbon*, Vol. 48, p. 2255-2265.
97. *Mixed mode failure criteria for brittle elastic V-notched structures*. **E., Priel, et al.** 4, 2007, *international journal of fracture*, Vol. 144, p. 247-265.
98. **Tovo, Roberto.** *Litterature review of fatigue strength of FSW joints*. Catania : s.n., 2014.
99. *The finite element simulation of the friction stir welding process*. **H.W. Zhang, Z. Zhang, J.T. Chen.** 2005, *Materials Science and Engineering A*, Vol. 403, p. 340-348.
100. *Finite element modeling of friction stir welding—thermal and thermo mechanical analysis*. **C.M. Chen, R. Kovacevic.** 2003, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 43, p. 1319-1326.
101. *Finite element modelling of friction stir welding in aluminum alloys joint*. **Binnur Gören Kırıl, Mustafa Tabanoğlu, H. Tarık Serindağ.** 2, 2013, *Mathematical and Computational Applications*, Vol. 18, p. 122-131.
102. *Numerical simulation of transient temperature and residual stresses in friction stir welding of 304L stainless steel*. **X.K. Zhu, Y.J. Chao.** 2004, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 146, p. 263-272.
103. *A Consideration of Allowable Equivalent Stresses for Fatigue Design of Welded Joints According to the Notch Stress Concept with the Reference Radii $r_{ref} = 1.00$ and 0.05 mm*. **Sonsino, C.M.** 3/4, 2009, *Welding in the World*, Vol. 53.
104. *A new approach to the numerical fatigue-life prediction of spot-welded structures*. **Richter, G. Zhang and B.** 23, 2000, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, p. 499-508.
105. *Fatigue design of welded joints from the wrought magnesium alloy AZ31 by the local stress concept with the fictitious notch radii of $r_f = 1.0$ and 0.05 mm*. **Ö. Karakas, C. Morgenstern, C.M. Sonsino.** 30, 2008, *International Journal of Fatigue*, p. 2210-2219.

106. *Fatigue assessment of welded joints in AlMg 4.5Mn aluminum alloy (AA 5083) by local approaches.* **C.M. Sonsino, D. Radaj, U. Brandt, H.P. Lehrke.** 21, 1999, International Journal of Fatigue, p. 985–999.
107. *Fatigue assessment of laser welded thin sheet aluminum.* **M. Eibl, C.M. Sonsino, H. Kaufmann, G. Zhang.** 25, 2003, International Journal of Fatigue, p. 719–731.
108. *Generalised Neuber concept of fictitious notch rounding.* **D. Radaj, P. Lazzarin, F. Berto.** 51, 2013, International Journal of Fatigue, p. 105–115.
109. *Fatigue analysis of friction stir welded aluminium profile using critical distance.* **Meysam Mahdavi Shahr, Rolf Sandström.** 32, 2010, International Journal of Fatigue, p. 302–309.
110. *Approaches for fatigue assessment of welded joints in automotive industry.* **Greuling, J S.** 10, 2008, Mat.-wiss. u. Werkstofftech., Vol. 39.
111. *Effective notch stress and critical distance method to estimate the fatigue life of T and overlap friction stir welded joints.* **Meysam Mahdavi Shahri, Rolf Sandström.** 25, 2012, Engineering Failure Analysis, p. 250–260.
112. *Notch stress analyses of high-frequency mechanical impact-improved welds by using $\rho_f = 1mm$ and $\rho_f = \rho + 1mm$ approaches.* **Marquis, H. C. Yildirim and G. B.** 37, 2004, Fatigue Fract Engng Mater Struct, p. 561–569.
113. *Fatigue assessment of welded joints using critical distance and other methods.* **G. Crupi, V. Crupi, E. Guglielmino, D. Taylor.** 12, 2005, Engineering Failure Analysis, p. 129–142.
114. *Residual stress measurements in a thick, dissimilar aluminum alloy friction stir weld.* **Michael B. Prime, Thomas Gnaupel-Herold, John A. Baumann, Richard J. Lederich, David M. Bowden, Robert J. Sebring.** 54, 2006, Acta Materialia, p. 4013–4021.
115. *Recent advances in friction-stir welding – Process, weldment structure and properties.* **R. Nandan, T. DebRoy, H.K.D.H. Bhadeshia.** 53, 2008, Progress in Materials Science, p. 980–1023.
116. *Microtexture in the Friction-Stir Weld of an Aluminum Alloy.* **Yutaka S. Sato, Hiroyuki Kokawa, Keiske Ikeda, Masatoshi Enomoto, Shigetoshi Jogan, and Takenori Hashimoto.** 941, 2001, Metallurgical and materials transactions, Vol. 32a.
117. *Microstructures of friction stir weld joints between an aluminium-base metal matrix composite and monolithic aluminium alloy.* **Wert, John A.** 49, 2003, scripta materialia, p. 607–612.
118. *Basal Plane Texture and Flow Pattern in Friction Stir Weld of a Magnesium Alloy.* **Seung Hwan C. Park, Yutaka S. Sato, and Hiroyuki Kokawa.** 987, 2003, Metallurgical and materials transactions, Vol. 34a.
119. *Friction stir welding for the transportation industries.* **W. M. ThomasU, E. D. Nicholas.** 46, 1997, Materials & Design, Vol. 18, p. 269–273.
120. *Effect of micro-texture on fracture location in friction stir weld of Mg alloy AZ61 during tensile test.* **Seung Hwan C. Park, Yutaka S. Sato, Hiroyuki Kokawa.** 2003, Scripta Materialia, Vol. 49, p. 161–166.
121. **R. Tovo, E. Maggiolini.** *Comparison of “new” fatigue data with literature, task 3.* catania : s.n., 2014.
122. —. *Comparison of “new” fatigue data with literature, task 2.* catania : s.n., 2014.
123. **C. M. Sonsino, T. Bruder, J. Baumgartner.** *sn-curves for welded thin joints suggested slopes and fat values for applying the notch stress concept with various reference radii.* 2009. iiw-doc. no. xiii-2280 / xv-1325.
124. *Accuracy of the Modified Wöhler Curve Method applied along with the $r_{ref} = 1 mm$ concept in estimating lifetime of welded joints subjected to multiaxial fatigue loading.* **L. Susmel, C.M. Sonsino, R. Tovo.** 33, 2009, International Journal of Fatigue, p. 1075–1091.

125. *Friction welding*. **Thomas WM, Nicholas ED, Needham JC, Murch MG, Temple-Smith P, Dawes CJ**. 1991, PCT/GB92/02203.
126. *Characteristics of aluminum-to-steel joint made by friction stir welding: A review*. **Hussein, S.A. , Tahir, A.S.M. , Hadzley, A.B.** 2015, *Materials Today Communications*, Vol. 5, p. 32-49.
127. *Residual stress distribution and microstructure in the friction stir weld of 7075 aluminum alloy*. **Ji, P , Yang, Z , Zhang, J , Zheng, L , Ji, V , Klosek, V.** 22, 2015, *Journal of Materials Science* , Vol. 50, p. 7262-7270.
128. *Synchrotron diffraction measurement of residual stresses in friction stir welded 5383-H321 aluminium butt joints and their modification by fatigue cycling*. **James, M.N., Hughes, D.J., Hattingh, D.G., Bradley, G.R., Mills, G. and Webster, P.J.** 2008, *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, Vol. 27, p. 187-202.
129. *Fatigue performance of friction stir welded marine grade steel*. **Polezhayeva H., Toumpis A.I., Galloway A.M., Molter L., Ahmad B., Fitzpatrick M.E.** 2015, *International Journal of Fatigue*, Vol. 81, p. 162-170.
130. *Transformation and Deformation Texture Study in Friction Stir Processed API X80 Pipeline Steel*. **Majid Abbas, Tracy W. Nelson, Carl D. Sorensen.** 13 , 2012, *Metallurgical and materials transactions A*, p. 4940-4946.
131. *Friction stir welding: current state of the art and future prospects*. **S. Shah, S. Tosunoglu.** Orlando, Florida : s.n., 2012. 16th World Multi-Conference on Systemics, Cybernetics and Informatics.
132. **Colligan, K. J.** *Friction stir welding for ship construction*, . Harrisburg, PA, : contract N0014-06-D-0048 for the Office of Naval Research, Concurrent Technologies Corporation, 2004.
133. *Advances in Friction Stir Welding for Aerospace Application*. **D. Burford, C Widener and B Tweedy,**. 2006. 6th AIAA Aviation Technology, Integration and operations Conference.
134. *Friction stir welding for the transportation industries*. **Nicholas, W. M. Thomas and E. D.** 4-6, *Materials and Design*, Vol. 18, p. 269-273.
135. **Peterson, J., Hall, J., Steel, R.J., Babb, J., Collier, M., Packer, S.M.,.** *Out of position friction stir welding of casting and small diameter tubing or pipe. Patent 20,110,127,311.* US, 2011.
136. *Friction stir welding of small diameter pipe: an experimental and numerical proof of concept for automation and manufacturing*. **Lammlein, D.H., Gibson, B.T., DeLapp, D.R., Cox, C., Strauss, A.M. and Cook, G.E.** 3, 2012, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, Vol. 226, p. 383-398.
137. *Friction stir welding of small-dimension Al3003 and pure Cu pipes* . **Binxi Chen, Ke Chen, Wei Hao, Zhiyuan Liang, Junshan Yao, Lanting Zhang, Aidang Shan.** 2015, *Journal of Materials Processing Technology* , Vol. 23, p. 48-57.
138. *Effect of process parameters on the residual stresses in AA 5083-H321 friction stir welds*. **H. Lombard, D.G. Hattingh, A. Steuwer and M.N. James.** 2009, *Materials Science and Engineering A* , Vol. 501, p. 119-124.
139. *Tensile properties and fracture locations of friction-stir-welded joints of 2017-T351 aluminum alloy*. **H.J. Liu, H. Fujii , M. Maedaa, K. Nogi.** 2003, *Journal of Materials Processing Technology* , Vol. 142, p. 692–696.
140. *Mechanical and metallurgical characterization of friction stir welding joints of AA6061.T6 with AA6082-T6*. **P. M. G. P. Moreira, T. Santos, S. M. O. Tavares, V. Richter-Trummer, P. Vilaça and P. M. S. T. de Castro.** 2009, *Materials and design*, Vol. 30, p. 180-187.

141. *Weld tool travel speed effects on fatigue life of friction stir welds in 5083 aluminium.* **M.N. James, D.G. Hattingh, G.R. Bradley.** 2003, International Journal of Fatigue, Vol. 25, p. 1389–1398.
142. *Determination of heat partition between tool and workpiece during FSW of SS304 using 3D CFD modelling.* **Pal, S. and Phaniraj, M.P.:** 2015, Journal of Materials Processing Technology, Vol. 222, p. 280-286.
143. *Thermal cycles and residual stresses in FSW of aluminium alloys: experimental measurements and numerical models.* **Buglioni, L., Tufaro, L.N. and Svoboda, H.G.** 2015, Procedia Materials Science, Vol. 9, p. 87-96.
144. *The relationship between process mechanisms and crack paths in friction stir welded 5083-H321 and 5383-H321 aluminium alloys.* **M.N. James, G.R. Bradley, H. Lombard and D.G. Hattingh.** 2005, Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, Vol. 28, p. 2454-256.
145. **Prashant K.** *Elements of Fracture Mechanics.* India : Wheeler Publishing, 1999.
146. **Utne, Sophie Caroline.** *Fatigue of welded AA6082 Alloys.* Trondheim : s.n., 2013.
147. **Fjeldstad, Arne.** *Modelling of Fatigue Crack Growth at Notches and Other Stress Raisers.* Trondheim : PhD thesis, 2007.
148. *Intrinsic material length, theory of critical distances and gradient mechanics: Analogies and differences in processing linear-elastic crack tip stress fields.* **H., Askes, et al.** 1, 2013, Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, Vol. 36, p. 39-55.
149. *Numerical methods for calculating the structural reliability of fatigue-loaded welds.* **P., Livieri e R., Tovo.** 11, 2014, Welding international, Vol. 28, p. 865-872.
150. *Effect of small defect orientation on fatigue limit of carbon steels.* **P., Lorenzino, et al.** 2015, Fatigue and fracture of engineering materials and structures, Vol. 38, p. 1076-1086.
151. *An implicit gradient stress failure condition.* **R., Tovo, P., Livieri e E., Benvenuti.** Torino : s.n., 2005. 11th International Conference on Fracture.
152. *Gradient elasticity in statics and dynamics: An overview of formulations, length scale identification procedures, finite element implementations and new results.* **H., Askes e E.C., Aifantis.** 13, 2011, International Journal of Solids and Structures, Vol. 48, p. 1962-1990.
153. *Unified finite element methodology for gradient elasticity.* **C., Bagni e H., Askes.** 2015, computers and structures, Vol. 160, p. 100-110.
154. *Gradient-enriched linear-elastic tip stresses to perform the high-cycle fatigue assessment of notched plain concrete.* **C., Bagni, H., Askes e L., Susmel.** 33, 2015, Frattura ed integrità strutturale, Vol. 9, p. 105-110.
155. *Gradient elasticity length scale validation using static fracture experiments of PMMA and PVC.* **H., Askes, U.H., Çalik-Karaköse e L., Susmel.** 2, 2012, International journal of fracture, Vol. 176, p. 223-227.
156. **D., Radaj, M., Sonsino C. e W., Fricke.** *Fatigue Assessment of Welded Joints by Local Approaches.* s.l. : CRC Press Inc, 2006 .
157. *The effect of throat underflushing on the fatigue strength of fillet weldments.* **R., Tovo e P., Livieri.** 9, 2013, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 36, p. 884–892.
158. **structures, Eurocode 3: Design of steel.** *General rules.* 1993-1-1.
159. *Code of practice for fatigue design and assessment of steel structures.* **1993, British Standard Published Document.**
160. *Recommendation on fatigue of welded components.* **A., Hobbacher.** 1995, IIW Document XIII-1539-95/ XV-845-95.
161. *Introductory fatigue tests on welded joints in high strength steel and aluminium improved by various methods including ultrasonic impact treatment (UIT).* **J., Haagenen P., E.S, Statnikov e L., Lopez-Martinez.** International Institute of welding, p. IIW Doc. XIII-1748-98.

11- BIBLIOGRAFIA

162. *Mechanical behaviors of 6082-T6 aluminum alloy welds.* S. Missori, A.Sili. 1, 2000, metallurgical science and technology, Vol. 18.

12 APPENDICE

12.1 CONSIDERAZIONE GENERALI MESH E DOMINI

Facendo una considerazione di tipo geometrico si è dimostrato che il gradiente implicito, in particolar modo la sua forma integrale, ha una zona di efficacia ben delimitata: tiene in considerazione soltanto i valori compresi in una zona circostante il punto di interesse. Avendo fatto diversi studi in diverse situazioni di carico e di geometria, ho riscontrato che basta disegnare un cerchio di raggio pari a circa $6c$ per racchiudere tutti i dati necessari allo svolgimento del conto. Dato che quel che è all'esterno non influisce sul risultato finale viene automatico creare una mesh molto rada all'esterno di quest'area. All'interno invece, mettendo insieme le varie analisi di convergenza fatte sulle diverse tipologie di mesh utilizzate (elementi triangolari, quadrati, 2/3D, free o mappata...) è emerso che basta fare elementi minori di $c/2$ per ottenere una buona precisione. Cambiando la dimensione di c cambia la dimensione dell'elemento ma a sua volta anche la zona di infittimento, quindi in generale il peso della mesh resta il medesimo e rende il calcolo accessibile anche ai computer con dotazione hardware di basso livello.

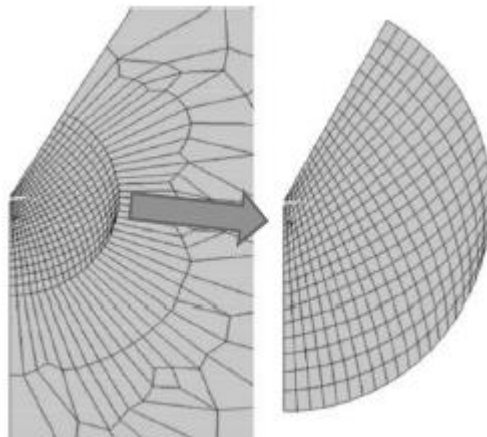


Figura 12-1: Esempio di zona con infittimento mesh

A livello generale, qualsiasi software si stia utilizzando con una qualsiasi delle equazioni viste nel capitolo 5.2.3, è buona norma creare un sottodominio geometrico di dimensione $6c$ in cui fare all'interno una mesh con elementi grandi $c/2$. All'esterno solitamente genero una mesh free senza vincoli di misura

12.2 METODOLOGIA COMSOL MULTIPHYSICS

Al momento la versione aggiornata del software è la 5.1, quanto segue verrà riferito a questa versione. All'apertura del programma è necessario caricare due fisiche:

- Meccanica dei solidi

- Equazione di Helmholtz (consiglio di cambiare il nome della variabile dipendente in “csi”).

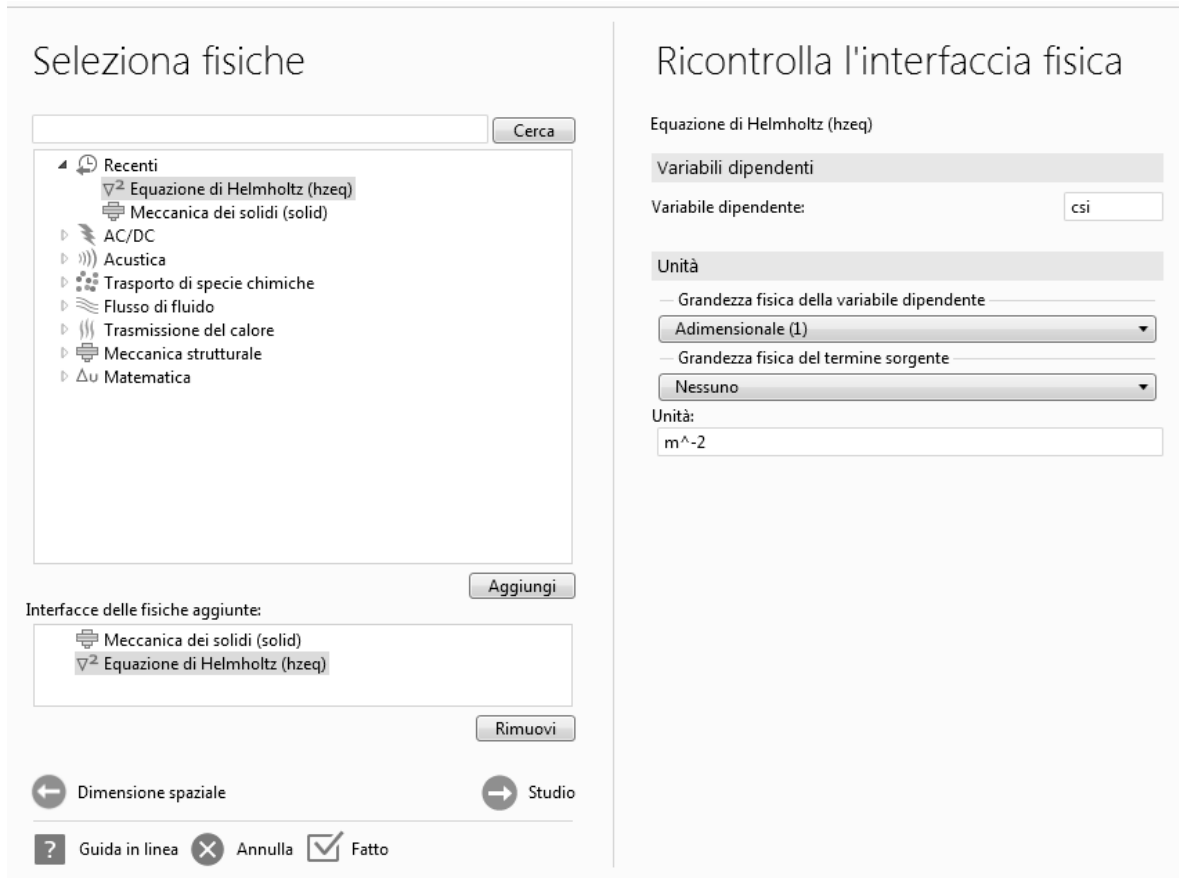


Figura 12-2: Selezione delle fisiche corrette

Successivamente si carica lo studio “Stazionario”.

Dal menù “Untitled” impostare come sistema di unità di misura “MPa”. Crea o importata la geometria (si consiglia di tenere il punto di massimo csi nella posizione 0;0), sistemati i materiali e i vincoli si procede generando la mesh secondo le specifiche fornite nel punto precedente. Nel menu relativo all’ Equazione di Helmholtz si imposta l’equazione secondo quanto segue:

- Coefficiente di diffusione = c^2 (nell’esempio sottostante $c=0.2\text{mm}$)
- Termine sorgente = solid.sp1
- Coefficiente di assorbimento = 1

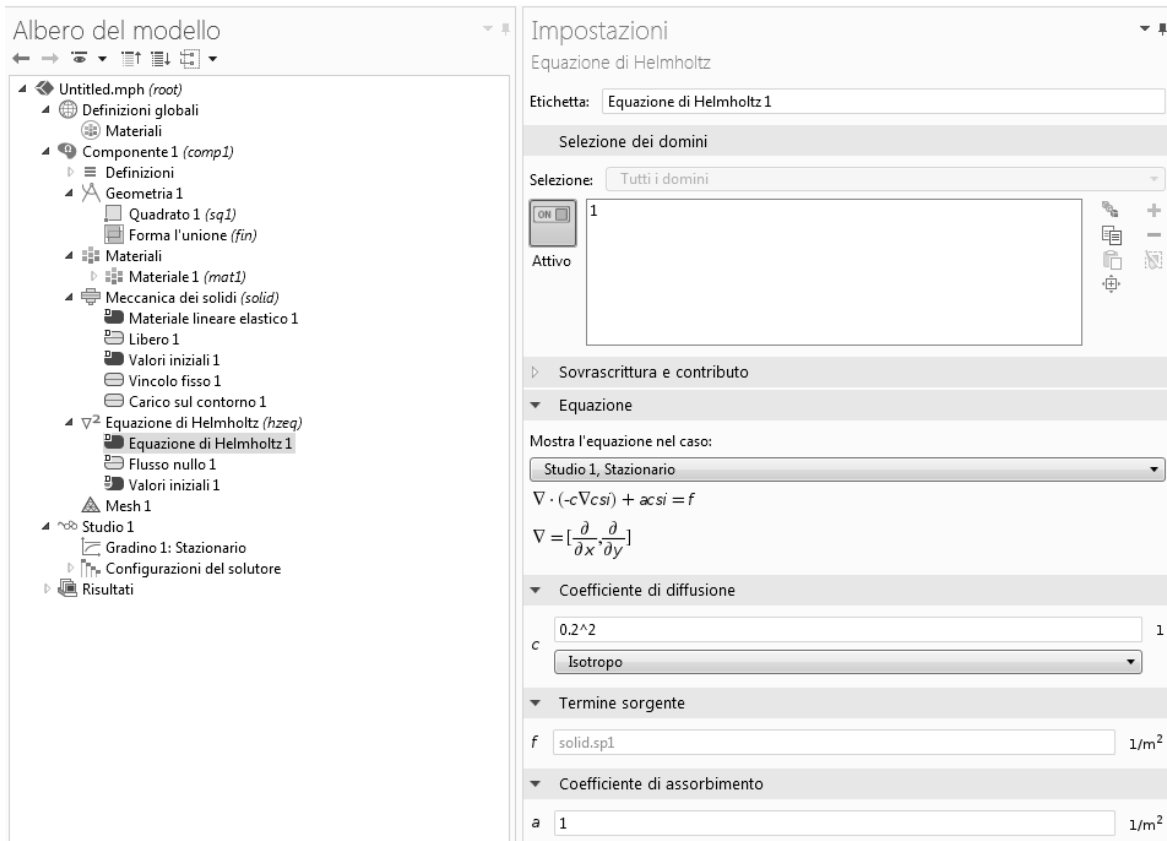


Figura 12-3: Compilazione dei parametri dell'equazione di Helmholtz

A questo punto si lancia la soluzione e si valutano i risultati. Per plottare i risultati dell'equazione di Helmholtz si sostituisce il valore dato di default del plot (solid.mises) con il valore impostato all'inizio: *csi*.

Per creare l'equazione integrale vista nel paragrafo 5.2.3:

$$\sigma_{eff,int}(X) = \frac{\int_v \psi(X, Y) \sigma_{eq}(Y) dv}{\int_v \psi(X, Y) dv}$$

Equazione 12-1: Espressione integrale dell'equazione di Helmholtz

si procede nel menù: risultati-valori derivati-integrazione su superficie (nel caso 3D sarà integrazione su volume) e si scrive la seguente espressione:

$$\text{solid.sp1} * \exp(-(x^2+y^2+z^2)/(2*0.282843^2))/(2*\pi*0.282843^2)$$

Equazione 12-2: Equazione che descrive il numeratore

Si lancia il calcolo e successivamente si ripete il conto con la nuova espressione

$$\exp(-(x^2+y^2+z^2)/(2*0.282843^2))/(2*\pi*0.282843^2)$$

Equazione 12-3: Equazione che descrive il denominatore

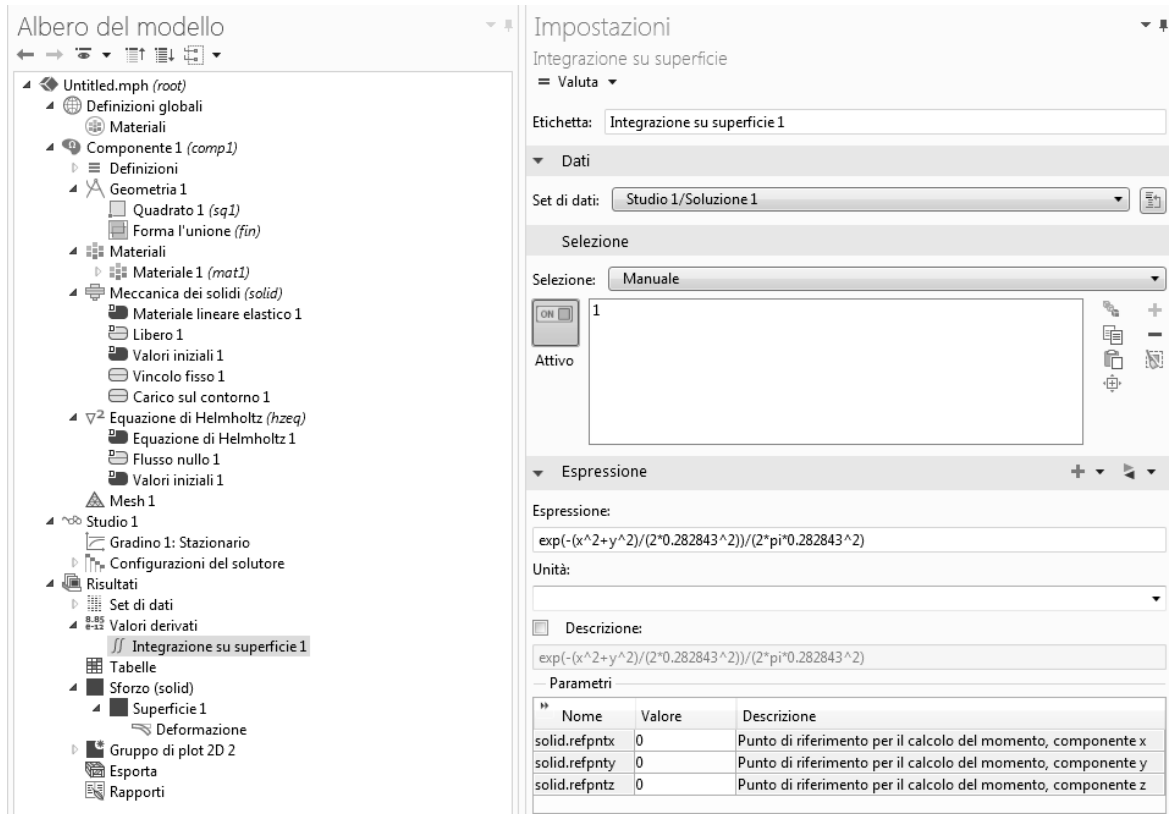


Figura 12-4: Creazione della soluzione integrale

Il risultato finale è il rapporto fra l'Equazione 12-2 e l'Equazione 12-3. Se la geometria dovesse essere 3D le equazioni cambiano:

$$\text{solid.sp1} * \exp(-(x^2+y^2+z^2)/(2*0.282843^2))/(((2*\pi)^{0.5})*(2^{0.5})*0.2)^3$$

Equazione 12-4: Equazione che descrive il numeratore nel caso 3D

$$\exp(-(x^2+y^2+z^2)/(2*0.282843^2))/(((2*\pi)^{0.5})*(2^{0.5})*0.2)^3$$

Equazione 12-5: Equazione che descrive il denominatore nel caso 3D

Nel caso in cui il punto di interesse non sia centrato nella posizione 0;0 bisogna riscrivere queste equazioni cambiando il valore di x, y e z in modo che tengano in considerazione la traslazione iniziale della geometria:

Se traslato di A, B, C dal punto 0;0

$$x=A-x \quad y=B-y \quad z=C-z$$

Equazione 12-6: traslazione del punto di massimo CSI

In coordinate polari:

$$x=r*\cos(\phi) \quad y=r*\sen(\phi) \quad z=z$$

Equazione 12-7: Passaggio in coordinate polari per geometrie assialsimmetriche

Queste equazioni valgono solo se il sistema di riferimento è impostato in mm, se fosse in metri (come è di default) vanno convertiti i valori di 0.2 e 0.282843 in 0.0002 e 0.000282843.

12.3 METODOLOGIA ANSYS APDL

La versione di Ansys che ho utilizzato è la 15.

Crea la geometria, scelti gli elementi, il materiale, impostati vincoli e carichi ed effettuata la mesh, si procede con il lancio della soluzione e plot dei risultati.

A questo punto bisogna selezionare il sottodominio creato con raggio stabilito nel paragrafo 12.1 ed escludere così la parte esterna.

Dal menù SELECT-entities-area (volume per il 3D) e si clicca sul sottodominio. Successivamente SELECT-everything below- selected area (volume). Cliccando su PLOT-replot si dovrebbe visualizzare solo il sottodominio. A questo punto dobbiamo esportare la posizione dei nodi: comando LIST-nodes-coordinates only e si salva il .txt generato. Si consiglia di digitare nella barra di comando: /EFACET,4 per avere il listato completo e non parziale dei nodi

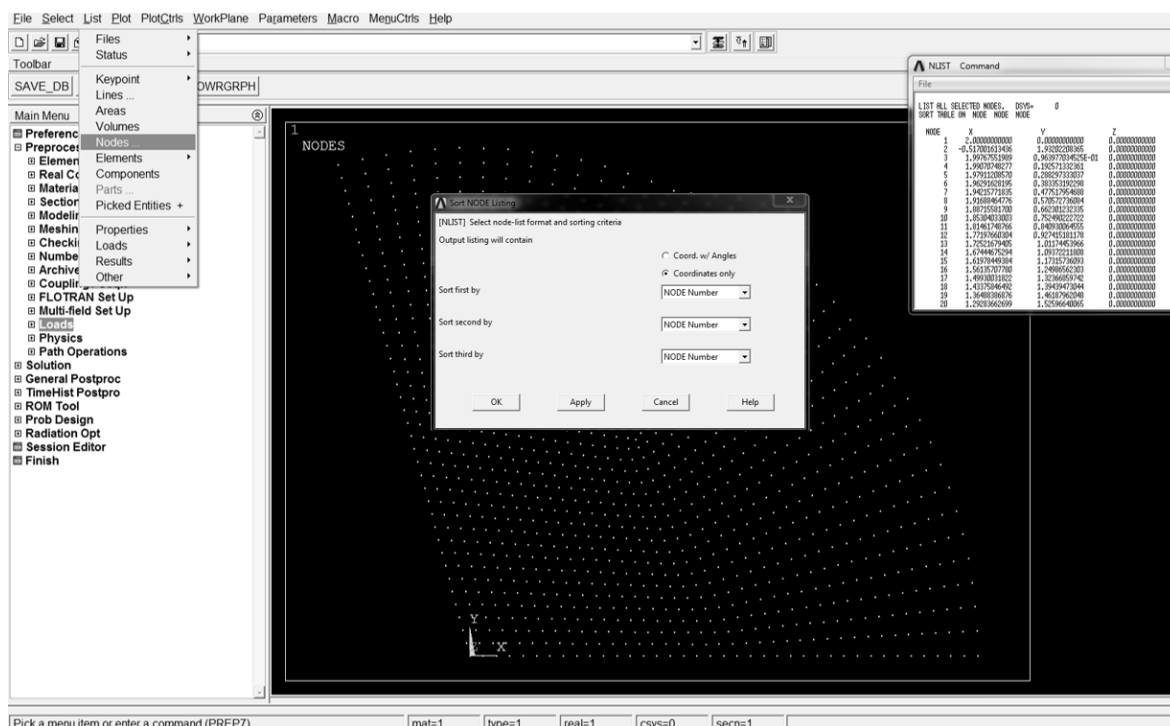


Figura 12-5: Salvataggio della posizione dei nodi

Uguale dobbiamo fare con il valore della prima tensione principale nei suddetti nodi: LIST-results-nodal solution e si seleziona la prima tensione principale, a quel punto si salva il file .txt generato.

A questo punto torniamo a selezionare l'intera geometria da SELECT-everything.

Ora resta da generare il file con le reazioni vincolari: si eliminano tutti i vincoli e carichi e si impone come vincolo che i nodi siano fissi, come carico sotto LOADS-define loads-apply-structural-inertia-gravity-global si impone $y=1$.

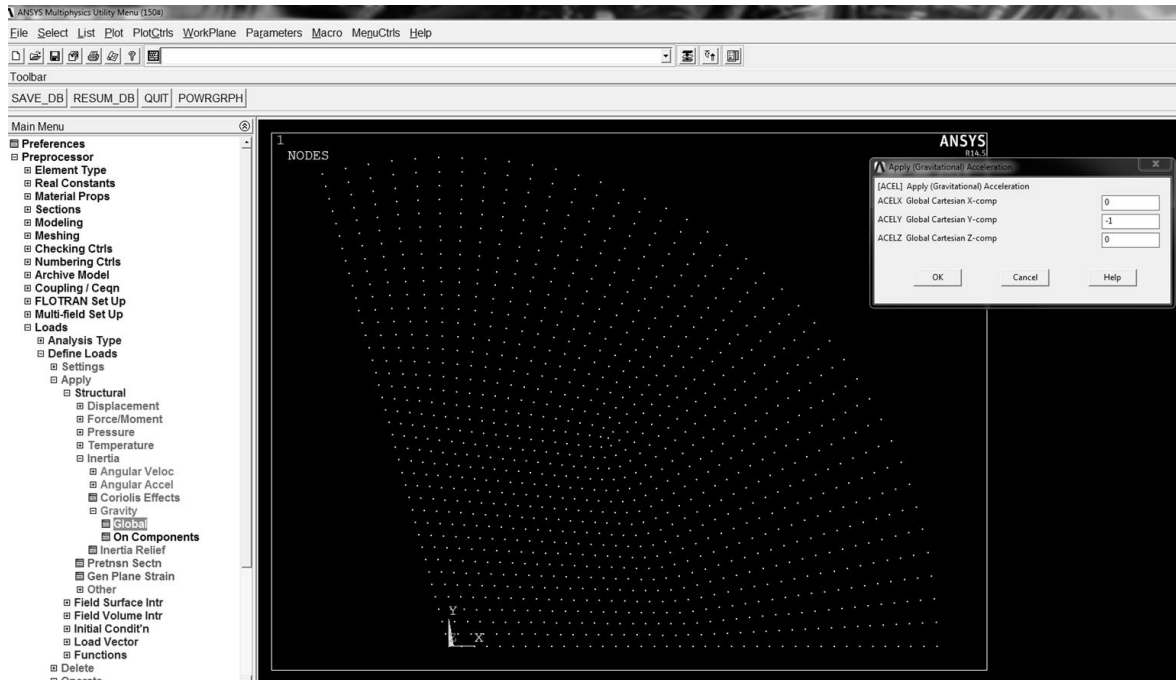


Figura 12-6: Impostazione del carico di gravità

Si rilancia la soluzione e si seleziona di nuovo il sottodominio richiamando la lista delle reazioni vincolari da LIST-results-reaction solutions. Come visto prima si salva il file .txt generato.

Con i files .txt generati disponiamo ora della possibilità di creare una matrice (matlab o excel) in cui come colonne abbiamo: numero del nodo, coordinate del nodo (2 o 3 a seconda se siamo in 2 o 3D), valore della prima tensione principale e valore della reazione vincolare. E' importante controllare che il numero identificativo del nodo sia lo stesso per la colonna coordinata, tensione e reazione vincolare, per evitare di mischiare le coordinate di un nodo che la tensione di un altro nodo ad esempio. Come righe abbiamo i vari nodi esportati. Con queste informazioni diventa possibile risolvere l'equazione integrale fornita nel paragrafo 5.2.3:

$$\sigma_{eff,sum} = \frac{\sum N_i \psi(X, Y_i) \sigma_{eq}(Y_i)}{\sum N_i \psi(X, Y_i)}$$

Equazione 12-8: Equazione di Helmholtz scritta in forma di sommatoria